SUNTI delle CONFERENZE (in ordine di presentazione)

Entre mathématiques et optique anciennes et classiques

ROSHDI RASHED
Université Paris VII
rashed@paris7.jussieu.fr

Cet exposé est organisé selon deux axes. On s'interrogera d'abord sur les applications des mathématiques dans l'optique ancienne, leurs modes, leurs plans d'existence, leur portée; avant de s'arrêter à la révolution accomplie par Ibn al-Haytham (mort après 1041), point de départ de l'optique classique. On analysera les nouveaux rapports entre mathématiques et optique et l'émergence de l'expérimentation comme catégorie de la preuve.
Le second axe portera en quelque sorte sur le problème réciproque: les contributions de l'optique aux mathématiques. On rappellera l'apport de la recherche anaclastique ancienne à la géométrie des coniques, avant de s'arrêter sur la théorie géométrique des miroirs et des lentilles ardents, avec Ibn Sahl (980) et son étude systématique des propriétés optiques de ces courbes. On terminera par la recherche de Descartes sur les ovales.

Tentatives de mathématisation de problèmes de physiques au XVIIIe siècle

PATRICIA RADELET- DE GRAVE
Départment de Physique Theorique, Université de Louvain-la Neuve
radelet@fyma.ucl.ac.be

Depuis l'Antiquité la mécanique fut progressivement mathématisée. Les problèmes des machines simples d'abord puis des mouvements des corps solides furent étudiés au cours du Moyen-Âge et jusqu'au XVII^{e} siècle. Ce siècle a vu les débuts du calcul différentiel et intégral qui permet d'aborder de nouveau problèmes comme la caténaire ou la brachistochrone et qui rend possible la synthèse newtonienne du mouvement des corps terrestres et célestes. Le XVIII^{e} va poursuivre dans la voie ouverte par le Calcul et les hauts-faits comme la mathématisation du mouvement de la corde vibrante par Daniel Bernoulli et d'Alembert, la mathématisation des premiers problèmes de mécanique des milieux continus, comme l'elastica par Euler, ou de l'hydrodynamique par Johann et Daniel Bernoulli ainsi que par Euler, en ont été relatés par de nombreux historiens. Mais les tentatives avortées n'ont que rarement fait l'objet d'une analyse. Or une telle analyse nous semble importante car elle permet de mieux voir l'imagination de l'auteur au travail. Quelles sont les idées qu'il va tenter de d'adapter au problème envisagé? Comment va-t-il essayer de les adapter? Pourquoi n'aboutit-il pas? Quelles idées physiques lui font défaut? Quels outils mathématiques lui manquent-il. Telles seront les questions que nous essayerons d'analyser dans deux cas précis. L'essai de mathématisation, par Daniel Bernoulli et par Euler des phénomènes magnétiques et la tentative ambitieuse d'une mathématisation générale des phénomènes naturels par Euler.

Hermann Helmholtz on the mathematics of vortex motion

OLIVIER DARRIGOL
Université Paris VII
darrigol@paris7.jussieu.fr

In the course of an investigation of the motion of air in organ pipes, Helmholtz wondered about the solutions of Euler's equations that do not admit a potential. He thus reached the fundamental theorems of vortex motion in perfect liquids, as well as the concept of discontinuity surface. Based on the profound insight that the motion of fluids was mostly controlled by the distribution of vorticity, he solved some paradoxes of aerial motion in organ pipes, and, later in his life, anticipated fundamental concepts of modern meteorology. Helmholtz's contemporaries quickly appreciated this amazing cross-fertilization of mathematical analysis and physical intuition, although the towering mathematician Joseph Bertrand originally rejected it.

Il Calcolo differenziale assoluto e i rapporti tra matematica e fisica

LUCA DELL'AGLIO
Dipartimento di Matematica, Università della Calabria
dellaglio@unical.it

Il principale scopo del presente intervento è di esaminare alcuni aspetti dei rapporti tra fisica e matematica tra la fine del XIX e l'inizio del XX secolo alla luce della vicenda storica del calcolo differenziale assoluto.
La rilevanza di questo particolare angolo di visuale è in primo luogo connessa all'uso che di tale teoria, come è noto, venne fatto nell'ambito della relatività generale; un uso che ha poi spesso indotto un'immagine dell'analisi tensoriale nei termini di una teoria matematica di carattere prettamente formale, del tutto avulsa inizialmente da applicazioni in campo fisico.
Una lettura storiografica complessiva degli sviluppi iniziali del calcolo differenziale assoluto permette di attenuare in gran parte questa immagine, aprendo una serie di questioni riguardanti l'uso dei mezzi tensoriali sia in epoca pre- che post-relativistica.
Ciò tocca alcuni dei temi chiave nello sviluppo dei rapporti tra matematica e fisica nel periodo considerato, dall'uso operativo e/o descrittivo delle geometrie non euclidee alla considerazione su basi astratte di determinati concetti di natura fisica, in stretta relazione alla centrale questione del ruolo euristico della matematica in ambito fisico.

Bibliografia essenziale

Bourguignon J.-P., 1992, *Transport parallèle et connexions en géométrie et en physique*, in Boi L., Flament D., Salanskis J.-M. (eds.), *1830-1930: a century of geometry*, Berlin, Springer, pp. 150-166.
Dell'Aglio L., 2001, *On the 'semi-empirical' nature of Absolute Differential Calculus*, Archives Internationales d'Histoire des Sciences, 51, pp. 108-142.
Reich K., 1994, *Die Entwicklung des Tensorkalküls,* Basel, Birkhäuser.
Gray J., 1999, (ed.) *The Symbolic Universe. Geometry and Physics 1890-1930*, Oxford, Oxford University Press.

SUNTI delle COMUNICAZIONI (in ordine alfabetico)

La via matematica alla relatività

GIOVANNI ACOCELLA
Dipartimento di Fisica, Università di Napoli
giovanni.acocella@tin.it

Il tema dell'incontro di quest'anno investe il ruolo creativo della matematica, anche ai fini dello sviluppo di altre discipline. Non tocca a me aggiungere parole per sottolineare lo stretto rapporto tra la matematica e la fisica.
Mi sembra tuttavia opportuno ripercorrere, nell'Anno mondiale della Fisica, inteso a celebrare il Centenario della Relatività Ristretta, quel periodo fecondo, che, fondandosi sull'inventiva di grandi matematici, in certo senso, precorse la svolta einsteiniana.
Naturalmente senza intaccare l'originalità e il senso epocale della nuova fondazione della Fisica.
Sono citate, giustamente, le trasformazioni di Fitz Gerald-Lorentz, e il doppio nome sottolinea la via parallela e la contemporaneità della grande scoperta: l'invarianza delle leggi dell'elettromagnetismo rispetto alle predette.
Ma pochi sottolineano che, molto prima del 1895, anno delle pubblicazioni di Lorentz e dell'irlandese Fitzgerald, nel 1887 Woldemar Voigt in una nota dal titolo *Ueber das Doppler'sche*

Princip pubblicata a pag. 41 dei *Gottingen Nachrichten* aveva trasformato per mezzo di una sostituzione lineare a quattro variabili, le equazioni differenziali per le oscillazioni di un mezzo elastico incompressibile.
Il risultato delle condizioni di trasformabilità di queste equazioni in se stesse è simile a quello ottenuto da Lorentz.
Occorre aggiungere che il Lorentz stesso riconosce tutto ciò nel volume *"Theory of Electrons"* , deplorando che la Nota del Voigt gli sia rimasta sconosciuta per un lungo periodo di tempo:

" … The idea of the trasformation used above and might in par. 44, therefore have been borrowed from Voigt."

Restano incomprensibili i motivi della scarsa fortuna di Voigt. Lo stesso A. Pais nel *"Subtle is the Lord..."* alla pag. 136 dell'edizione italiana ricorda: Ad un congresso di fisici del 1908 Minkowski richiamò l'attenzione sull'articolo di Voigt del 1887. Voigt era presente. La sua replica fu laconica: *Fin d'allora si erano ottenuti risultati che in seguito sono stati forniti dalla teoria elettromagnetica*.
Lo scopo dell'approfondimento degli studi di questo periodo, cha va dall'opera di Voigt ai lavori di H. Poincaré a carattere strettamente matematico, passando per Lorentz, Fitzgerald e Minkowski, è quello di mostrare come, al di là della formulazione dei principi geniali di Albert Einstein, le speculazioni di matematici nel loro campo specifico, utilizzando anche i grandi risultati di Galois, Riemann e Gauss, abbiano dato un contributo determinante per passare da Maxwell ed Hertz alla svolta più significativa della Fisica del Novecento.

Bibliografia essenziale

Woldemar Voigt, *Ueber das Doppler'sche Princip*, Gottingen Nachrichten*,* 1887*,* Gottingen, pag. 41 e segg.
Fitz Gerald's, *Scientific Writings*, pag. 557
Fitz Gerald, *Science,* vol. 13, 390 , 1889
H. A. Lorentz, *Versuch Einer Theorie der Electrischen und Optischen Erscheinungen Bewegten Korpern,* Collected Papers, Vol. 5, Pag. 1, Brill, Leiden, 1895
H. A. Lorentz, *Proceeding AmsterdamAcademie,* (Engl. Ed.), 1899, pag. 427
E. T. Whittaker, *A history of the Theories of Aether and Electricity,* Longman, London, Dublin, 1910
H. Poincaré, *La Dynamique de l'électron*, Circolo matematico di Palermo, adunanza 23 luglio 1905
H. Minkowski, *Spazio e Tempo*, postumo a cura di G. Gianfranceschi
A. Pais, *Sottile è il Signore,* Bollati Boringhieri, Torino, 1999.

Il problema dei due corpi, diretto e inverso. Due sintetiche soluzioni del XIX secolo

VITTORIO BANFI
Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Torino

Il modello matematico del problema dei due corpi (Sole e pianeta), in meccanica celeste, è ben noto e lo si richiama per comodità qui brevemente [1].
Una massa puntiforme primaria, con valore di gran lunga superiore a quello della massa puntiforme secondaria, è posta nell'origine di un sistema cartesiano di riferimento, essendo il centro di massa del sistema pressochè coincidente con quello del primario. Ciò detto si definisce il problema diretto così: assegnata la legge delle aree (ovvero la seconda legge di Keplero) e l'orbita del secondario in forma di un'ellisse avente nell'origine uno dei fuochi, determinare l'espressione analitica della forza di attrazione che sperimenta il secondario, immerso nel campo gravitazionale del primario. Al contrario il problema inverso è il seguente: assegnata l'espressione analitica della forza di attrazione che sperimenta il secondario, ossia una quantità inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra i due corpi, determinare la legge delle aree e la forma analitica dell'orbita del secondario. In entrambi i casi, diretto e inverso, ci si avvale della seconda legge della dinamica

oltrechè degli algoritmi del calcolo differenziale e integrale; inoltre, nei due casi, è scambiata l'ipotesi con la tesi.
Scopo di questa nota è quello di illustrare due soluzioni, particolarmente stringate ed eleganti, fornite da due insigni scienziati del XIX secolo, precisamente Gustav Kirchhoff e Carl Gustav Jacobi.
Iniziamo dalla soluzione del problema diretto dovuta a Kirchhoff. Esprimendo la legge delle aree in forma analitica, ossia come integrale primo, Kirchhoff [2] ricava subito che il moto del secondario è piano e la forza cercata è radiale. Introducendo poi il dato "conica" mediante l'equazione opportuna (sia in coordinate polari come anche in coordinate cartesiane) si deduce, in modo estremamente facile e con l'ausilio della seconda legge della dinamica, l'espressione analitica della forza motrice cercata: cioè quella che varia con l'inverso quadrato della distanza tra i due corpi.
Nel caso inverso Jacobi [3] ricava per integrazione subito la legge delle aree, ed ancora con l'aiuto della seconda legge della dinamica ottiene l'equazione della traiettoria in forma di legame lineare tra le coordinate x, y del secondario e la sua stessa distanza r dall'origine (cioè una conica in forma generale). Questa seconda soluzione è anche il metodo più breve ed elegante per l'integrazione dell'equazione di moto di una singola particella, sotto l'influenza di una forza centrale che varia in modo inversamente proporzionale al quadrato della distanza dalla massa primaria [4].

Bibliografia essenziale

[1] V. Banfi, "Introduzione alla meccanica celeste" edizione a cura del Centro di Astrodinamica "Giuseppe Colombo", Politecnico di Torino, 1990.
[2] G. Kirchhoff, "Vorlesungen ueber mathematische Physik: Mechanik " Leipzig, 1877.
[3] C. G. Jacobi, "De motu puncti singulari", Journ fuer Math, Vol. XXIV, 1842.
[4] P.E.B. Jourdain, "The analytical treatment of Newton's problem", The Monist, Vol. XXX, 1920.

Curiosità galoisiane

MARGHERITA BARILE, SERGIO DE NUCCIO
Dipartimento di Matematica, Università di Bari, Sezione Mathesis di Campobasso
barile@dm.uniba.it, sedenuc@tin.it

1. Le nostre motivazioni:
Se si accetta che

- la formazione matematica nella *Scuola Secondaria Riformata* debba svilupparsi con continuità lungo percorsi e contesti di apprendimento, costruendo non solo competenze disciplinari, ma anche competenze trasversali, soprattutto con le scienze umanistiche, che siano utilizzabili dallo studente nella sua vita di *futuro cittadino*;
- il riferimento alla storia sia un eccezionale strumento per acquisire il valore culturale della matematica;
- l'insegnamento della matematica con la metodologia dell'approccio storico consenta il recupero della dimensione temporale e la riscoperta, sotto una nuova luce, del linguaggio, dei contenuti e dei metodi appresi dai libri di testo;

allora bisogna fornire al docente di matematica tutte le indicazioni teoriche e gli strumenti didattici necessari a trasferire questi principi, in maniera il più possibile efficace, nella pratica scolastica. Nonostante i vincoli imposti dai programmi e dai quadri orari, tale operazione non si deve ridurre ad una serie di flash biografici o pillole aneddotiche da somministrare al momento, quando il nome di un matematico famoso o un particolare teorema ne forniscono l'occasione. Questo sarebbe un cattivo esempio di quella pratica didattica, largamente in uso ancor oggi, che si esaurisce in un semplice *processo di comunicazione*, in cui l'insegnante funge da *emittente*, l'aritmetica, l'algebra, l'analisi e la geometria sono i *referenti*, e l'alunno è ridotto al ruolo passivo di *ricevente*. Nella scuola nuova occorre, invece, una nuova metodologia che ponga l'alunno al centro di un *processo formativo*, rendendolo il vero protagonista della sua *crescita culturale*. Se la curiosità è la base della conoscenza, e se lo studente deve acquisire la consapevolezza che la matematica è opera dell'uomo, e quindi si sviluppa con e nella sua storia, è dovere della scuola fornirgli tutti i materiali, i libri, gli strumenti informatici che possano sostenerlo nelle sue ricerche di approfondimento, ed aiutarlo a soddisfare il suo desiderio di sapere. L'*aula laboratorio di matematica* è il luogo ideale per venire a contatto con brani di opere originali opportunamente scelte: in questi testi si tocca con mano il vivo del pensiero matematico, perché in essi gli studiosi del passato ci parlano direttamente attraverso le loro idee.

Al fine di stimolare la curiosità degli alunni potrebbe rivelarsi utile qualche breve scritto di un loro coetaneo: Évariste Galois (1811-1832), giovane matematico, geniale ed originale, morto tragicamente in duello quando aveva poco più che vent'anni. La sua produzione scientifica consiste in massima parte degli articoli pubblicati in vita in due importanti riviste matematiche francesi, e successivamente rieditì a cura di Liouville. I suoi manoscritti comprendono appena una settantina di pagine, nelle quali l'esposizione è spesso frammentaria e talvolta così concisa da sembrare incompleta. Ciononostante, al di là dei singoli passaggi logici, in alcuni degli inediti di Galois si possono cogliere intuizioni di rara bellezza, che, per la loro semplicità ed il loro carattere elementare, si prestano ad essere proposti nell'ultima classe della scuola superiore, a complemento delle lezioni di geometria, analisi e probabilità.

2. Alcune note storiche

I manoscritti di Galois furono consegnati dall'amico Auguste Chevalier a Joseph Liouville, che ne pubblicò solo una parte, quella storicamente più rilevante: essa comprende la celebre *Memoria sulla risolubilità delle equazioni algebriche per mezzo dei radicali* ed è accompagnata dalla famosa ultima lettera, indirizzata a Chevalier, che Galois scrisse la notte prima del duello, e che rappresenta il suo testamento scientifico. Liouville pubblicò questi due scritti nel 1846, nel tomo XI del suo *Journal de Mathématiques*, insieme ai lavori di Galois già apparsi negli *Annales de Mathématiques Pures et Appliquées* di Joseph Gergonne e nel *Bulletin des Sciences Mathématiques* di André d'Audebard de Férussac. Lo scopo era attirare l'attenzione dei matematici europei sul giovane francese prematuramente scomparso, ed in particolare sulla potenza, profondamente innovativa, della *teoria delle equazioni algebriche*, che egli stesso aveva potuto apprezzare appieno soltanto dopo anni di studio intenso. Liouville lasciò in eredità la sua biblioteca ed i suoi numerosi scritti a uno dei suoi generi, il signor de Blignières. Quando la consorte di quest'ultimo riuscì a ritrovare, in mezzo a tutto quel materiale, i manoscritti di Galois, li donò all'*Académie des Sciences* di Parigi, non prima di aver autorizzato Jules Tannery ad esaminarli e a pubblicarne alcuni estratti, nel 1906.

A parte alcuni frammenti, le note di Galois non incluse nell'opera di Liouville sono contenute in una cinquantina di fogli sciolti e in un quaderno di 96 pagine (formato 15x19, di carta molto sottile ed ingiallita), di cui solo 14 sono utilizzate. Sul frontespizio si legge *"Note di matematica"*, ma la mano non è quella di Galois. La stessa grafia, pressoché illeggibile, ricompare nelle prime pagine. La parte redatta personalmente da Galois, con caratteri piccoli, fitti ed eleganti, copre complessivamente 11 pagine.

Un'edizione commentata di questi scritti è stata curata, in tempi più recenti, da Azra e Bourgne [1]. Da essa abbiamo tratto esempi di brani originali che ci pare illustrino, con straordinaria chiarezza, quegli aspetti della matematica che, nascendo dalla passione di un giovane ricercatore, possono suscitare nel giovane discente meraviglia ed entusiasmo.

3. Quattro brani da leggere in classe

1. Il quaderno inedito si apre con una nota di due pagine intitolata *Asintoti di una curva* (vedi [1], 188 a, 188 b, 189 a). In essa la nozione intuitiva di due curve algebriche del piano xy che "tendono ad assomigliarsi quando x tende all'infinito" viene tradotta in formule, utilizzando facili argomenti basati sulla derivazione e la decomposizione di un polinomio in fattori lineari. A rendere il ragionamento particolarmente stimolante ed accessibile ad un lettore giovane è la trattazione del limite come "calcolo con $x=\infty$", che evita il passaggio, concettualmente problematico ed insidioso, attraverso la definizione topologica. In poche righe lo scritto di Galois racchiude ed esemplifica due momenti cruciali della creazione matematica, che corrispondono ad altrettanti tipici ostacoli nell'apprendimento scolastico: la conversione dell'idea geometrica in

simboli ed identità, che concilia visualizzazione ed elaborazione formale, e la visione globale della materia, che permette di risolvere un problema combinando strumenti provenienti da diversi settori.

2. Nelle pagine successive si trova un breve saggio sui *Principi dell'Analisi*, seguito da alcune osservazioni. Tra queste, di particolare interesse è una *formula semplicissima che serve a ricondurre l'integrale a degli estremi assegnati, quando questi estremi sono finiti* (vedi [1], 192 b). Qui Galois presenta un'insolita applicazione della regola di integrazione per sostituzione, diversa da quelle usualmente proposte dai testi scolastici: non si tratta, in questo caso, di cambiare la funzione integranda al fine di ottenerne una di cui sia nota la primitiva, bensì di calcolare, a partire da un certo integrale definito, l'integrale della stessa funzione in un altro intervallo. Un banale esercizio mostra così come i teoremi matematici non siano regole d'uso da leggere ed utilizzare "a senso unico". Per accrescere la propria capacità come solutori di problemi, non sempre bisogna cercare nuovi strumenti: a volte basta saper sfruttare in maniera opportuna le potenzialità insite negli strumenti che sono già a disposizione.
3. La nota seguente (vedi [1], 192 bis a) riguarda il numero di Nepero *e*, che viene introdotto come limite della successione di termine generale $(1+1/n)^n$; in una sola pagina, Galois riesce a derivare da questa definizione sia il ruolo di *e* nel calcolo degli interessi composti, sia la sua relazione con i numeri complessi, espressa dalla nota identità di Eulero. Nel primo caso è l'aritmetica, nel secondo caso è la trigonometria a fungere da tramite, con passaggi sorprendentemente brevi ed elementari. Questa perla di eleganza è una delle rarissime occasioni in cui lo studente può condividere lo stupore che il matematico prova di fronte a certi collegamenti inaspettati, e che è la principale motivazione per il ricercatore puro. Ogni applicazione alla risoluzione di un problema concreto presuppone, naturalmente, una teoria. Quest'ultima viene sviluppata poco a poco, in maniera non lineare, costruendo gradualmente una rete di relazioni che finisce per inglobare, in un unico tessuto, singole osservazioni e proprietà di varia origine.
4. Un altro scritto significativo è la prima pagina del compito svolto da Galois al Concorso Generale per docenti delle scuole, tenutosi nel 1829 (vedi [1], pag. 424). Del manoscritto ci è pervenuto solo questo frammento, sotto forma di fotografia. L'elaborato riguarda la determinazione di una curva descritta come luogo nello spazio. La soluzione proposta da Galois prescinde da difficili visualizzazioni tridimensionali (tradurre l'enunciato in una figura è praticamente impossibile) e da astrusi calcoli analitici: il problema viene ricondotto a due banali situazioni nel piano, in cui si applica semplicemente il teorema di Pitagora. I due triangoli equilateri considerati hanno un cateto in comune e per concludere basta uguagliare le due differenze di quadrati che esprimono la sua lunghezza. L'identità risultante descrive una parabola. Ecco una sonora smentita diretta a chi respinge la geometria solida, ritenendola troppo difficile da "disegnare" e troppo complicata da "scrivere".

Altre note di Galois sono state elaborate per la scuola in [6]. Il testo [5] inserisce brani originali, anche di altri autori, in un contesto didattico ampio e strutturato, sviluppato sia nella trattazione storica, sia nell'esposizione della teoria. Il libro riguarda l'aritmetica elementare e la geometria delle grandezze: esso fa parte di un progetto editoriale ancora in corso di realizzazione, che prevede la pubblicazione di altri due volumi, con capitoli dedicati a vari argomenti di algebra ed analisi.
Le opinioni degli autori sul ruolo della storia nell'insegnamento della matematica sono state esposte in [2], [3] e in [4]. La bibliografia sull'argomento è molto vasta: numerosi altri studiosi, in tutto il mondo, hanno sostenuto, negli scorsi decenni, la valenza didattica della storia della matematica. Nell'impossibilità di citarli tutti, ne omettiamo il lunghissimo elenco.

Bibliografia essenziale

[1] J. P. Azra, R. Bourgne. Ecrits et mémoirs mathématiques d'Evariste Galois. Gauthier-Villars, Parigi, 1962.

[2] M. Barile, *La storia della matematica in classe: l'esempio francese*. Atti del Congresso Nazionale Mathesis, Barletta (2000), 47-55.
[3] M. Barile, *La storia della matematica in classe*: *i numeri complessi*. Periodico di Matematiche, Serie VII, 7, N. 2-3 (2000), 91-102.
[4] M. Barile, G. Dell'Uomo, S. De Nuccio, R. Sabbadini, *Perché studiare la matematica?* In: Le competenze matematiche fra la scuola e l'università. Supplemento al Periodico di Matematiche, N. 3 2005.
[5] M. Barile, S. De Nuccio. Lezioni di Matematica dagli scritti di Évariste Galois. Edizioni Goliardiche, Trieste, 2004.
[6] S. De Nuccio. 12 compiti scolastici di Évariste Galois. Edizioni Goliardiche, Trieste, 2003.

Operatori Geometrici, progetto e disegno nella architettura navale antica

MARCO BONINO
marco_bonino@iol.it

La forma di uno scafo non è come quella di una casa o di un tempio, perché le sue superfici sono curve e non le si possono approssimare con figure regolari, questo ha reso necessario utilizzare aiuti geometrici diversi dalle tre viste ortogonali, che non erano sufficienti per determinare la forma del guscio dello scafo. Il metodo di rilevamento a noi familiare con le sezioni ortogonali non era noto, in quanto fu sviluppato solo dal XVIII secolo; si usavano invece metodi collegati con le fasi di costruzione del guscio portante, note nel Mediterraneo nell'età del Bronzo, e forse derivate dal Neolitico. Dopo una fase empirica, quei metodi furono razionalizzati probabilmente in età classica ed ellenistica.

Operatori geometrici

Lo scafo era concepito come un guscio conformato dall'esterno, e la sua forma era data principalmente dal profilo, ottenuto da chiglia, ruote e dritti, o dalla forma del fondo piatto, raccordato con la sezione maestra mediante regole o metodi con cui ottenere la forma ritenuta più adatta. Con una barca di piccole dimensioni, la forma di una tavola piegata e usata come un curvilineo poteva bastare per determinare e realizzare quei raccordi, ma, con l'aumento delle dimensioni dell'imbarcazione, si rese necessario razionalizzare il procedimento, in modo da poter ripetere o ideare ex novo le forme volute e controllarne l'esecuzione in modo autonomo, senza dover prendere tutte le misure di una barca già esistente. Ad esempio per realizzare la forma del fondo della nave di Cheope, di circa 40 m, fatto di tavole di oltre 10 m di lunghezza, spesse 10 cm ed accostate di testa, il maestro d'ascia ed i riferimenti di una tavola flessibile piegata non bastavano più: occorreva un architetto che determinasse in anticipo la forma e la posizione delle tavole del fondo lungo tutto il profilo e la forma esatta del bordo superiore della nave. La previsione delle forme, con disegni o modelli, era necessaria, anche perché alcune delle tavole che davano la forma allo scafo dovevano essere tagliate già curve.

Al profilo (determinato con disegno rigoroso) si doveva applicare la forma della sezione maestra, la stessa per tutta la parte centrale dello scafo; questo infatti era, come oggi, concepito in tre parti: un corpo centrale per il carico ed il galleggiamento e le parti alle estremità che raccordano il corpo centrale al profilo. Il corpo centrale, partendo dalla sezione maestra, subisce una rastremazione verso prua e verso poppa, che arriva fino alle sezioni che lo delimitano, che chiamiamo sezioni di riferimento ausiliarie. Questa rastremazione, evidente nel fondo piatto e nel capodibanda, necessita di un controllo preciso, sia in fase di progetto che in fase esecutiva ed è questo un punto fondamentale delle regole dell'architettura navale antica. Nel percorso dalla sezione maestra alle sezioni di riferimento ausiliarie, la forma esterna della curvatura poteva avere degli spostamenti in alto e cambiare l'angolo dalla perpendicolare originaria, in modo da assecondare la variazione di larghezza o la curvatura del fondo piatto, o quella della chiglia. L'andamento delle cinte che delimitavano gli spicchi successivi mediante i quali il guscio dello scafo cresceva, la curva longitudinale del ponte o quella del bolzone, o quella di altri dettagli dovevano essere determinati altrettanto rigorosamente.

La razionalizzazione di questi operatori passava attraverso quella della forma di una tavola piegata come un curvilineo, la combinazione di rami di ellisse e di sinusoide tracciati dalla circonferenza generatrice costruita sulla sezione maestra.

Progetto

La natura di alcuni scafi antichi (da Cheope a Nemi) e di raffigurazioni particolarmente curate (terracotta di Ardea, sculture di scuola Rodia, Fontana della Navicella, Aquileia), nonché le testimonianze epigrafiche e letterarie (Plauto) ci dicono che per la costruzione delle navi antiche di maggiore impegno vi fu una fase progettuale fatta da architetti con disegni e con modelli, che applicavano gli operatori geometrici ricordati. Le costruzioni geometriche qui studiate costituiscono un approccio *a posteriori* a questa problematica: gli architetti navali antichi sono giunti alla determinazione rigorosa delle curve risultanti con metodi che potevano essere diversi da quelli qui usati, ma il risultato e la compatibilità di queste linee con la cultura del tempo ne costituiscono una verifica, confermata da prove modellistiche, disegni al vero e confronti con le pratiche di cantieri rinascimentali e tradizionali del Mediterraneo.

La preparazione di disegni esecutivi dello scafo, per quanto serviva per il controllo della forma, era indispensabile e quindi è chiaro come l'*architectus* avesse disegnato il profilo e forse la pianta, ma aggiungendo a questi i soli riferimenti trasversali della sezione maestra e delle sezioni ausiliarie. A questo schema di massima doveva essere aggiunta la regola per costruire l'andamento delle cinte, o della parte piatta del fondo o di altre tavole di riferimento che seguissero la forma del guscio. Si costruiva così la "gabbia" geometrica in cui si fissavano gli operatori ricordati prima, sulla base della forma e delle fasi costruttive del guscio.

Disegno

Il disegno di questa "gabbia" da parte dell'architetto e da trasferire al *faber,* fu fatto su supporti diversi (papiro, pergamena, ecc.) e con punta di piombo, con l'aiuto di riga, squadra, compasso, compasso rapportatore, curvilineo. Il disegno in scala doveva essere poi riportato alla grandezza naturale, geometricamente (con quadrettatura o con moltiplicazione), o con metodi pratici (regoli, modelli, calcoli), che devono potersi applicare agevolmente in cantiere e con strumenti quali il cordino, curvilineo, filo a piombo ed archipendolo, calibro, oltre a quelli indicati per il disegno.

Archi di circonferenza erano disegnati col compasso o con un cordino.

Per lo sviluppo ellittico (non ovvio: molti anfiteatri sono ellissoidali) e sinusoidale è pratico pensare allo "stiramento" di un cerchio con l'uso di un regolo a quarto di circonferenza suddiviso in segmenti equidistanti perpendicolari alla mezzeria o in angoli uguali per la sinusoide, da riportare in scala naturale, per poi controllare fisicamente la curva ottenuta, con listelli flessibili o con l'occhio dell'architetto. Questa costruzione ellittica si trova nei trattati degli architetti inglesi e tedeschi dal Cinquecento in poi, per disegnare l'entasi delle colonne e l'origine può farsi risalire all'opera del Serlio, ma in genere i nostri architetti del Rinascimento non la usarono. Per l'uso dell'ellisse nell'architettura navale abbiamo alcune vaghe citazioni nei trattati sei e settecenteschi prima dell'impiego ottocentesco del ramo di parabola, ma nei nostri cantieri tradizionali ritroviamo ancora l'antico ellisse con l'utilizzo del *garbo*, in alcune sue varianti, come il *murriuni* trapanese.

La costruzione sinusoidale come trasposizione dell'elica sul piano è da confermare per l'antichità e compare, frazionata, nella trattatistica navale veneziana dal Quattrocento in poi; questi metodi grafici furono sostituiti in parte, nel Medioevo, dalla regola di restringimento in progressione aritmetica, il cui limite, per un alto numero di intervalli, si approssima alla costruzione ellittica.

È dubbio l'uso della catenaria per la curvatura longitudinale del ponte; nel Medioevo la si otteneva con un cavo allentato, come facevano i Greci per disegnare la curvatura dello stilobate e dell'architrave dei templi, ma l'esperienza dei cantieri tradizionali ed il rilievo di alcune navi antiche la farebbero escludere, a favore di una tavola piegata.

Si esclude per l'antichità l'uso della parabola, come tale o come figura d'inviluppo.

Queste considerazioni necessitano di verifiche, ma comunque ora sappiamo quali siano state le linee guida della progettazione e del controllo delle forme degli scafi antichi, concettualmente simili a quello usate nel Rinascimento e nelle tradizioni orali recenti, che però paiono averle frazionate in applicazioni settoriali. Con l'avvento della progettazione moderna a sezioni ortogonali, questo approccio fu dimenticato e solo la ricerca archeologica navale ed etnografica ne è venuto a capo.

Bibliografia essenziale

Quanto qui proposto è il risultato dello sviluppo delle ricerche e verifiche fatte dopo il 1995 (costruzione ellittica e sinusoidale dalla stessa circonferenza generatrice), ora si vuole fornire un quadro completo della progettazione e realizzazione delle forme degli scafi antichi. Gli aggiornamenti principali sono dati dai contributi a Navi di legno, 1997, *e dal mio* Un sogno ellenistico: le navi di Nemi, 2003*, per il resto ho voluto basarmi sull'esperienza diretta di rilievo, disegno, ricerca delle fonti orali tradizionali e verifiche sia modellistiche che al vero. Prima del Convegno intendo approfondire il tipo di costruzione dell'ellisse da parte degli architetti del Rinascimento, per verificare quanto la loro cultura fosse distante da quella dei cantieri tradizionali, a meno di improbabili travasi. Ho voluto affrontare in termini generali il problema della collocazione culturale delle costruzioni usate nei cantieri di ambito ellenistico.*

M. Bonino, 1995, *Un metodo geometrico per la conformazione degli scafi papiriformi egizi,* Atti del Congresso *Matematica, Arte e Tecnica nella Storia*, *In memoria di T. Viola* Torino, Foligno, L'Arquata 2005.

M. Bonino, 1997, *Geometrie in ambiente etrusco, e verifiche della tecnica di conformazione dei bronzetti sardi per mezzo di listelli piegati.*

M. Bonino, 1998, *Metodi di conformazione degli scafi tradizionali in Italia,* in M. Marzari (curatore) *Navi di legno* , Grado, pp. 245 – 254.

M. Bonino, 2003, *Un sogno ellenistico, le navi di Nemi,* Pisa.

C. Boyer, 1998, *Storia della matematica*, Milano.

A. Chiggiato, 1991, *Contenuti delle architetture navali antiche,* in "Ateneo Veneto", CLXXVII, pp. 141, 211.

A. M. Ciarallo, E. de Carolis (curatori), 1999, *Homo faber,* Milano, sopr. le pp. 221 sgg, 233 sgg., 304 sgg. e successivi approfondimenti sulle linee degli orologi solari.

L. Crema, 1959, *L'architettura romana,* Torino, p. 65 sgg. anfiteatri come ellissoidi.

L. Cresci, 1998, *Le curve celebri . . .*, Padova e siti internet ivi citati (*special planes curves; curves, history*).

B. Landstroem, 1970, *Ships of the Pharaos,* Stockholm, pp. 26-34,Cheope, 90, Sesostri.

L. Linotti, 1819, *Sull'origine di alcune curve che si usano nella costruzione dei bastimenti da guerra . . .,* in *Opuscoli scientifici,* Tomo III, fascicolo IV, Bologna.

Lipke, 1985,

M. Marzari, 1997, *L'arte della progettazione e della costruzione navale a Trieste tra il XVIII e il XIX secolo,* in M. Marzari (curatore) *Navi di legno* , Grado, pp. 181-191.

D. Mertens, 1984, *Der Tempel von Segesta und die dorische Tempelbaukunst des griechischen Westens in klassischer Zeit,* Mainz.

A. Russo, 2001, *La rivoluzione dimenticata,* Milano, pp. 62-66, esclude curve diverse dai segmenti ed archi di circonferenza.

A. F. Stewart, 2001, *Architettura,* in *Storia della Scienza,* Ist. Treccani, Roma, Vol. I, p 959, Fig. 6. curvatura di stilobate ed architrave dei templi greci classici.

Per il Rinascimento, riguardo ai trattatisti architettonici:

E. Concina, 1991, *Navis, l'umanesimo del mare,* Torino.

H. Millon, V. Magnano Lampugnani (curatori), 1994, *Rinascimento da Brunelleschi a Michelangelo, la rappresentazione dell'architettura,* Milano, contributi: H. Guenther, *La rinascita dell'antichità,* pp. 259 – 305, O. M. Ungers, *"Ordo, pondo et mensura" Ordo, pondo et mensura a capo: criteri architettonici del Rinascimento,* pp. 306 – 317.

B. Evers, Chr. Thoenes, (curatori), 2003, *Teoria dell'archiettura, 117 trattati dal Rinascimento ad oggi,* Koeln, per le opere di: John Shute, A. Dürer, Hans Blum, Wendel Dietterlin, S. Serlio.

Tra teoria e sperimentazione: la deviazione dei gravi e la rotazione della terra

MARIA TERESA BORGATO
Dipartimento di Matematica, Università di Ferrara
bor@dns.unife.it

La teoria della deviazione dei gravi, che si è sviluppata per approssimazioni successive, attraversò un fase cruciale alla fine del Settecento, in connessione con le ricerche di una prova sperimentale della rotazione della Terra. Nel periodo dal 1789 al 1805 numerosi esperimenti ed un intenso dibattito scientifico ebbero luogo in Italia, con la partecipazione di matematici ed astronomi di varie città: Giambattista Guglielmini, Teodoro Bonati, Girolamo Saladini, Giuseppe Calandrelli, Sebastiano Canterzani, Ignazio Michelotti, Antonio Tadini e altri ancora. Guglielmini fu l'ideatore di un esperimento che si basava sulla misura della deviazione verso est, rispetto alla verticale del filo a piombo, di un grave in caduta libera. L'esperimento, inizialmente progettato nella basilica di S. Pietro a Roma, era stato realizzato da Guglielmini nella Torre degli Asinelli a Bologna nel 1791, e ripreso da altri scienziati a Roma, Torino, Novara, Bergamo.

Da una iniziale teoria semplificata, in cui la gravità è supposta costante e diretta secondo la verticale, si passa nei lavori di Gugliemini e Bonati a considerare anche la deviazione meridionale, tenendo conto della superficie sferica della Terra e del piano diametrale del moto. La incongruenza tra l'entità di questa deviazione, e i dati sperimentali (Calandrelli) porta quindi a scoprire anche la deviazione del filo a piombo, rispetto alla direzione del raggio terrestre. A questo dibattito partecipa anche Saladini, che dedica alla deviazione meridionale tre lavori, e perviene a dimostrare la compensazione dei due spostamenti, anche nel caso di terra sferoidale. Considerata anche la resistenza del mezzo, egli ricava una deviazione meridionale nulla nel vuoto, piccola ma non trascurabile nell'aria. Di particolare importanza, anche se non privi di qualche errore, i lavori sulle deviazioni orientale e meridionale di Tadini, che utilizza il calcolo differenziale pervenendo agli stessi risultati di Laplace: l'entità della deviazione orientale è ridotta di un terzo e la deviazione meridionale risulta trascurabile, anche nell'aria.

Le ricerche si spostano poi in Francia e in Germania, attraverso le notizie diffuse da Lalande e le corrispondenze tra gli astronomi: nuovi esperimenti vengono condotti da Benzenberg ad Amburgo, col metodo di Guglielmini. Nel dibattito tra Olbers e Gauss riemergono difficoltà già espresse in quello Guglielmini-Bonati. Nuove teorie, sviluppate col metodo analitico lagrangiano, sono contenute nel lavori di Lapalace e Gauss (1803, 1804); Gauss in particolare utilizza un sistema di riferimento rotante mettendo in evidenza la forza di accelerazione complementare.

L'esperimento di Guglielmini è tornato di attualità durante quest'anno 2005 dedicato alla fisica, e una sua nuova dimostrazione è stata proposta a Bologna, nella stessa torre degli Asinelli in cui fu realizzato più di duecento anni fa.

Bibliografia essenziale

Maria Teresa BORGATO, *La prova fisica della rotazione della Terra e l'esperimento di Gugliemini*, in: *Copernico e la questione copernicana in Italia*, a cura di L. Pepe, Firenze, Olschki, 1996, pp. 201-261.

Alessandra FIOCCA, *The Southern Deviation of Freely Falling Bodies: from Robert Hooke's Hypothesis to Edwin H. Hall's Experiment (1679-1902),* «Physis», vol. XXXV (1998), n.s., fasc. 1, pp. 51-83.

Jacques GAPAILLARD, *Le mouvement de la Terre, la détection de sa rotation par la chute des corps*, «Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences», 25 (1988), pp. 189-233.

Giambattista GUGLIELMINI, *Carteggio:De Diurno Terrae Motu*, a cura di M. T. Borgato, A. Fiocca, Firenze, Olschki, 1994.

Placido Tardy e la sua corrispondenza con Luigi Cremona: un progetto di ricerca

CINZIA CERRONI, GIUSEPPINA FENAROLI
Università degli Studi di Palermo, Università degli Studi di Genova
cerroni@math.unipa.it, fenaroli@dima.unige.it

Placido Tardy (Messina 1816 - Firenze 1914), pur non essendo un matematico di prima grandezza, ha avuto un ruolo fondamentale nella prima fase di formazione della Scuola Matematica Italiana a cavallo del 1860. I suoi ricchi carteggi con Genocchi, Brioschi, Betti, Cremona e Casorati sono stati solo in minima parte editi o utilizzati nel determinare la Storia della Matematica "Risorgimentale" Italiana.
Tardy, esule per motivi politici dalla Sicilia nel 1848, fu professore all'Università di Genova dal 1851 e strinse relazioni cordiali e matematicamente produttive soprattutto con Genocchi, Betti e Novi.
La sua vastissima corrispondenza è conservata presso la Biblioteca Universitaria di Genova nella Cassetta Loria. Consiste in 784 lettere ed una prima catalogazione è disponibile in rete presso il sito dell'Università di Genova.
Il suo ruolo nell'ambito della comunità matematica italiana emerge ad esempio dalle lettere scambiate con Betti a proposito dell'organizzazione del famoso viaggio di Betti, Brioschi e Casorati in Europa nel 1858. In particolare, Tardy fu uno dei principali collegamenti del giovanissimo Cremona (che dopo la partecipazione alla guerra di Indipendenza del 1848-49 aveva trovato rifugio proprio a Genova dove tra l'altro aveva conosciuto sua moglie E. Ferrari) con l'ambiente matematico italiano ed europeo.
L'esame ed eventualmente la pubblicazione del carteggio Tardy ed in particolare quello con Luigi Cremona (74 lettere) costituirebbe quindi un importante contributo alla conoscenza della formazione della Scuola Matematica Italiana. In questa comunicazione si darà notizia dei risultati ottenuti da un primo esame della detta corrispondenza Tardy-Cremona.

Bibliografia essenziale

Bottazzini U., *Và pensiero. Immagini della matematica nell'Italia dell'Ottocento*. Il Mulino. 1994.
Garibaldi A.C., *Sui rapporti tra Angelo Genocchi e Placido Tardy* in "Angelo Genocchi e i suoi interlocutori scientifici. Contributi dell'epistolario", a cura di A. Conte e L. Giacardi, Torino, Deputazione subalpina di storia patria, 1991, pp. 281-292.
Loria G., *Commemorazione del Socio Placido Tardy*, Rend. della Reale Accademia Nazionale dei Lincei. (5) 24, 1915.pp. 505-531

L'archivio di Guglielmo Libri dalla sua dispersione ai fondi della Biblioteca Moreniana

ANDREA DEL CENTINA, ALESSANDRA FIOCCA
Dipartimento di Matematica, Università di Ferrara
cen@dns.unife.it, fio@dns.unife.it

Guglielmo Libri è una delle figure principali della cultura europea della prima metà dell'ottocento. La sua complessa e poliedrica personalità: matematico, storico, patriota, giornalista, divulgatore della scienza, coltissimo uomo di lettere, collezionista e commerciante di libri antichi e molto altro nel bene e nel male, ha da sempre attratto l'attenzione degli studiosi. Si contano varie sue biografie scritte a distanza di anni tra il 1879 e il 1995, l'ultima delle quali, assai estesa, è pubblicata in lingua inglese (Maccioni Ruju e Mostert 1995) a testimonianza di un interesse che va ben al di là dei confini nazionali. Oltre ad allestire una delle più vaste e ricche biblioteche private d'Europa, dispersa a Londra in una serie di vendite all'asta tra il 1859 e il 1864, Guglielmo Libri raccolse

anche un vastissimo archivio, comprendente documenti della sua antica famiglia, ma anche centinaia di lettere di scienziati, storici, letterati, uomini politici con i quali fu in contatto e manoscritti scientifici di alto interesse storico che solo in parte confluirono nella vendita dei manoscritti avvenuta nel 1859. Se della sua biblioteca si sa molto attraverso i cataloghi delle aste da lui stesso redatti, dotandoli di ampie introduzioni in francese ed inglese e di dottissime note che ne fanno veri e propri strumenti bibliografici, non altrettanto è dell'archivio del quale lasciò solo qualche elenco incompleto di lettere, ma nessun catalogo o inventario.
Le biografie di Guglielmo Libri, anche la più recente ed estesa di Alessandra Maccioni-Rujo e Carlo Monstert del 1995, non hanno chiarito gli eventi legati alla dispersione dell'archivio del Libri. Un forte contributo alla loro comprensione è venuto nel 1997 grazie allo studio di Rita Cervigni Troncone sulla Biblioteca del conte Giacomo Manzoni, uno degli esecutori testamentari del Libri, e alle prime ricerche nell'Archivio comunale di Lugo sul fondo dell'avvocato Giuseppe Seganti che acquisì le carte Manzoni depositate nella villa di Frascata.
Ulteriori studi, approfondimenti e correlazioni tra il materiale di vari fondi ci hanno permesso di fare piena luce su quegli avvenimenti e svelare alcuni aspetti dell'ultimo anno di vita di Guglielmo Libri che, se non ignorati, sono stati trascurati dai suoi biografi. I risultati del nostro lavoro sono confluiti nel volume *L'Archivio di Guglielmo Libri dalla sua dispersione ai fondi della Biblioteca Moreniana*, n. 32 della Collana "Cultura e Memoria" della Provincia di Firenze, che si compone di due parti distinte: la prima a cura di Del Centina e Fiocca è dedicata, appunto, a far luce sulle vicende dell'ultimo anno di vita del Libri e alla descrizione dettagliata dei modi e dei tempi della dispersione del suo archivio, la seconda è costituita dal Catalogo del fondo *Carte Libri* recentemente acquisito dalla Provincia, redatto da Giunia Adini e Maria Luisa Tanganelli secondo moderne regole scientifiche.

Bibliografia

V. ARRIGHI, *Le carte Libri della biblioteca provinciale Moreniana*, «Rassegna Storica Toscana», XXVIII, 1983, pp.115-131.

V. BRUN, *Découverte d'un manuscript d'Abel*, «Rev. Hist. Des Sciences», VIII (2) 1955, pp. 103-106

G. CANDIDO, *Il fondo "Palagi-Libri" della Biblioteca Moreniana di Firenze*, in Atti del II° Congresso della Unione Matematica Italiana, Cremonese, 1941, pp. 841-885

R. CERVIGNI TRONCONE, *La biblioteca Manzoni e i suoi cataloghi: prime ricerche*, «Archivio della Soc. Romana di Storia Patria», 120, 1997, pp. 259-302

R. CERVIGNI TRONCONE., *Giacomo Manzoni: un esilio bibliografico*, in: *Giacomo Manzoni. Studi, passioni e vita pubblica di un lughese nell'Italia dell'Ottocento*, a cura di A. Pirazzini, Edit Faenza, 1999, pp. 85-207

A. DEL CENTINA, *Abel's manuscripts in the Libri collection: their history and their fate*, in: *Il manoscritto parigino di Abel conservato nella Biblioteca Moreniana di Firenze* (both Italian and English), a cura di A. Del Centina, Olschki, Firenze, 2002, pp. 87–103.

A. DEL CENTINA, *Letters of Sophie Germain preserved in Florence*, «Historia Mathematica», 32, 2005, pp. 60-75.

A. DEL CENTINA-A. FIOCCA, *L'Archivio di Guglielmo Libri dalla sua dispersione ai fondi della Biblioteca Moreniana*, con il *Catalogo del fondo Carte Libri* a cura di Giunia Adini e Maria Luisa Tanganelli, n. 32 della collana "Cultura e Memoria", Firenze, Olschki, 2004, pp. 407.

G. FUMAGALLI, *Guglielmo Libri*, a cura di B. Maracchi Biagiarelli, Firenze, Olschki, 1963

S. GIUNTINI, *Le carte Libri conservate nella biblioteca Moreniana di Firenze*, in Atti del Convegno "Pietro Riccardi (1828-1898) e la storiografia delle matematiche in Italia" Modena 16-18 marzo 1987, Bologna, Tecnoprint, 1989, pp. 239-253

I. GRATTANN-GUINNESS, *Note sur les manuscrits de Libri conservés à Florence*, «Rev. Hist. Des Sciences», 37, 1984, pp. 75-76

P. A. MACCIONI RUJU & M. MOSTERT, *The life of Guglielmo Libri (1802-1869), scientist, patriot, scholar, journalist and thief: a nineteenth-century story*, Hilversum, Verloren Publisher, 1995.

A. PROCISSI, *Sopra una questione di teoria dei numeri di Guglielmo Libri ed una lettera inedita di Agostino Cauchy*, «Bolletino Un. Mat. It. » Serie III, 2, 1947 pp. 46-51

La fisiologia *more geometrico demonstrata* di Etienne Jules Marey (1830-1904)

LIBORIO DIBATTISTA
Seminario di Storia della Scienza, Università di Bari
labldiba@tin.it

Nello sviluppo storico della fisiologia francese dell'Ottocento, il caso di E. J. Marey costituisce una evidente anomalia, in relazione alle tematiche affrontate, ai metodi utilizzati, alla mentalità generale che sottende i suoi lavori.

Il programma di ricerca inaugurato da Xavier Bichat con le sue *Recherches* e perseguito da François Magendie prima e da Pierre Flourens poi, su quella che sarebbe stata la cattedra di Marey al Collège de France, la Storia Naturale dei Corpi Organizzati, riconosceva nell'anatomia comparata, nella vivisezione e nelle ricerche sul sistema nervoso, metodi e temi principali di uno studio tendente a delucidare le caratteristiche del vivente.

In questo vasto programma di ricerca, il posto riservato alla matematizzazione della disciplina era più che altro un'ideale "regolativo": come affermava Claude Bernard,

> Si en biologie on veut arriver à connaître les lois de la vie, il faut donc non seulement observer et constater les phénomènes vitaux, mais de plus il faut fixer numériquement les relations d'intensité dans lesquelles ils sont les uns par rapport aux autres. Cette application des mathématiques aux phénomènes naturels est le but de toute science, parce que l'expression de la loi des phénomènes doit toujours être mathématique.

In realtà dopo poche righe, negando che questo *desideratum* potesse essere di imminente realizzazione da parte della biologia, Claude Bernard si riportava ancora sulle posizioni di Comte che si era espresso contro l'imperialismo delle matematiche: «i puri geometri, per il fatto stesso che la loro scienza costituisce realmente la base preliminare indispensabile di tutta la filosofia naturale, devono essere in generale portati ad invadere il dominio delle altre scienze fondamentali che gli sembrano comunemente subalterne…lo studio dei corpi viventi respinge direttamente qualsiasi uso dei procedimenti matematici…a causa della loro molteplicità inestricabile».

Per Marey, invece, l'approccio alla fisiologia non poteva essere più diverso.

Intanto, la vivisezione non costituisce per lui via maestra alla scienza. Il passo successivo, *pars construens* dell'epistemologia mareysiana, è la dichiarazione di ciò che costituisce l'oggetto di studio del fisiologo: il movimento, e se l'essenza del vivente è il movimento, scopo della fisiologia è l'esplicitazione delle condizioni, della struttura e dei gradi di libertà di ogni forma di movimento vitale, che non è solo la locomozione che è movimento esteriorizzato, o la circolazione del sangue e la respirazione che sono movimenti interni, ma anche - aristotelicamente - ogni cambiamento di stato, come la temperatura o la trasformazione chimica degli alimenti. Per l'ottenimento di questo obiettivo Marey proporrà una metodologia *ad hoc*: per giungere alla comprensione del movimento è necessario che esso venga reso legge biologica, cioè matematizzata attraverso l'applicazione di un primo momento analitico tendente a scomporre il fenomeno vitale (sempre cinetico) nelle sue più minute componenti, misurate in durata e intensità; in un secondo momento sintetico procedente grazie alla modellizzazione del fenomeno ed alla sua riproduzione schematica, infine all'enunciazione della legge, mutuata sui modelli fisico-chimici, che ne esprime tutte le caratteristiche.

La difficoltà propria dello studio del vivente è, in particolare, dovuta a due ordini di motivi:

1. alla complessità ed alla rapidità dei moti vitali, condizioni che li rendono inaccessibili, vista l'insufficienza dei sensi umani
2. alla mancanza di univocità del linguaggio che l'uomo usa per comunicare le conoscenze acquisite.

Queste due ragioni creano un ostacolo significativo sia all'acquisizione di conoscenza che alla sua comunicazione, sono cioè di fatto ostative alla costituzione della disciplina come scienza.

La dinamica del vivente, però, è suscettibile di essere *registrata graficamente*. E questa possibilità consente di aggirare le barriere costituite sia dall'insufficienza dei sensi che dalla babele del linguaggio. Infatti, poiché ciò che si registra è sempre uno spazio percorso in un certo tempo,

abbiamo la possibilità di dilatare il tempo quanto è necessario per rendere descrivibile il movimento che sfuggiva ai nostri sensi. Inoltre, possiamo scomporre ogni moto complesso in tutte le sue componenti vettoriali sino a ridurlo alle forme più semplici. E questa descrizione è suscettibile di misura “squadra e compasso”, matematizzabile, commensurabile, rappresentabile in uno spazio cartesiano.
Questa rappresentazione, poi, non ha bisogno di commento “parlato”. Essa è autoevidente, indipendente sia dalla lingua madre dello scienziato, sia dal suo retroterra culturale e filosofico.
Così, la fisiologia diventa sorella di tutte le altre scienze, grazie all’unicità del metodo. Sul terreno della sperimentazione rigorosa, tutte le scienze si tendono la mano; qualunque sia l’oggetto dei loro studi, che si misuri una forza, un movimento, uno stato elettrico o una temperatura, che si tratti di fisici, chimici o fisiologi, tutti devono ricorrere allo stesso metodo ed impiegare gli stessi strumenti.
Di questo impianto concettuale, che distingue – come dicevamo – il metodo e l’oggetto della ricerca di Marey da quelli suoi predecessori, una proposta genetica può rinvenirsi nel suggerimento di H. Savonnet, primo fra i tanti biografi del fisiologo di Beaune a riportare profeticamente una presenza del diciannovenne Marey all’inaugurazione del monumento dal suo illustre concittadino Gaspard Monge.
Conseguito nel 1849 il baccalaureato a Digione, Marey avrebbe desiderato iscriversi all’Ecole Polytechnique e diventare ingegnere, ma, stando ai suoi biografi, fu costretto dal padre a iscriversi a medicina. Per questa passione originaria, pur assecondando i voleri paterni, sarebbe diventato il Monge della fisiologia, il primo bio-ingegnere della medicina contemporanea.
Già nei capitoli introduttivi de *La méthode graphique* i rapporti fra i pesi degli organi in relazione allo sviluppo staturale dell’animale vengono messi in grafico e paragonati alle portanze dei ponti in dipendenza della loro composizione percentuale in legno, piombo, ferro, ghisa, in una visione di ingegneria anatomica che ha le sue radici più nell’École du Génie di Mezières – dove Monge aveva risolto il problema del profilo delle fortificazioni, primo passo verso la costituzione della geometria descrittiva – che nell’École de Médecine di Parigi.
Positivista duro e puro, molto più ortodosso nel suo riduzionismo materialista dei più famosi Bernard e Pasteur, Marey si impegnò così, attraverso la geometria descrittiva del movimento, a spiegare con le leggi della fisica e della chimica il mistero della vita.
Da questo punto di vista, nella classificazione che H. Poincaré ipotizza per i matematici in due grandi categorie – gli analisti preoccupati soprattutto del rigore logico (Méray, Weierstrass, Kovalewski) e i geometri che non creano nuovi concetti se non associandoli a delle immagini concrete (Klein, Joseph Bertrand, Riemann) – Marey rientra a pieno titolo nella seconda categoria composta appunto da discepoli di Gaspard Monge.
Nella descrizione di uno dei sui biografi, Marey è a lungo rimasto un Vaucanson della biologia, un bricoleur ostinato, inventore misconosciuto e precursore dimenticato. Così, questo ingegnere-fisiologo, sottostimato dai dizionari, assente dal corpus dell’Encyclopaedia Universalis, non è riuscito a issarsi a livello di prestigio al quale la storia della scienza ha posto Claude Bernard e Louis Pasteur. Una disamina storica più attenta consente di affermare che la fisiologia ed in generale la medicina sono debitrici a Marey proprio della geometrizzazione dell’oggetto del loro studio. Dal lavoro di Marey e di coloro che al suo Istituto fecero riferimento è venuto il lascito alla medicina contemporanea di un *imaging* diagnostico che, attraverso la produzione di tracciati, grafici, immagini, e della loro conseguente digitalizzazione, ha estenuato l’oggetto della clinica, il paziente-uomo, in una serie di *reports* oggettivi, analizzabili “squadra e compasso”, sintetizzabili in leggi espresse in formule, rendendo così alla medicina stessa l’ambivalente servigio di guadagnarne la scientificità disciplinare perdendone il suo oggetto primitivo: “questo” uomo malato nella sua integrità esistenziale.

L'archivio di Domenico Chelini

MARIA ROSARIA ENEA, ROMANO GATTO
Dipartimento di Matematica, Università della Basilicata
enea@unibas.it, gatto@unibas.it

Domenico Chelini (1802-1878), sacerdote dell'ordine degli Scolopi e matematico autodidatta, fu uno dei pochissimi professori ad essere espulso dall'università quando nel 1860, a seguito dell'annessione all'Italia di gran parte dello Stato pontificio, fu imposto ai professori dell'Università di giurare fedeltà alla patria. Le vicende relative a questo avvenimento sono state narrate da Luciano Carbone Romano Gatto e Franco Palladino nell'Introduzione a *L'epistolario Cremona-Genocchi (1860-1886)*. In breve, il 24 maggio 1860 Chelini fu rimosso dalla cattedra di Meccanica e Idraulica dell'Università di Bologna, cattedra che teneva dal 1851, perché si era astenuto dal partecipare alla funzione religiosa della festa dello statuto. Questo provvedimento suscitò impressione e reazioni nell'ambiente bolognese e soprattutto nella comunità dei matematici italiani, e forse anche grazie alle pressioni da essi esercitate il 5 novembre dello stesso anno Chelini fu reintegrato nella cattedra di Meccanica razionale con un provvedimento che lo nominava professore straordinario senza limiti di tempo e senza obbligo di giuramento e con lo stesso stipendio fino ad allora goduto. Nell'ottobre del 1863, però, un nuovo provvedimento riduceva la durata della sua nomina al solo anno accademico che andava a cominciare. Chelini fu sul punto di dimettersi e solo una lettera personale del ministro Michele Amari lo convinse a desistere dal suo intento. Ma un anno dopo (1864), il ministero gli chiese di prestare giuramento, Chelini rifiutò e, il 18 dicembre fu definitivamente destituito. Nel 1867 gli fu conferita la cattedra di Meccanica razionale presso la Pontificia Università di Roma, ma, nel 1871, quando Roma divenne capitale d'Italia, essendogli stato imposto di nuovo imposto il giuramento, rifiutò e fu definitivamente espulso dall'università italiana.
L'epistolario citato, insieme a quello Cremona-Betti ha messo in evidenza di quanta sincera stima e amicizia Chelini fosse circondato. Veniva apprezzato soprattutto per le sue doti di insegnante e per i suoi contributi a fare conoscere in Italia procedimenti allora poco noti di geometria analitica e di meccanica.
Recentemente abbiamo ritrovato nell'Archivio Generale delle Scuole Pie (AGSP) presso la Casa Generalizia dei Padri Scolopi a Roma, l'Archivio Chelini: lettere, documenti, attestati, manoscritti, memorie ed altro materiale, quale l'elenco redatto di suo pugno dei libri della ricca biblioteca che egli era andata via via formando (e che oggi è confluita nella biblioteca dell'Istituto Nazareno di Roma). Si tratta di un materiale cospicuo stipato, senza alcun criterio, in 6 grossi faldoni così classificati e descritti in una nota archivistica dell'AGSP:

Reg. L-Sc. N. 324

1) Elementi di Matematica
2) Parte 2ª Aritmetica universale o Algebra
3) Geometria infinitesimale
4) Miscellanea n. 2, 3.

Reg. L-Sc. N. 325

1) Elementi di Matematica
2) Elementi di Matematica Libro II. Geometria elementare
3) Elementi di Matematica. Parte I, II. Geometria elementare 3ª
4) Cinematica
5) Dimostrazioni di G. Lejeune Dirichlet
6) Dimostrazione…. Equazione di 1° grado (I, II, III, IV)
7) Nota sulla teoria dell'illuminazione (Richelot)

Reg. L-Sc. N. 326

1) Memorie diverse degli anni: 1860, 1865, 1866, 1866 (memoria 2ª, 1867, 1868, 1869, (copia n. 3), 1870, 1871, 1873, 1874-75, 1876, 1877.
2) Cose relative alla Meccanica.

3) Titolo dell'Accademia dei Lincei

Reg. L-Sc. N. 327

1) Principi di calcolo infinitesimale e Miscellanee (I)
2) Geometria sintetica e analitica (fogli)
3) Trigonometria Rolliliana
4) Funzioni circolari
5) Massimi e minimi
6) R.A. dei Lincei: Sul movimento per una linea del 2° ordine (stampa)
7) Dinamica e idraulica
8) Fisica
9) Lavoro diretto al Chelini
10) Trigonometria sferica
11) Iscrizione scolastica 1869-1870
12) Alligazioni
13) Miscellanea di brutte copie

Reg. L-Sc. N. 328

1) Trattati o temi di Geometria
2) Problemi
3) Regola dei segni di Descartes
4) Linee di 2 ordine
5) Fogli relativi alla geometria elementare
6) Applicazioni dell'Algebra alla Geometria 2° Cartolaro
7) Nota sulle superficie di 2° ordine
8) Sopra una legge di corrispondenza dei sistemi geometrici
9) Geometria superiore. Parte 2ª
10) Storia
11) Teoria dei movimenti geometrici
12) Varia
13) Silva rerum

Reg. L-Sc. N. 329

1) Lettere, onori, attestazioni delle Accademie, notizie biografiche
2) Questioni del giuramento
3) In funere….Chelini
4) Donativi per il monumento

Questo indice non dà minimamente l'idea di ciò che effettivamente è contenuto in detti faldoni. Attualmente stiamo lavorando anche ad un riordino di tutto questo materiale che così come emerge si presenta non è direttamente utilizzabile.

L'epistolario è costituito da circa 300 lettere soprattutto di matematici italiani, tra i quali emergono per consistenza ed importanza quello di Eugenio Beltrami (64 lettere), di Luigi Cremona (32 lettere) e di Ferdinando Ruffini (28 lettere). Si tratta di lettere che permettono di far luce su avvenimenti più o meno noti che talvolta segnarono tappe importanti della vita scientifica di quel tempo. In particolare l'epistolario Beltrami, che oltre ad avere una sua precisa valenza scientifica, data la rilevanza di alcune discussioni tra i due corrispondenti, consente di conoscere fatti della vita del Beltrami e aspetti del suo carattere del tutto inediti anche in rapporto ad altri matematici del tempo.

Ma anche gli epistolari di minore consistenza presentano talvolta risvolti assai interessanti. È il caso delle lettere del Tortolini, che, oltre a farci conoscere cose affatto note della vicenda personale del Chelini, rivelano anche fatti sconosciuti relativi alla crisi degli *Annali di Matematica* prima che fossero rifondati a Milano da Brioschi e Cremona. Le tre lettere di Genocchi, d'altra parte, danno notizie delle vicende legate alla tentata fusione dell'Accademia dei XL con quella dei Lincei e del ruolo che vi ebbe Brioschi che per l'occasione si trovò contro quasi tutta la comunità matematica italiana.

Bibliografia

E. Beltrami, *Della vita e delle opere di Domenico Chelini*, in *In memoriam Dominici Chelini. Collectanea Mathematica nunc primum edita cura et studio L. Cremona et E. Beltrami*, Mediolani, Neapoli, Pisis, Hoepli, 1881.

U. Bottazzini, *Brioschi e gli Annali di Matematica*, in G.G. Lacaita-A. Silvestri (curatori), *Francesco Brioschi e il suo tempo (1842-1897)*, I. Saggi, pp. 71-84.

A. Conte, L. Giacardi (curatori), *Angelo Genocchi e i suoi interlocutori sicentifici. Contributo dall'epistolario*, Torino Deputazione Subalpina di Storia Patria, 1991.

L. Cremona, *Domenico Chelini. Cenno necrologico*, "Atti della regia Accedemia dei Lincei. Transeunti", s. III (1879), pp. 54-56 e "Bulletin de sciences mathématiques et astronomiques", s. II, t. III (1879), pp. 228-232

L. Carbone, R. Gatto, F. Palladino, *L'epistolario Cremna-Ganocchi (1860-18886). La costituzione di una niuova figura di matematica nell'Italia unificata*, Firenze, Olschki, 2001.

R. Gatto, *Lettere di Luigi Cremona a Enrico Betti (1860-1890)*, in M. Menghini (curatrice), *Per l'Archivio della Corrispondenza dei Matematici Italiani. La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)*, v. III, pp. 7-90.

L. Boi, L. Giacardi, R. Tazzioli, *La découverte de la géométrie non euclidienne sur la pseudosphère. Les lettres de Eugenio Beltrami à Joul Hoüel (1868-1881)*, Paris, A. Blanchard, Collection Science dans l'Histoire, 1998.

J.H. Graf, *La correspondance entre Ludwig Schläfli et des Mathématiciens Italiens de son époque*, "Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche", I. *Lettres de D. Chelini à L. Schläfli (1844-1845)*, v. XVII (1915), pp. 36-40.

L. Rossi, U. Bottazzini, *Luigi Cremona*, Dizionario Biografico degli Italiani, Roma, Istituto dell'Enciclopedia Italiana, 1960 - , *ad vocem*.

N. Virgopia, *Eugenio Beltami*, Dizionario Biografico degli Italiani, Roma, Istituto dell'Enciclopedia Italiana, 1960 - , *ad vocem*.

Gauss e la funzione ipergeometrica

GIOVANNI FERRARO
Università del Molise
giovanni.ferraro@unimol.it

Nel 1812 Gauss pubblicò una memoria intitolata *Disquisitiones generales circa seriem infinitam* $1+\frac{\alpha\beta}{1\cdot\gamma}x+\frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1\cdot 2\cdot\gamma(\gamma+1)}xx+\frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\beta(\beta+1)(\beta+2)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)}x^3+etc.$ [1812b] dedicata allo studio della funzione ipergeometrica e di altre due funzioni, la fattoriale e la digamma, strettamente collegate ad essa. Gauss scrisse anche una continuazione di tale memoria, la *Determinatio seriei nostrae per aequationem differentialem secondi ordinis* [WA], che lasciò manoscritta e fu poi pubblicata *Werke*. Altro materiale concernente la funzione ipergeometrica, trovato nei manoscritti di Gauss, fu pubblicato nei *Werke*. Si tratta di bozze di vari articoli (i più interessanti sono contenuti in *Zur Theorie der unendlichen Reihe* $F(\alpha,\beta,\gamma,x)$ [WB] e *Zur Lehre von den Reihen* [WC]) e varie lettere (specialmente la corrispondenza raccolta in [WW, 10: 360-379]).

Il complesso di questo scritti presenta un grande interesse fondazionale. Invero, durante il secolo XVIII, l'analisi aveva per oggetto lo studio delle funzioni intese come espressioni analitiche di certe quantità e solo le funzioni elementari erano accettate come funzioni nel vero senso del termine. Per condurre lo studio tali funzioni fu sviluppata una metodologia formale. Tale metodologia, per lungo tempo, si rilevò fruttifera e produsse una gran mole di risultati. Non mancarono critiche, ma tali critiche si rilevarono improduttive e furono accantonate.

Alla fine del secolo la situazione cambiò e le funzioni elementari divennero insufficienti per lo sviluppo dell'analisi e delle sue applicazioni. Nell'ambito della concezione formale, ci furono tentativi per introdurre nuove quantità trascendenti, ma essi si rilevarono come modeste ed

insoddisfacenti aggiunte alla teoria originale, spesso basate su considerazioni extra-analitiche e prive di adeguata sistemazione: il lavoro di Legendre ne costituisce il tipico esempio.
È in tale situazione che Gauss scrisse i suoi lavori sulla funzione ipergeometrica con il fine dichiarato di introdurre nuove funzioni in analisi. Per Gauss si trattava di raccogliere lo stimolo proveniente da altre discipline, organizzando i risultati già ottenuti in modo da ottenere una teoria realmente analitica – priva, cioè, di principi geometrici -, in cui i nuovi oggetti forniti dalle scienze applicate avessero piena legittimità. Nello stesso tempo, tale teoria doveva essere in grado di favorire la crescita della matematica.
Per fare ciò, Gauss fu costretto a cambiare le nozioni fondamentali dell'analisi. Non fu la necessità del rigore, *per se*, a produrre una nuova matematica; piuttosto, fu la necessità della crescita della matematica che causò una riformulazione dei fondamenti.
Per Gauss, le funzioni non erano espressioni analitiche di quantità ma relazioni tra quantità continue; l'integrale non era un'antiderivata ma un opportuno limite; 'sommare una serie' non significava 'invertire l'operazione di espansione di una funzione, ma 'calcolare il limite delle somme parziali'; il principio di generalità dell'algebra non era valido; l'introduzione di espressione matematiche poteva avvenire solo a seguito di opportune definizioni e valeva entro i limiti di quelle definizioni; i numeri complessi erano legittime entità matematiche poste sullo stesso piano dei reali; l'impiego di quantità infinitesime come veri numeri era inaccettabili e doveva essere sostituito da un coerente uso dei limiti basato sulla tecnica delle disuguaglianze.
Tuttavia Gauss salva un aspetto essenziale della concezione settecentesca: l'analisi come scienza autonoma. Tale idea, anzi, si rafforza e diventa più sofisticata. Gauss, invero, concepisce l'analisi come una teoria che si sviluppava a partire da poche, nozioni, intuitivamente date e per mezzo di altre nozioni effettivamente riducibili alle primitive. Tra le nozioni intuitive, vi era il continuo, che però a un'attenta analisi si rivela sostanzialmente differente dal moderno continuo e null'altro che una versione rivista del continuo settecentesco. Nonostante fosse un continuo numerico, il continuo di Gauss non era riducibile a un insieme di numeri, ma era intuitivamente dato.

Bibliografia

Breger, H.
[1992] Les Continu chez Leibniz. In Salanskis, J.-M. and Sinaceur, H. (Eds.), Le Labyrinthe du Continu, Paris: Springer-Verlag France, 1992, 75-84.
Euler, L.
[OO] *Leonhardi Euleri Opera omnia*. Series I: *Opera mathematica*, Leipzig, Teubner, Zurich, Füssli, Bâle. Birkhäuser, 1911-…. (72 vols. published).
Ferraro, G.
[A] The foundational aspects of Gauss's work on the hypergeometric, factorial and digamma functions, in corso di pubblicazione su *Archive for history of exact sciences*.
[B] Convergence and Formal Manipulation in the Theory of Series from 1730 to 1815, in corso di pubblicazione su *Historia mathematica*.
Fraser, C.
[1989] The Calculus as Algebraic Analysis: Some Observations on Mathematical Analysis in the eighteenth Century, *Archive for history of exact sciences*, 39 (1989): 317-335.
Fuss, P.H. *Correspondance mathématique et physique de quelque célèbres géomètres du XVIIIème siècle,* St.Pétersbourg: Académie impériale des sciences, 1843.
Gray, J.
[1986] *Linear Differential Equations and Group Theory from Reimann to Poicaré*, Boston, Basel: Stuttgart, Birkhäuser, 1986.
Gauss, C.F. [1799] Demonstratio nova theorematis omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel scundi gradus resolvi posse, In [WW, 3: 1-].
[1801] *Disquisitiones Arithmeticae*, Lipsiae: Gerh. Fleischer, 1801. In [*WW*, 1: 1-475].
[1812a] Anzeige der Disquisitiones generales circa seriem infinitam *Göttingische gelehrte Anzeigen*, 10 February 1812. In [WW, 3: 197-202].

[1812b] Disquisitiones generales circa seriem infinitam $1+\frac{\alpha\beta}{1\cdot\gamma}x+\frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1\cdot 2\cdot\gamma(\gamma+1)}xx$ $+\frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\beta(\beta+1)(\beta+2)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)}x^3$+etc. Pars Prior, *Commentationes societatis regiae scientiarum Gottingensis recentiores*, 2 (1813). In [WW, 3:125-162].

[1816] Review of J.C. Schwab, *Commentatio in primum elementorum Euclidis librum, qua veritatem geometriae principiis ontologicis niti evincitur, omnesque prepositions, axiomatum geometricorum loco habitae, demonstrantur* (Stuttgart, 1814) and of Matthias Metternich, *Vollständige Theorie der Parallel-Linien* (Mainz, 1815). *Göttingische gelehrte Anzeigen*, 20 April 1816. In [WW, 8: 170-174].

[1831] Anzeige der Theoria residuorum biquadraticorum. Commentatio secunda, *Göttingische gelehrte Anzeigen*, 23 April 1831. In [*WW*, 2: 169-178].

[1832] Theoria residuorum biquadraticorum. Commentatio secunda, *Commentationes societatis regiae scientiarum Gottingensis recentiores*, 7 (1832). In [*WW*, 2: 93-148].

[WO] De Integratione formulae differentialis $(1+n\cos\psi)^{\nu}\,d\psi$. In [WW, 8:35-64],

[WA] Determinatio seriei nostrae per aequationem differentialem secondi ordinis, in [WW, 3: 207-229].

[WB] Zur Theorie der unendlichen Reihe $F(\alpha,\beta,\gamma,x)$ in [WW, 10, Abt.1: 326-359].

[WC] Zur Lehre von den Reihen in [WW*,* 10, Abt.1, 382-428].

[WD] Zur Metaphysik der Mathematik, in [WW, 12: 57-61].

[WW] *Werke*, Göttingen, Leipzig, and Berlin: Königliche Gesellschaft der Wissenchaften, 1863-1929 (12 vols.).

Schlesinger, L.

[1922-1923] Ueber Gauss' Arbeiten zur Funktionentheorie, in Gauss [WW, 10:2, n.2].

FONDAMENTI TEORICI DELL'AGRIMENSURA PERSIANA NELLA *MAJMU'A N° 169* DI PARIGI

(Giuseppina Ferriello)
giuseppinaferriello@virgilio.it

La *Majmu'a* (Raccolta) *n° 169*, della sezione di manoscritti orientali della Bibliothéque Nationale de France di Parigi include testi in lingua persiana con qualche eccezione in lingua araba su argomenti di carattere scientifico-matematico. I contenuti spaziano dall'astrolabio alle tavole di seni e coseni; dall'algebra al calcolo per la corretta determinazione della *qibla*; dalla metrologia al calcolo delle due false posizioni; dalla geometria al significato cabalistico delle lettere fino alla chironomia.

La miscellanea appartenne a Jean Thévenot (1633 - 1667), dotto viaggiatore, amico e padrino dell'emissario del re Sole nel Vicino Oriente - Françoise Pétis de la Croix - al quale si deve l'importazione in Francia di un interessante manoscritto persiano ispirato al secondo libro della *Meccanica* di Erone, di cui si è argomentato in altra sede.

Particolarmente utili per un primo contatto con la *'elm-e mesahat* (scienza agrimensoria) persiana e per indagare sui rapporti fra i *Codices Artis Mensoriae* latini ed i successivi occidentali sono alcuni lavori di geometria pratica, i quali condividono con gli omologhi occidentali vari contenuti ed il relativo avvicendamento, comprese immagini a corredo degli esercizi. Cronologicamente e per argomenti i codici persiani analizzati si pongono fra la tradizione e l'innovazione elaborata in ambito islamico medievale da studiosi/traduttori.

I manoscritti - tutti anonimi - sono stati compilati in epoche diverse ma, purtroppo, allo stato attuale non sono databili con certezza. In base alla scrittura *nasta*'lîq persiana vergata su carta di tipo orientale, è possibile, in ogni caso, collocare le copie intorno al XVI secolo; mentre, l'esistenza di arcaismi letterari e soprattutto nelle definizioni e nell'espressione di frazioni - assieme allapresenza di specificità di carattere filologico-storico - portano a congetturare una maggiore antichità dei testi capostipiti, sui quali furono elaborate le riproduzioni successivamente pervenute in Francia.

Oltre ad evidenti rimandi alla geometria greca antica, qualche autore espressamente critica i desueti metodi di calcolo «rumi» (greci o latini), di Tolomeo o degli "antichi" in genere; altre volte, vengono illustrati «nuovi» procedimenti da sostituire agli antichi per esattezza dei risultati e per maggiore velocità di calcolo. Insieme alla risoluzione di problemi ed alla elencazione di nozioni generali di metrologia iranica ed irachena, in qualche manoscritto si accenna - direttamente o indirettamente - al corredo professionale del topografo.

Indicazioni sulla costruzione, sul funzionamento e sulle basi teoriche sulle quali si fonda la strumentazione di misura in Iran ed in Iraq erano frequenti. La loro presenza si rinviene già sistematizzata ed espressa in forma critica nel *Kitab Inbat al-Miyyah al-Xafiyyah* (Libro/Trattato l'estrazione delle acque nascoste), un trattato di ingegneria idraulica composto intorno al Mille dal matematico ed ingegnere persiano arabografo Abu Bakr Moḥammad ibn al-Ḥasan ibn al-Ḥuseyn al-Ḥaseb al-Karaji (m. 1017 – 1029). Originario di Karaj, città della regione del Jabal, lo studioso aveva trascorso a Bagdad alcuni anni con l'incarico di ingegnere di ponti, strade e canali; rientrato nella sua città, aveva scritto un trattato che presenta interessanti affinità con quelli occidentali, per esempio il *De Architectura* di Marco Vitruvio Pollione) (G. FERRIELLO, Problemi di Storia della scienza nel tratttato medievale di idraulica del persiano Karaji, in *Oriente Moderno,* nn. 7-12 (luglio - dicembre 1995) pp. 267 - 285). Innovative nel testo dei primi anni dell'XI secolo sono la sezione sul diritto islamico - cui si ricorre per risolvere problemi relativi alle proprietà terriere prossime a pozzi ed a corsi d'acqua - e la sezione dedicata alla topografia, tema correlato all'agrimensura e particolarmente approfondito da Karaji in vari capitoli accompagnati da teoremi con immagini esplicative. L'autore ripartisce le livelle in: preesistenti, adattate e «inventate da me». Appartengono alla prima classe le livelle a tubo - di vetro, di legno o di canna - con le varianti delle estremità chiuse o aperte; della seconda classe fanno parte la livella perpendicolare a triangolo, la livella perpendicolare a forma quadrata, la livella a braccio di bilancia. Le livelle "nuove" a piastra ed a lastra - da utilizzare senza corde e con paline graduate dotate di cursore mobile per il traguardo - furono progettate da Karaji, come egli stesso puntualizza. Insieme ad informazioni sulla costruzione delle livelle nel trattato sono riportati i teoremi sui quali si fonda il corretto funzionamento dei dispositivi topografici. Notevole è il grado di precisione raggiunto nell'ideazione della strumentazione di misura dal matematico persiano, non un oscuro topografo - «a certain Karaji», come scrive Donald Hill in uno dei suoi ultimi lavori - bensì uno dei sapienti che hanno offerto contributi notevoli all'avanzamento delle matematiche.

All'inizio del primo codice di agrimensura (n° VIII) estratto dalla miscellanea persiana di Parigi, l'ignoto autore accenna alla semplice livella a tubo della quale - oltre Karaji - ha scritto pure l'anonimo compilatore del *Kitab al-Ḥawi li-'l-a'mal as-sultaniyya wa rasum al-Ḥisab al-diwaniyya* (Libro per operatori sultaniali per l'applicazione di regole di calcolo [dell'ufficio] del registro) probabilmente risalente all'XI secolo. Del resto, problemi di tipo fiscale e relativi all'agrimensura erano molto frequenti nella regione iranica e la loro risoluzione aveva toccato elevati livelli di specializzazione interessando vari studiosi nel corso del tempo. Più che in ambito arabo, era, infatti, nella stanziale società iranica che trovò applicazione e sviluppo la geometria pratica. Questioni di agrimensura, ancora nel X secolo, erano stati affrontati da Moḥammad ben Moḥammad Yahya ben Isma'il ben al-'Abbas Abu 'l-Wafa' al-Buzjani (I Ramadan/10 giugno 940 - m. 998), il quale fu in diretto contatto Karaji, che ne ereditò il ruolo di primo maestro nella Casa della Sapienza di Baġdâd.

La *Majmu'a n° 169* di Parigi, con i suoi riferimenti antichi e le innovazioni, costituisce un importante tassello che si aggiunge allo studio sulla trasmissione del pensiero tecnico-scientifico fra l'occidente e l'oriente islamico. I suoi contenuti, oltretutto, possono colmare lacune sulla conoscenza delle metodologie operative in uso presso gli operatori impegnati nel settore della misurazione consentire di comparare testi occidentali e persiani utili al topografo collocabili – come i testi formativi in genere – tra il campo teorico ed il pratico.

Con la tangibile dimostrazione di errore dell'asserzione «[…] *The measurement of land, mainly for taxation purposes, was clearly an important function for land surveyors in the Islamic world. Unfortunately, there is no known treatise which gives details of the methods of measuring and recording land surveyes* […]» (DONALD HILL, *Islamic Science and Engineering*, Edinburgh, Edinburg University Press, 1993, p. 202) emerge l'ormai pressante opportunità di estendere le indagini alle fonti scientifiche e tecniche redatte in lingue differenti dalla araba. Ne discende l'opportunità di integrare le fonti già indagate se si vuole pervenire all'integrale comprensione della trasmissione e della rielaborazione del sapere antico nel corso del Medio Evo e del Rinascimento.

Lo studio che si intenderebbe presentare al V Congresso SISM riguarda in particolare codici dal n° VIII, n° IX, n° X e n° XI (cc. 63 a 98 v.) della *Majmu'a n° 169* destinati al *masiḥa* (agrimensore). Il primo (VIII della *Majmu'a*) - come gli altri anonimo - è il più breve ed è intitolato «*Sulla conoscenza della misurazione* di *terreni e* [dislivelli dei] *siti*»; descrive brevemente la determinazione dei dislivelli ottenuta con una semplice livella a tubo e l'ausilio di corde e di paline; riporta, poi, indicazioni sulla determinazione delle aree di terreni ed argomentazioni relative alla *'ilm-e mesahat* (scienza agrimensoria).

Il MS n° IX o *Compendio di scienza agrimensoria* è suddiviso in capitoli e paragrafi preceduti da una basmala non rituale che ricorre ad allegorici richiami alla geometria per spiegare l'azione di «*Colui il quale mostrò il cielo ruotante oltre capacità con i teoremi degli agrimensori del pensiero e grazie al concetto dei lati e degli angoli misurò* [...]». Dopo gli assiomi, tratta del calcolo delle aree di triangoli, del cerchio, di trapezi e dei trapezoidi. Precise sono le definizioni delle rette e quelle relative alla metrologia persiana, le cui unità di misura principali sono il cubito «*alide*», «*alber*» ed «*hašimi*», il pugno, il dito, il chicco d'orzo, il capello.

Il MS n° X - *Trattato di agrimensura* - è dotato di *basmala* ortodossa. Il suo autore, dopo avere solo accennato agli strumenti di misura delle superfici, argomenta sulle diverse unità di misura delle lunghezze, sull'aggregazione delle forme, sul calcolo di poligoni regolari ed irregolari, sulle unità di misura delle superfici in uso in varie regioni persiane ed irachene, sulle figure 'a gradoni', e sulle forme *matbal* - composte da 'forme corripondenti' -, sull'esagono, per passare ai triangoli e quindi al cerchio con i suoi relativi settori, spicchi ed intersezioni. Alcuni esercizi riguardano la risoluzione di problemi pratici riguardanti il calcolo di lotti sui quali insistono moschee oppure affrontano esempi di frazionamento di terreno fra soci, nei quali è necessario assicurare a ciascuno l'utilizzo di strade interpoderali o di piccoli corsi d'acqua. Seguono definizioni e spiegazioni relative a volumi di solidi geometrici quali il cubo, i prismi a base triangolare e quadrangolare, il cono e le relative sezioni, le cupole e le volte cilindriche cosiddette «*cubè-majufé*». Il manoscritto si conclude con ermetici accenni ad Euclide ed al calcolo degli irrazionali.

Particolarmente importanti - in questo e negli altri manoscritti tradotti - sono gli accenni alla metrologia che, per l'ambito islamico, è stata poco approfondita, ad eccezione dei contributi sul contesto arabo espressi dal francese da M. H. Sauvaire pubblicati sul *Journale Asiatique* intorno al 1860 e da Carlo Alfonso Nallino, in lingua italiana, nel corso del Novecento; non sono stati pubblicati lavori di studiosi occidentali dedicati alla metrologia dell'Iran, per la quale si registrano approfondimenti solo in lingua persiana, per esempio, quello riportato dallo studioso persiano Ġolamreza Kuros in *Ab va fann-e abyari dar Iran-e bastan* (Acqua e tecnica idraulica nell'antico Iran) edito a Tehran nel 1350 H./1972.

Il MS n° XI è intitolato «*Trattatello sui fondamenti degli agrimensori*», risolve vari problemi di calcolo di superfici circolari e di figure da esse derivate ed esplicita le differenze esistenti circa le unità di misura in uso nelle regioni iraniche ed irachene. Per il calcolo delle corde e degli archi di cerchio, criticando gli approssimati calcoli degli antichi, l'autore riporta una propria tabella ripartita in quattro colonne; consultandola si risolvono le incognite in funzione del dato noto: corda o arco di circonferenza. Il nuovo procedimento viene ritenuto più perfetto di quelli impiegati da «Tolomeo» ed «altre persone fra gli antichi». Il sistema metrico adottato per calcolare superfici circolari e relativi settori è il sessagesimale. Il codice si conclude col paragrafo «*Sul metodo di calcolo del diametro effettuato da Archimede relativamente al suddetto esempio*», che accenna anche al calcolo di superfici sferiche. Nel manoscritto persiste ancora l'antica dicitura «*mal*» e «*mal mal*» per indicare rispettivamente il quadrato ed il cubo di un numero a riprova dell'antichità della elaborazione. La forma arcaica del testo e della formulazione delle frazioni in particolare induce a ritenere che l'amanuense abbia ricopiato un antico testo.

Gli esercizi dei codici tradotti sono accompagnati da 82 figure, inserite nello specchio della scrittura, complete di riferimenti numerici e quasi tutte dotate di *abjad*. Tre illustrazioni si riferiscono a lottizzazioni di terreni (53, 54, 55), due a lotti di terreno sui quali insistono edifici da sottrarre dal computo (52, 53), due figure – la n° 67 e la n° 68 – si riferiscono a «*cubé majufé*», cioè cupole/volte cave, le rimanenti alle superfici di poligoni vari.

BIBLIOGRAFIA ESSENZIALE

C. CAHEN, «Le Service de l'irrigation en Iraq au début du XI siècle», in: *Bulletein d'Études Orientales*, Tome XIII, années 1949 – 1951

C. CAHEN, «Documents relatifs à quelques techniques iraqiennes au début du onzième siècle» in *Ars Islamica*, Vols. XV - XVI, MCMLI

D. D. DE LACY O'LEARY, *How Greek Science passed to the Arabs*, London, Boston and Henley, 1980, III ed.; I ed. 1949, II ed. 1979

OSCAR A. W. DILKE, *Gli Agrimensori di Roma antica*, Bologna, 1988

GIUSEPPINA FERRIELLO, Problemi di Storia della scienza nel trattato medievale di idraulica del persiano Karaji, in *Oriente Moderno*, nn. 7-12 (luglio - dicembre 1995)

G. FERRIELLO, I costruttori ed il costruire nel Kitab del mondo islamico fra il VII ed il XVII secolo, in *Atti della Accademia Pontaniana*, N.S., Vol. LIII, a. acc. 2004/DLXII, Napoli 2005

ROBERT JOHN FORBES, *Studies in ancient technology*, 7 voll., Leiden Brill, 1964

S. J. FRONTINUS, *The Stratagems and Aqueducts of Rome*, with english translation of charles E. Bennet, Harvard University Press, 1993

JEAN-YVES GUILLAUMIN, Présence d'Euclide dans un traité du corpus gromatique des années 100 après J. – C.: l'Expositio et ratio omnium formarum de Balbo, in: A. VV. *Sciences exactes et science appliquèes à Alexandrie*, Universitè de Saint-Étienne, 1998

ABU BAKR MOHAMMAD IBN AL-ḤASAN IBN AL-ḤUSEYN AL-ḤASEB AL-KARAJ*i*, *Estexraj-e abha-ye penhani*, ed. Ḥamin Xadivjam, Tehran, 1345 H/ c.1966-1967

IVOR THOMAS, *Greek Mathematical Works*, 2 Voll. Harvard University Press, 1993

MOAHMMAD YUSUF KIAN*I*, *Me'mar-ye doure-ye Islami* (Architettura di epoca islamica), Tehran, 1366 H./c.1987-8

ĠOLAMREZA KUROS, *Ab va fann-e abyari dar Iran-e bastan*, (Acqua e tecnica idraulica nell'antico Iran), Tehran, 1350 H. /c.1972 – 3

MARTIN LEVEY, *The Algebra of Abu Kamil, Kitab fi al-Jabr wa'l-muqabala in a commentary by Mordecai Finzi*, The University of Wisconsin Press, Madison, Milwauke and London, 1966.

ALDO MIELI, *La Science Arabe et son role dans l'èvolution scientifique mondiale*, Leiden, 1938

OTTO NEUGEBAUER, *The Exact Science in Antiquity*, New York, 1969, II ed..

ROSHID RASHED, *TheDevelopment of Arabic Mathematics: Between Arithmetic and Algebra*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1994

FRANCIS RICHARD, *Catalogue des Manuscrits Persans*, Bibliothèque Nationale Département des Manuscrits, vol. I, Ancient Fonds par, Paris 1989

HEINRICH SUTER, *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre werke*, APA - Oriental Press, Amsterdam, 1900 – 1902

LUCIO TONEATTO, *Codices Artis Mensoriae, i manoscritti degli antichi opuscoli latini d'Agrimensura (V - XIX sec.)*, 3 voll., Spoleto, 1994

JUAN VERNET, «Mathematics, Astronomy, Optics», in: JOSEPH SCHACHT E C. E. BOSWORTH (Edit.), *The Legacy of Islam* , (II^a ediz.), Oxford, 1974, pp. 460 - 489

STEPHEN K. VICTOR, Practical Geometry in the high Middle Age Artis cuiuslibet consummatio and the Pratike de Geometrie, Philadelphia, The American Philosophical Society, 1979

FRANZ WOEPCKE, «L'Histoire des Sciences Mathématiques chez les Orientaux, d'après des Traités inédits Arabes et Persans», in: *Journal Asiatique*, Cinquiéme Série, Tome V, MDCCCLV, pp. 218 - 256

FRANZ WOEPCKE, «Recherches sur l'Histoire des Sciences Mathématiques chez les Orientaux», in: *Journal Asiatique*, cinquième série, Tome XV, Paris, MDCCCLX, pp. 281 - 320

ḤUSEYN XADIVJAM, *Moḥammad Musa X^{W}arazmi, Jabr wa muqabalah*, Tehran 1343 H./ circa 1985

ADOLF. P., YOUSCHKEVITCH *Les Mathématiques Arabes (VIII^e - XV^e siècles)*, traduction par M. Cazenaze et K. Jaouiche, Préface de René Taton, Paris, Vrin, 1976

Le *Sezioni angolari* di Viète, novità nel campo dell'algebra e della trigonometria

ANTONIO CARLO GARIBALDI
Dipartimento di Matematica – Università di Genova
garibald@dima.unige.it

La vicenda delle *Sezioni angolari* (dove si danno le formule per le funzioni trigonometriche degli archi multipli) è complessa: Viète ne accenna in vari luoghi (ad iniziare dall'*Isagoge*) e ne riproduce parti soprattutto nel *Responsum ad Adrianum Romanum* (la sfida per risolvere una equazione di 45° grado).
Però il testo completo, promesso nella lista dell'*Algebra nova*, non fu stampato durante la sua vita. Solo nel 1615 Alexander Anderson pubblicò un testo, preso da un fascicolo manoscritto di Viète che conteneva enunciati senza dimostrazione. Egli lo completò pertanto aggiungendo le prove; venne subito criticato e in un'opera successiva si difese per questo.
In realtà, mentre Viète aveva indicato la sua opera come divisa in tre parti, qui sembra vi siano soltanto i risultati generali. Certamente l'applicazione più interessante è quella che riguarda la trisezione di un angolo e su di essa Viète stesso si diffuse nel *Supplementum geometriae* dove vengono esposti i fondamenti della (oggi ben nota) soluzione trigonometrica del caso irriducibile dell'equazione di terzo grado. Sarà Girard nel 1629 a farla conoscere nell'opuscolo *Invention nouvelle en l'algèbre*.
La presente comunicazione si propone quindi di delineare la questione sia dal punto di vista storico che da quello dei contenuti matematici, dove l'utilizzo dell'algebra simbolica gioca una parte assolutamente essenziale per rappresentare i risultati generali.

Bibliografia

F. Viéte

Canon Mathematicus Parisiis 1579
Isagoge in artem analyticam Turoni 1591
Zeteticorum libri quinque Turoni 1593
Effectionum geometricarum canonica recensio Turoni 1593
Supplementum geometriae Turoni 1593
Variorum de rebus mathematicis responsorum lib.VIII Turoni 1593
Ad problema quod...proposuit Adrianus Romanus responsurum Parisiis 1595
Apollonius Gallus cum duo Appendicula Parisiis 1600
De numerosa Potestatum ad exegin Resolutione Parisiis 1600 (a cura di M. Ghetaldi)
De aequationum recognitione et emendatione Parisiis 1615 (a cura di A. Anderson)
Analysis angularium sectionum... Parisiis 1615 (a cura di A. Anderson)
Ad logisticen speciosam Notae Priores Parisiis 1631 (a cura di J. Beaugrand)
Francisci Vietae, Opera mathematica, in unum volumen congesta, ac recognita, opera atque studio Francisci a Schooten Leydensis, matheseos professoris Lugduni Batavorum: ex officina Bonaventurae & Abrahami Elzeviriorum, 1646

A. Girard

Invention nouvelle en l'algèbre Amsterdam 1629, ristampa a cura di Bierens de Haan, Leiden 1884

F. Ritter

Francois Viète inventeur de l'algèbre moderne 1540-1603. Essai sur sa vie et son oeuvre in «La Revue occidentale» 1894

I libri solidi di Euclide "ex traditione Maurolyci"

VERONICA GAVAGNA
Università di Pisa
gavagna@mail.dm.unipi.it

Nella seconda metà degli anni Sessanta, Francesco Maurolico (1494-1575) inaugura una nuova stagione di studi matematici, interrotti per qualche tempo. Il rapporto di collaborazione con i Gesuiti del Collegio di Messina, che andava via via intensificandosi, porta al concepimento di un'enciclopedia del sapere per compendi, genere letterario che gli era particolarmente congeniale.
Per quello che concerne l'ambito strettamente matematico, tale progetto poggia le sue fondamenta sugli *Elementa* di Euclide, che erano stati oggetto di studio e di riflessione a partire almeno dal 1528, anno in cui il matematico messinese aveva iniziato a leggere pubblicamente Euclide. Nel 1532, Maurolico aveva preparato l'edizione dei libri XIII-XV e, fra 1534 ed il 1541, si era dedicato alla redazione dei libri V, VII-IX e X degli *Elementa* "ex traditione Maurolyci". L'edizione che ne era derivata non recava in sé segni di spiccata originalità – soprattutto per quel che riguarda il libro V, i libri aritmetici ed il libro X – e rimaneva, sostanzialmente, nel solco della tradizione euclidea di Campano e di Zamberti.
Nel 1567, nell'ambito del progetto enciclopedico sopra menzionato, Maurolico scrive il compendio dei primi dieci libri degli *Elementa,* in cui emerge un deciso tentativo di aritmetizzazione dell'opera euclidea, soprattutto per quel che riguarda i libri V, VII-X. Per completare il compendio degli *Elementa*, il matematico messinese decide di riutilizzare materiale preesistente; in particolare, l'edizione dei libri XIII-XV redatta nel 1532 diventa, secondo le indicazioni dell'autore, il compendio degli stessi libri ("13^{us} 14^{us} et 15^{us} de solidis regularibus in alio libello propositionibus additis ad Petrae dominum olim dedicato"), mentre l'opuscolo composto nel 1563 con il titolo *De proportione communium solidorum*, assurge, dopo qualche lieve modifica "estetica", al ruolo di compendio dei libri XI e XII degli *Elementa*.
Il presente contributo si incentra in particolare su questo opuscolo e sulla "nova demonstratione pyramidis" che in esso viene presentata, in cui si prova che una piramide a base poligonale qualsiasi è pari ad un terzo del prisma circoscritto. L'interesse della dimostrazione risiede nel fatto che essa è condotta per via aritmetica. In sintesi, data una piramide di base quadrata – pur sottolineando la generalità del risultato e del procedimento, Maurolico illustra un caso particolare – si divide l'asse in n parti uguali e si costruiscono un solido circoscritto ed uno inscritto ("pyramis scalaris exterior" e "pyramis scalaris interior") formati rispettivamente da n e da $n-1$ parallelepipedi disposti "a scalini". Questa particolare costruzione consente di esprimere il rapporto fra il parallelepipedo circoscritto alla piramide data e la "pyramis scalaris exterior" come il rapporto fra il cubo del numero n di parti in cui si trova diviso l'asse della piramide e la somma dei primi n quadrati, ovvero, in termini di numeri figurati, "ita ut columna talis pyramidis geometricae ad pyramidem scalarem exteriorem, sit sicut cubus collateralis ipsius pyramidis ad numerum pyramidalem" (MAUROLICO 115, c. 36*v*).
Analogamente, il rapporto fra lo stesso parallelepipedo circoscritto e la "pyramis scalaris interior" si esprime come il rapporto fra il cubo di n e la somma dei primi $n-1$ quadrati. Poiché il rapporto fra il cubo di n e la somma dei quadrati dei primi n e $n-1$ numeri naturali viene valutato da alcuni lemmi contenuti nel *De spiralibus* ("his lemmatis utitur Archimedes in demonstranda proportione spiralium spaciorum"), Maurolico arriva a concludere che il parallelepipedo circoscritto è sempre maggiore del triplo della piramide scalare inscritta e minore del triplo della piramide scalare circoscritta, da cui segue che il parallelepipedo è il triplo della piramide "et est modus artificiosissimus, cum sit generalis ad omnes pyramides".
Come si vedrà in dettaglio nel corso dell'esposizione, questa dimostrazione, ispirata ai metodi archimedei del *De conoidibus et sphaeroidibus,* oltre ad avere un indubbio interesse intrinseco, documenta un tipo di ricerche sulla determinazione dei volumi e dei centri di gravità dei solidi che

Maurolico aveva intrapreso nei primi anni Sessanta e che culmineranno nel *De centro solidi parabolae demonstratio acutissima,* databile attorno al 1565.

Bibliografia

Fonti

EUCLIDES 1482*, Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi in artem Geometriae incipit quamfelicissime ... Campani commentationes*, Venetiis, Erhardus Ratdolt Augustensis impressor solertissimus.

EUCLIDES 1505, *Euclidis megarensis ... Elementorum libros xiii cum expositione Theonis ... Deputatum scilicet Euclidi volumen xiiii cum expositione Hypsi. Alex. ...*, edibus Ioannis Taccuini.

MAUROLICO 115, Manoscritto del Fondo San Pantaleo 115/32 della Biblioteca Nazionale Centrale "Vittorio Emanuele" di Roma.

MAUROLICO F. 7463, Manoscritto *Par.Lat.7463* della Bibliothéque Nationale de France di Parigi.

MAUROLICO F 2002, *Archimedis de conoidibus et sphaeroidibus figuris,* Introduzione ed edizione critica di K.Saito in *Francisci Maurolyci Opera Mathematica*,
http://www.maurolico.unipi.it/edizioni/archimed/conoidi/intro.htm

MAUROLICO F 2002A, *Archimedis de lineis spiralibus liber,* Introduzione ed edizione critica di L.Passalacqua in *Francisci Maurolyci Opera Mathematica*,
http://www.maurolico.unipi.it/edizioni/archimed/spirali/intro.htm

MAUROLICO F 2002B, *Euclidis Elementorum compendia,* Introduzione ed edizione critica di V.Gavagna e A.C.Garibaldi, in *Francisci Maurolyci Opera Mathematica*,
http://www.maurolico.unipi.it/edizioni/euclide/compendi/intro.htm

MAUROLICO F 2003, *Euclidis regularia solida,* Introduzione ed edizione critica di V.Gavagna, in *Francisci Maurolyci Opera Mathematica*,
http://www.maurolico.unipi.it/edizioni/euclide/regularia/intro.htm

Letteratura secondaria

GARIBALDI A.C. 2002, *Euclides et geometrica quaedam,* introduzione al volume, in *Francisci Maurolico Opera Matematica,* http://www.maurolico.unipi.it/edizioni/euclide/intro.htm

GAVAGNA V. 2006, *Gli Euclidi di Maurolico*, in V.Gavagna, R.Moscheo (ed.), *Francesco Maurolico e la matematica del Rinascimento*, Messina (in corso di stampa)

NAPOLITANI P.D., SUTTO J.-P. 2001, *Francesco Maurolico et la détermination du centre de gravité du paraboloïde*, "SCIAMVS",2, 2001, pp.187-250.

SAITO. K 2006, *L'edizione di Maurolico dei* Conoidi e Sferoidi *di Archimede*, in V.Gavagna, R.Moscheo (ed.), *Francesco Maurolico e la matematica del Rinascimento*, Messina (in corso di stampa)

Federigo Enriques, la Dinamica Elettrica e la Relatività

ENRICO ANTONIO GIANNETTO
Università di Bergamo
giannetto@fisicavolta.unipv.it

Federigo Enriques nel 1907 scrisse un saggio intitolato *Le principe d'inertie et les dynamiques non-Newtoniennes*, che confluì poi nei *Problemi della scienza* (1906, 1909^2, 1926): si tratta di un importante contributo alle tematiche della relatività del moto, dello spazio e del tempo, e di una rilevante testimonianza su come in Italia venne discussa ed elaborata la nuova "dinamica elettrica" relativistica di Poincaré legata alla "concezione elettromagnetica della natura" prima della diffusione della reinterpretazione meccanica di tale dinamica data da Einstein, che permetteva il ristabilimento di una concezione meccanicistica della natura. La prospettiva di Enriques solo in un secondo momento si conformerà a quest'ultima.

Georg Alexander Pick e Moritz Pasch due figure un po' trascurate sul palcoscenico della storia della matematica

DOMENICO LENZI
Dipartimento di Matematica, Università di Lecce
domenico.lenzi@unile.it

Georg Alexander Pick fu un matematico che a cavallo dei due secoli scorsi svolse un ruolo non trascurabile in matematica.

Egli nacque a Vienna il 10 agosto 1859, da una famiglia ebrea; fatto, quest'ultimo, che avrebbe segnato drammaticamente la parte terminale della sua vita. I primi e fondamentali rudimenti scolastici furono impartiti a Georg Alexander dal padre Adolf Josef, che era direttore di un istituto scolastico privato. Poi, nel 1870, il giovane Pick venne iscritto alla IV classe del Leopoldstaedter Communalgymnasium di Vienna, dove nel 1875 conseguì la maturità. Quindi egli studiò matematica e fisica presso l'università della sua città natale, dove nel 1880 conseguì il grado di Dottore, discutendo una tesi intitolata "Uber eine Klasse Abelscher Integrale". Nel 1888 divenne professore presso l'università tedesca di Praga, dove insegnò per moltissimi anni, avendo rapporti di collaborazione scientifica con diversi studiosi del suo tempo, tra cui Ernst Mach (di cui fu assistente), Felix Klein, Gerhard Kowalewski e Albert Einstein. Anzi Pick fu uno dei commissari che ammisero il padre della Teoria della Relatività all'insegnamento della Fisica Teorica presso l'università boema. In seguito tra i due sorse una profonda amicizia – cementata anche dalla comune passione per la musica – che durò fino alla morte di Pick.

Nel 1929, essendo stato collocato a riposo col titolo di professore emerito, Pick fece ritorno a Vienna; però, spinto dall'annessione dell'Austria allo stato tedesco ad opera di Hitler, nel 1938 tornò a Praga.

G. A. Pick nel corso della sua attività scientifica ha pubblicato circa 70 articoli, dando contributi di notevole interesse nell'ambito delle equazioni differenziali, dell'analisi funzionale e della geometria differenziale. Dall'Appendice dell'Enciclopedia Treccani riferiamo che *una prima comunicazione sulla Flachentheorie fu di G. Pick, a Praga* (1916).

Notevole attenzione è stata dedicata alla *Geometria naturale generalizzata* di Pick, da molti considerata come la sua scoperta più interessante. Sono noti vari risultati che riportano il nome di Pick, quali *le matrici di Pick*, *l'interpolazione di Nevanlinna-Pick*, *il lemma di Schwarz-Pick*, ecc. Egli si interessò anche alle applicazioni della matematica in ambito economico e sociale, in cui collaborò con Alfred Weber, famoso studioso di economia politica e di sociologia. Georg Pick, tra l'altro, contribuì con un'appendice di carattere matematico alla stesura di un fondamentale testo del Weber, intitolato "Uber den Standort von Industrien".

Pick nel 1889 pubblicò in [P] un risultato assai interessante sul calcolo delle aree dei poligoni aventi contorno non intrecciato (*semplici*) che nel piano cartesiano hanno come vertici dei punti a coordinate intere. Ma pare che – nonostante la sua semplicità e la sua eleganza – questo teorema sia stato presto dimenticato, rimanendo sconosciuto per circa 70 anni. Fu H. Steinhaus che nel 1969, attraverso la rivista *Mathematical Snapshots*, segnalò questo interessante risultato all'attenzione dei cultori di matematica. Però va precisato che nel 1954 il matematico-pedagogista Caleb Gattegno aveva introdotto uno strumento didattico, molto noto agli insegnanti della scuola primaria, che si basava su quel teorema dovuto a Pick.

Georg Pick morì nel luglio del 1942, ultraottantenne, dopo una prigionia di pochi giorni nel campo di concentramento di Theresienstadt – nel nord della Boemia – dove era stato deportato dai nazisti.

Moritz Pasch nacque nel 1843 in Germania (a Breslau, l'odierna Wroclaw, attualmente situata in territorio polacco) e compì i suoi studi a Berlino. In seguito si trasferì a Giessen dove svolse gran parte della sua attività scientifica. Morì nel 1930 in Germania (a Bad Homburg).

Egli viene spesso considerato, a torto, come uno dei matematici minori vissuti a cavallo dei due secoli trascorsi. Ma Hans Freudental a p. 5 di [Fd] afferma che Pasch è il padre del rigore in geometria. E Morris Kline dice ([K], p. 1177 e segg.):

[…] Grazie al lavoro sulla geometria non euclidea, ci si era resi conto […] che, in un qualsiasi approccio assiomatico alla geometria, dovevano essere incorporate numerose modificazioni di particolare rilievo. Tali modificazioni furono riconosciute e sottolineate da Moritz Pasch, che fu il primo a dare contributi fondamentali alla fondazione della geometria.

Per meglio delineare l'originalità del pensiero di M. Pasch giova qui riportare, dalla sua opera fondamentale *Vorlesungen über neuere Geometrie* – del 1882 – un passo significativo nel quale vengono espressi concetti ormai universalmente accettati:

"[…] se la geometria deve diventare una scienza genuinamente deduttiva, è essenziale che il modo in cui sono fatte le inferenze sia del tutto indipendente dal significato dei concetti geometrici, e anche dai disegni; devono essere prese in considerazione soltanto le relazioni tra i concetti geometrici […] Nel corso della deduzione è sia consigliabile che utile tenere a mente il significato (intuitivo; n.d.a.) dei concetti geometrici usati, ma questo non è affatto essenziale; in realtà è proprio quando questo diviene necessario che si crea una lacuna nella deduzione" (si veda [K], p. 1178).

Ma le idee espresse da Pasch – le stesse di Hilbert, in un certo qual modo – si sono affermate con fatica, anche per una non sufficiente comprensione di esse. Ad esempio, Felix Klein - nonostante il punto di vista di Pasch riportato prima in grassetto - diceva ([BM], pp. 55-56; [E], p. 961):

"Su di un punto Pasch è in disaccordo con me, cioè relativamente al valore rigoroso degli assiomi. Egli crede, ed è il punto di vista tradizionale, che è in fin dei conti possibile fare completamente a meno dell'intuizione (? n.d.a) e basare tutta la scienza sui soli assiomi."

D'altro canto, però, lo stesso Klein affermava ([BM], p. 57):

"Gli sviluppi matematici che derivano la loro origine dall'intuizione non possono d'altra parte essere ammessi come possesso definitivo della Scienza finché non sono stati ricondotti ad una forma logica rigorosa."

E Klein in un altro suo scritto ricordava che, in generale, idee concordanti con le sue sui fondamenti della geometria e sul calcolo infinitesimale erano state espresse da Pasch.
L'opera di Moritz Pasch – a cui sono dovuti studi importanti sui fondamenti della geometria e in geometria proiettiva, ma anche sul concetto di numero reale e, come è già stato accennato, sul calcolo infinitesimale (cfr. [Ps1]) – ha influenzato le ricerche di molti grandi matematici, che hanno posto in una posizione di primo piano soprattutto l'assioma di Pasch, riguardante una retta ***a*** che nel piano interseca in modo opportuno un triangolo. Inoltre gli studi sui fondamenti della geometria impostati da un punto di vista assiomatico, portati avanti principalmente da Pasch, da Peano e da Hilbert, contribuirono all'affermarsi dell'algebra astratta, evidenziando l'importanza di questa disciplina per la semplificazione che essa consentiva, con conseguenti rigore e chiarezza di idee.
Pasch fu quello che per primo studiò dettagliatamente gli assiomi di ordinamento poi ripresi da Hilbert. Inoltre alle idee del matematico di Breslau sui fondamenti della geometria si ispirò anche Giuseppe Peano per *I principi di geometria logicamente esposti*.
Tra i matematici più noti che si occuparono dell'assioma di Pasch ricordiamo anche Van der Waerden, che in [W] lo riprese e sostituì alla retta *a* ivi considerata un piano a cui attribuì un comportamento analogo a quello di *a*. In conseguenza di ciò il settimo assioma di Hilbert diventò un banale teorema.
Oltre a cenni biografici sui due autori, daremo una pressoché immediata dimostrazione del teorema di Pick e svolgeremo una breve analisi dell'assioma di Pasch.

Bibliografia

[BM] Brigaglia A., Masotto G. *Il circolo matematico di Palermo*, ediz. Dedalo, Bari (1982).
[G] C. Gattegno, *The Gattegno geoboard*, Bulletin of Association for Teaching Aids in Mathematics, N. 3 (1954).
[H] Hilbert D. *Fondamenti della geometria* (con Introduzione di Carlo F. Manara), Feltrinelli, Milano (1970). Traduzione da: *Grundlagen der Geometrie*, B. G. Teubner, Stuttgart (1968).
[K] Kline M. *Storia del pensiero matematico*, vol. II, Einaudi, Torino (1999).

[Ps] Pasch M. (1882) *Vorlesungen über neuere Geometrie*, Teubner, Lipsia.
[Ps1] Pasch M. *Grundlagen der Analysis*, Teubner, Lipsia (1908).
[P] G. A. Pick, *Geometrisches zur Zahlentheorie*, Sitzungber. Lotos, Naturturwissen Zeitschrift, 19 (1899) 311-319.
[P] Peano G. (1889) *I principii di Geometria logicamente esposti*; in *Opere scelte* (1958), a cura dell'UMI, Cremonese, Vol.II, 59-78.
[W] Van der Warden B. L. (1934/36) *De logische Grondslagen der Euklidische Meetkunde*, Journal C. Huygens 13-14, section 3.

Alle origini dell'analisi funzionale: gli studi di G. Peano e di M. Gramegna sui sistemi di equazioni differenziali ordinarie

ERIKA LUCIANO
Dipartimento di Matematica, Università di Torino
erikaluciano@hotmail.com

In questa comunicazione si ricostruisce la storia delle ricerche di Giuseppe Peano (1858-1932) e della sua allieva Maria Paola Gramegna (1887-1915) sui sistemi di equazioni differenziali lineari, al fine di valutare i procedimenti, le influenze ricevute e le difficoltà incontrate dai contemporanei, oltre alle ripercussioni sulla carriera scientifica dei due personaggi.
Contraddistinti dall'uso di tecniche d'assoluta avanguardia, questi studi si collocano nell'ambito della teoria degli operatori lineari definiti su spazi di funzioni e forniscono elementi utili alla ricostruzione del contesto storico-matematico delle ricerche di analisi funzionale condotte da Peano e dalla sua scuola nella prima decade del Novecento, un periodo in cui, a detta di alcuni tenaci detrattori del logico piemontese, quest'ultimo aveva già da tempo abbandonato la matematica pura. [TRICOMI 1967, pp. 15-19 e 1972, p. 35] Essi risultano altrettanto significativi per le dolorose ripercussioni che sortirono sull'attività scientifica e accademica di Peano che, a partire dal 1910, fu costretto ad abbandonare l'insegnamento di Analisi superiore e a rivolgere sempre più le sue energie ad altri campi, come la didattica e la linguistica.
Matematico geniale e maestro brillante e generoso, Peano tiene la cattedra di Calcolo infinitesimale all'Università di Torino dal 1890 al 1924 e, dal 1908 al 1910, svolge per incarico il corso di Analisi superiore. I suoi primi studi sulle equazioni differenziali, destinati a conferirgli una posizione di prestigio nella comunità internazionale, risalgono al 1887, allorché egli affronta in modo rigoroso l'integrazione per serie dei sistemi di equazioni differenziali lineari ordinarie. Il metodo usato è quello delle "approssimazioni successive", detto anche delle "integrazioni successive", imperniato sulla teoria delle sostituzioni lineari e simile a quello impiegato, a partire dal 1891, da Emile Picard e da Ernst Lindelöf. I risultati ottenuti da Peano in quest'ambito confluiscono nella nota *Integrazione per serie delle equazioni differenziali lineari*, presentata all'Accademia delle Scienze di Torino nella seduta del 20 febbraio 1887 e riedita con lievi modifiche nel 1888, in traduzione francese, sui prestigiosi Mathematische Annalen.
Peano si propone di dimostrare il seguente Teorema: siano

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \ldots + \alpha_{1n}x_n \\ \dfrac{dx_2}{dt} = \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \ldots + \alpha_{2n}x_n \\ \ldots \\ \dfrac{dx_n}{dt} = \alpha_{n1}x_1 + \alpha_{n2}x_2 + \ldots + \alpha_{nn}x_n \end{cases}$$

n equazioni differenziali lineari omogenee in *n* funzioni $x_1, x_2, \ldots, x_n$ della variabile *t*, in cui i coefficienti α_{ij} siano funzioni di *t*, continue in un intervallo chiuso e limitato [*p*, *q*].

Si sostituiscano nei secondi membri delle equazioni date, *n* costanti arbitrarie $a_1, a_2, ..., a_n$, al posto di $x_1, x_2, ..., x_n$, e si integri fra t_0 e t, essendo $t_0, t \in (p,q)$. Si ottengono *n* funzioni di *t*, che si denotano con $a'_1, a'_2, ..., a'_n$.
Si sostituiscano ora, nei secondi membri del sistema dato, $a'_1, a'_2, ..., a'_n$ in luogo di $x_1, x_2, ..., x_n$. Con lo stesso procedimento si trovano *n* nuove funzioni di *t*, indicate con $a''_1, a''_2, ..., a''_n$. Operando per iterazione si determinano le seguenti serie

$$\begin{aligned} & a_1 + a'_1 + a''_1 + ..., \\ & a_2 + a'_2 + a''_2 + ..., \\ & ... \\ & a_n + a'_n + a''_n + ... \end{aligned}$$

che sono convergenti nell'intervallo (*p*, *q*). Le loro somme, indicate con $x_1, x_2, ..., x_n$, sono funzioni di *t* che soddisfano il sistema dato e che, per $t = t_0$, assumono i valori presi ad arbitrio $a_1, a_2, ..., a_n$.
Per dimostrare tale asserto Peano introduce, in apertura al suo articolo, la notazione vettoriale e matriciale, e alcuni elementi di analisi funzionale su operatori lineari, fra cui il "modulo di una trasformazione", cioè la norma operatoriale.
Lo studio del metodo delle integrazioni successive è ripreso, a distanza di una ventina d'anni, dalla sua allieva Maria Paola Gramegna. Studentessa di promettente talento, Gramegna aveva compiuto gli studi secondari a Voghera e si era iscritta all'Università di Torino nel 1906, ottenendo, grazie al suo eccellente *curriculum*, una borsa di studio al Collegio delle Province 'Carlo Alberto'. Aveva seguito con Peano i corsi di Calcolo infinitesimale e di Analisi superiore, riportando rispettivamente le votazioni 30/30 e lode e 30/30. Il 7 luglio 1910 conseguì la laurea, con il massimo dei voti (110/110), discutendo la tesi *Serie di equazioni differenziali lineari ed equazioni integro-differenziali*, diretta da Peano. Quest'ultimo le aveva proposto, come tema per la dissertazione, la generalizzazione, al caso di sistemi di infinite equazioni differenziali, del teorema da lui dimostrato nel 1887. La tesi di laurea, andata purtroppo perduta, doveva essere di assoluto rilievo se, quattro mesi prima dell'esame, il 13 marzo 1910, Peano la presentava all'Accademia delle Scienze di Torino.
Applicando il medesimo metodo usato da Peano, nella sua nota Gramegna estende in modo naturale la teoria dei "complessi di ordine *n*", cioè dei vettori ad *n* componenti, definendo ad esempio il limite di un complesso infinito funzione di una variabile reale *t* e la derivata rispetto a quella variabile. L'obiettivo è quindi quello di dimostrare il seguente Teorema:

"Abbiasi un sistema di infinite equazioni differenziali lineari con infinite incognite:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = u_{11}x_1 + u_{12}x_2 + ... \\ \dfrac{dx_2}{dt} = u_{21}x_1 + u_{22}x_2 + ... \\ ... \end{cases}$$

dove le *u* sono costanti rispetto al tempo. Indichiamo con *A* la sostituzione rappresentata dalla matrice delle *u*. […] Chiamo *x* il complesso $(x_1, x_2, ...)$, e sia x_0 il suo valore iniziale. Le equazioni date si potranno scrivere: $Dx = Ax$, e l'integrale è $x_t = e^{tA}x_0$, ossia i diversi valori di *x*, corrispondenti ai diversi valori di *t*, si hanno applicando al complesso x_0 la sostituzione e^{tA}, cioè la sostituzione:

$$1 + tA + \frac{t^2A^2}{2!} + \frac{t^3A^3}{3!} + ...$$

In simboli $A \in \text{subst}\, C_\infty \,.\supset\!:\ x \in C_\infty$ Fq. $Dx = Ax\ \ .=.\ \ x = (e^{At}x_0 \,\big|\, t, \mathrm{q})$.”[GRAMEGNA 1910, pp. 479-480]

Nella sezione finale della nota Gramegna utilizza poi la notazione matriciale e il simbolismo logico per risolvere alcuni tipi di equazioni integro-differenziali, già studiati da I. Fredholm e da V. Volterra, e rilevanti per le loro applicazioni fisico-matematiche.

I risultati di Gramegna, originali e di assoluta avanguardia, costituiscono un precedente importante della moderna applicazione dell’algebra lineare e della funzione esponenziale allo studio dei sistemi di equazioni differenziali, che grande sviluppo avrà nell’analisi funzionale del Novecento. In effetti, nel 1894, Henri Poincaré aveva già affrontato con successo problemi inerenti sistemi infiniti ad infinite incognite, ma si era limitato ad approfondire solo alcuni casi particolari. Gramegna, invece, utilizza metodi e tecniche analitiche di grande generalità, e l’approccio rigorosamente astratto conferisce un taglio di spiccata modernità alla sua ricerca. I riferimenti interni, da lei inseriti, ai saggi di H. Von Kock, E. H. Moore, H. Poincaré e V. Volterra rivelano, inoltre, l’attenzione scrupolosa e costante con cui Peano si teneva aggiornato sulle più recenti ricerche condotte in ambito nazionale e internazionale, sottoponendole poi all’attenzione dei suoi allievi nel corso di Analisi superiore.

È però innegabile che l’uso massiccio, e talora esclusivo, del linguaggio logico-simbolico di Peano, rende a tratti arduo seguire nei dettagli la nota di Gramegna, per cui non stupisce che essa abbia avuto poca risonanza, pur essendo citata da V. Volterra e F. Tricomi e recensita con favore da O. Toeplitz. Per ovviare alla difficoltà di comprensione di questo lavoro si fornirà quindi, nella comunicazione, una ricostruzione dei procedimenti dimostrativi in esso utilizzati, ricorrendo alle notazioni moderne per esplicitare ed interpretare il simbolismo ideografico di Peano, oggi desueto.

Quella della Gramegna è l’ultima ricerca di Analisi superiore condotta sotto la supervisione del matematico cuneese. A distanza di pochi giorni dalla presentazione della nota della sua allieva all’Accademia delle Scienze, Peano attraversa infatti uno dei momenti più difficili della sua vita accademica: nella seduta di Facoltà del 17 marzo 1910, i geometri algebrici Corrado Segre e Gino Fano e il fisico-matematico Carlo Somigliana lo attaccano duramente, ritenendolo inadeguato a tenere l’insegnamento di Analisi superiore, a causa della scelta di utilizzare il *Formulario di Matematica* e il linguaggio logico nelle sue lezioni. Peano è quindi sollevato da questo incarico, che sarà affidato a Guido Fubini, e perde così la possibilità di indirizzare alla ricerca altri allievi.

Questa decisione, vissuta con grande amarezza, influirà sul cambiamento dei suoi interessi di studio e contribuirà all’isolamento e al declino della sua scuola all’Università di Torino.

Per quanto riguarda invece Maria Gramegna, dopo aver conseguito nel 1910 anche il diploma della Scuola di Magistero, inizia la carriera di insegnante nella scuola secondaria e nel 1911 si trasferisce ad Avezzano, dove accetta una cattedra presso la Scuola Normale. Quattro anni più tardi, il 13 gennaio 1915, muore tragicamente, vittima del terremoto che distrugge la città.

In conclusione, gli studi di Gramegna sui sistemi di equazioni differenziali manifestano al meglio l’importanza di ricostruire l’attività di ricerca in analisi condotta nella scuola di Peano dopo il 1900, tuttora in larga misura poco nota e talvolta persino negata.

Bibliografia

GRAMEGNA M., *Serie di equazioni differenziali lineari ed equazioni integro-differenziali*, Atti della Regia Accademia delle Scienze di Torino, 45, 1910, Adunanza del 13 marzo 1910, pp. 469-491.

HAHN T., PERAZZOLI C., *A brief history of the exponential function*, in K. J. ENGEL, R. NAGEL, *One parameter semigroups for linear evolution equation*, GTM, New York, Springer, 2000, pp. 503-505.

HELLINGER E., TOEPLITZ O., *Integralgleichungen und Gleichungen mit unendlich vielen Unbekannten*, Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften, Leipzig, Teubner, 2, III, 1927, p. 1478.

MAGO V., *In memoria di Maria Gramegna*, Bollettino di Matematica, 13, 1915, p. 304.

PEANO G., *Integrazione per serie delle equazioni differenziali lineari*, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 22, 1887, Adunanza del 20 febbraio 1887, pp. 437-446.

PEANO G., *Intégration par séries des équations différentielles linéaires*, Mathematische Annalen, 32, 1888, pp. 450-456.
ROERO C. S., *Giuseppe Peano geniale matematico, amorevole maestro*, in *Maestri dell'Ateneo torinese dal Settecento al Novecento*, a cura di R. ALLIO, Torino, Stamperia artistica nazionale, 2004, pp. 138-144.
PEANO G., *Démonstration de l'intégrabilité des équations différentielles ordinaires*, Mathematische Annalen, 37, 1890, pp. 182-228.
POINCARÉ H., *Sur les équations de la physique mathématique*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 8, 1894, pp. 57-155.
TOEPLITZ O., *M. Gramegna. Serie di equazioni differenziali lineari ed equazioni integro-differenziali*, Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, 41, 1910, p. 388.
TRICOMI F., *La mia vita di matematico attraverso la cronistoria dei miei lavori (Bibliografia commentata 1916-1967)*, Padova, Cedam, 1967.
TRICOMI F., *Ricordi di mezzo secolo di vita matematica torinese,* Rendiconti del Seminario Matematico dell'Università e Politecnico di Torino, 31, 1971-72, pp. 31-43.
VOLTERRA V., *Theory of functionals and of integral and integro-differential equations*, (trad. di M. Long), London, Blackie and son Limited, 1930.
VOLTERRA V., HOSTINSKY B., *Opérations infinitésimales linéaires. Applications aux équations différentielles et fonctionnelles*, Paris, Gauthier-Villars, 1938.

Il *Programma editoriale* di Regiomontano: arte della stampa e innovazione del sapere matematico

MICHELA MALPANGOTTO
Dottorato di ricerca in Storia della Scienza, Università di Bari
malpangotto.michela@libero.it

Il 1473 avrebbe potuto segnare l'inizio di una possibile svolta per il sapere scientifico in Europa, se la morte prematura non avesse bruscamente interrotto il lavoro del suo artefice.
Lavoro ideato e iniziato proprio in quegli anni nella città di Norimberga, con la pubblicazione di una *charta volans*, semplice nell'aspetto ma ricca di significato e di potenzialità, che preannuncia un progetto scientifico rivolto agli *Universis Bonarum Artium Studiosis*.
In quegli anni la cultura era ancora monopolio quasi esclusivo del codice manoscritto che, a causa della difficoltà di reperimento e della disomogeneità e imprecisione nei contenuti, spesso ostacolava la diffusione del sapere.
Da poco più di 20 anni era stata inventata l'arte tipografica, che fin dall'inizio si affermò come impresa commerciale e venne asservita per lo più a esigenze di mercato, attraverso la pubblicazione di testi che rispondevano quindi alle richieste sia di un pubblico di massa (erbari, bestiari, almanacchi…) sia della cultura contemporanea ancora fortemente legata -almeno in ambito matematico- al retaggio medievale (*Sfera* di Sacrobosco, *Theoricae planetarum* …).
Giovanni Regiomontano (1436-1476) aveva compreso che il libro a stampa sarebbe diventato il nuovo mezzo di trasmissione del sapere, riconoscendo in esso lo strumento che avrebbe potuto riscattare l'umanità dalla rarità "inopia" dei codici e che avrebbe permesso all'umanità intera di usufruire di quell'immenso tesoro che in essi è custodito.
I libri usciti dalle tipografie erano i contenitori del sapere del futuro, un sapere che certamente sarebbe stato diverso nella forma da quello del passato, ma correva il rischio di rimanere uguale nella sostanza:

> "Quis enim nesciat mirificam illam formandi artem, nuper a nostratibus excogitatam, obesse tantum mortalibus si mendosa disseminentur librorum volumina, quantum prodest exemplaribus rite correctis?"

Con questa consapevolezza –potenzialità della stampa e senso del pericolo- la tipografia allestita a Norimberga in collaborazione con Bernhard Walther rappresenta per Regiomontano un forte timolo all'azione: gli offre l'opportunità di rivolgersi direttamente all'intera comunità degli studiosi per comunicare loro i risultati del proprio lavoro e della propria esperienza sia come astronomo e

cultore delle matematiche, sia come conoscitore della lingua greca, che sui codici originali aveva raggiunto una consapevolezza assolutamente nuova in merito alla *traditio* della matematica antica.
Egli elabora e definisce un piano di lavoro completo e strutturato che affida alla *charta volans*, stampata nella stessa tipografia dalla quale dovranno uscire tutti i libri in essa elencati:

> "Haec opera fient in oppido Nuremberga Germaniae ductu Ioannis de Monteregio"

da cui il nome di *Programma editoriale*.
Si tratta quindi di un documento di propaganda editoriale, ma soprattuttto scientifica e culturale, che racchiude in una sintesi eloquente quella che per l'epoca sarebbe stata una vera e propria rivoluzione bibliografica finalizzata ad un rinnovamento che investiva l'intero edificio del sapere matematico.
La presente comunicazione intende collocare il *Programma editoriale* di Regiomontano all'interno del sistema culturale a esso contemporaneo, per valutarne la potenziale portata innovatrice, anche in relazione al Rinascimento scientifico cinquecentesco.

Bibliografia

G. Regiomontano
Epytoma in Almagestum Ptolomei.
manoscritto della Biblioteca Nazionale Marciana di Venezia: Marc. Lat. f.a. Z 328 (1760)
Editio princeps Haman, Venetiis 1496
Programma editoriale *Haec opera fient in oppido Nuremberga Germaniae ductu Ioannis de Monteregio* Norimbergae, [1472-3]
ristampa anastatica in *Ioannis Regiomontani Opera collectanea*, Ed. O. Zeller 1972
Epistola dedicatoria premessa alle *Tabulae Primi mobilis*
manoscritto della Biblioteca di Budapest: Cod. Lat. 412

Ioannis Regiomontani Opera collectanea Ed. O. Zeller, Osnabruck, 1972

M. Curtze *Der briefwechsel Regiomontan's mit Giovanni Bianchini, Jacob von Speier und Christian Roder.* Abh. z. Geschichte d. Math. Wissenschaften 12, p. 185-336, Leipzig 1902

G. Derenzini *Astronomia e matematica nel Quattrocento* in "Copernico e la questione copernicana: opere della Pubblica biblioteca di Ferrara" a cura di Luigi Pepe, Ferrara 1993.

C. Maccagni *Filololgia e storiografia della scienza: il ricupero delle fonti scientifiche classiche all'origine della scienza moderna* in "Atti del Convegno sui problemi metodologici di storia della scienza", Firenze 1967

P. L. Rose *The Italian Renaissance of Mathematics,* Genève 1975

E. Zinner *Leben und Wirken des Joh. Müller von Königsberg, gennant Regiomontanus.* Ed. Otto Zeller, 1968; Traduzione inglese di E. Brown, Ed. North Holland 1990

Lagrange e lo sviluppo dell'Algebra

SILVIO MARACCHIA
Dipartimento di Matematica, Università di Roma 1
smaracc@tin.it

Lo sviluppo dell'algebra delle equazioni ha avuto vari e importanti momenti significativi nei circa quattromila anni in cui si è sviluppata. A volte si tratta piuttosto di particolari tecniche risolutive sviluppata nel corso dei secoli.
Nella presenta comunicazione si prendono in esame questi importanti momenti e/o filoni, facendone una breve sintesi Essi sono:
La nascita di algoritmi per la risoluzione di particolari problemi geometrici [antica (1800-1600 a. C.) e più recente (300 a. C. circa) matematica babilonese], vere e proprie descrizioni di formule risolutive.

Il lento affrancamento dell'algebra dalla geometria (una significativa tavoletta babilonese; i problemi di Erone e di Diofanto; l'algebra indiana e quella araba sino alle equazioni di quarto grado in Cardano e Bombelli).
La risoluzione di Menecmo e l'applicazione nel problema complementare di Archimede e nelle soluzioni di Omar Khayyam per le equazioni di terzo grado.
La risoluzione delle equazioni di terzo e quarto grado.
L'analisi di Lagrange sulle risoluzioni delle equazioni di terzo e quarto grado per trarre da esse indicazioni per la risoluzione delle equazioni algebriche di ogni grado. Con tali indicazioni si giunge ad una particolare funzione (alla base del procedimento di Galois per la generalizzazione del problema della risoluzione delle equazioni) ottenuta dalla somma dei prodotti delle radici $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ da trovare con le radici n-sime $1, a, a^2, ..., a^{n-1}$ dell'unità:

$$y = x_1 + ax_2 + a^2x_3 + ... + a^{n-1}x_n$$

Nella comunicazione si mostrerà come nasce l'idea di Lagrange che coinvolge la teoria delle funzioni simmetriche, percorso in genere non trattato dai testi di storia della matematica, e i primi passi nella teoria dei gruppi finiti.

Bibliografia

Diofanto d'Alessandria-Diophante d'Alexandrie. Le six livres arithmetiques et le livre des nombres polygones, par Paul Ver Eecke, Paris, Blanchard, 1959.

Erone, He*ronis alexandrinis. Opüera quae supersunt omnia* Griechish und deutschherausgegeben und übersetzt von Schmidt, 5 voll. Teubner, Leipzig, 1899-1914.

Høyrup Jens, *Lengths, Widths, Surfaces. A portait of old Babilonian Algebra and its* kind, New York, Berlin, Heidelberg, Springer, 2002;

Lagrange, Giuseppe Luigi. Réflexions sur la Résolution algèbrique des équations in Ouevres de Lagrange, Gauthier-Villars, Paris, Tome III, 1869;
-Traitè de la resolution des équations numériques des équations, in Oeuvres de Lagrange, Paris, Gauthier-Villars, Tome huitième, 1879.

Maracchia Silvio, *Storia dell'Algebra*, Liguori, Napoli, 2005
- *Piccola storia della geometria solida pre-euclidea*, Roma, Kappa, 1970

Neugebauer Otto, *Mathematische Keischrift-Texte*, New York, Berlin, Heidelberg, Springer, 1935.

Omar Khayyam. Algebra of Omar Khayyam, by Daoud S. Kasir, Columbia University, New York, 1931.

Storia, accompagnata da alcune ricostruzioni virtuali, di "antichi modelli" in gesso per le matematiche applicate

PALLADINO NICLA
Università degli Studi di Salerno, Dipartimento di Matematica e Informatica
sapienz@libero.it

Come nelle altre scienze, in matematica le rappresentazioni grafiche sono largamente usate per motivi scientifici e didattici. Nelle matematiche applicate, la visualizzazione rappresenta uno strumento efficiente di analisi dei fenomeni complessi e i recenti metodi di analisi numerica permettono di riprodurre esperimenti e simulazioni in micromondi specificamente costruiti.
Tra le forme di rappresentazione visiva in matematica vi sono i modelli plastici per l'insegnamento delle matematiche applicate, utilizzati anche per la ricerca teorica, il cui impiego si diffuse in Europa a partire dalla metà del XIX° secolo, quando se ne iniziò la costruzione artigianale, in genere presso i laboratori annessi agli istituti universitari. Si trattava di modelli rappresentanti superfici ed altre entità geometriche, che ben presto in Germania furono prodotti su scala quasi industriale: la domanda crescente da parte di scuole ed istituti universitari incentivò la costituzione

di laboratori esterni con editori che pubblicarono opportuni cataloghi, arricchiti dall'esposizione dei fondamenti scientifici che avevano portato alla realizzazione dei pezzi eseguiti.
A quell'epoca, la ditta imprenditrice più importante per la realizzazione di modelli e strumenti fu quella di Ludwig Brill, fondata a Darmstadt nel 1877 e continuata dal 1899 in poi da Martin Schilling, prima in Halle an der Saale e poi a Leipzig. Con la sua impresa, Brill fu capace di collezionare e diffondere le singole sparse realizzazioni di modelli e strumenti, da lui raccolti in un *Catalog* diviso per serie. Molte di queste erano riproduzioni degli originali costruiti presso vari istituti universitari, tra cui il più importante era senza dubbio il *Matematisches Institut der technischen Hochschule* di Monaco di Baviera, in cui insegnavano allora Alexander Brill e Felix Klein. Ed infatti fu proprio dalla loro iniziativa di progettare e far costruire agli studenti modelli matematici plastici che venne stimolata la nascita della ditta L. Brill.
I modelli, costruiti soprattutto in gesso, cartone, lamelle di legno, celluloide (un materiale allora d'avanguardia), ottone, filo di ferro o di fibra naturale ed altri metalli venivano utilizzati come supporto all'insegnamento della Geometria Descrittiva, della Topologia, della Geometria Algebrica, della Teoria delle Funzioni e della Fisica Matematica.
Nonostante l'oblio, dovuto forse agli eccessi del formalismo, quelle antiche collezioni di modelli possono ancora suscitare interesse, perché si prestano ad illustrare intuitivamente proprietà caratterizzanti teorie o a fornire evidenza a un risultato.
Grazie alle tecniche di modellazione *3D*, oggi si possono realizzare le superfici, che una volta venivano realizzate plasticamente, sotto forma di "oggetti grafici": l'incremento delle risorse di calcolo ha reso possibile lo sviluppo di interfacce grafiche ed applicazioni didattiche con elevate capacità grafiche, in cui la percezione riesce a "convincere" forse quanto una dimostrazione e la simulazione diventa uno strumento capace di affiancare i metodi analitici per lo studio dei concetti che cadono, per esempio, nell'ambito della geometria differenziale.
Nella seguente comunicazione è presentata una galleria virtuale di modelli riprodotti (facendo uso di applicazioni di software matematico, quale *Mathematica*, e di linguaggi di programmazione, quali *VRML* e *Java*) a partire dalle equazioni, note, delle superfici. Le superfici rappresentate nella galleria sono, oltre alle quadriche, le superfici di: Kummer, Kuen, pseudosferiche, Riemann, Steiner, Dini, Catalan, Boy, Caley, Clebsh; e ancora: ciclidi, catenoide, elicoide, la cosiddetta "sella di scimmia", la "volta boema", il "serpentino", la "porzione a forma di stella di una superficie hessiana", alcune superfici di terzo grado ed una del quarto ordine.
È proposto, infine, un esempio di approssimazione di una superficie mediante un algoritmo basato su curve *NURBS* (*Non Uniform Razional B-Spline*), sviluppato in linguaggio *Java*, utilizzabile laddove l'equazione che descrive il modello è difficilmente trattabile o non esistente. Nell'esempio si approssima la soluzione di un'equazione differenziale rappresentante l'andamento della diffusione del calore in una sbarra rispetto ad una assegnata caduta termica (superficie compresa nella serie XVII del catalogo Brill-Shilling).

Bibliografia

M. Schilling, *Catalog mathematischer Modelle-Leipzig*, Verlag von M. Schilling, 1911.
D. Hilbert- S. Cohn-Vossen, *Anschauliche Geometrie*, J. Springer, Berlin, 1932.
C. De Boor, *A pratical guide to splines*, Springer-Verlag, 1978.
G. Fisher, *Mathematische Modelle,* Braunschweig/Wiesbaden, Friedr. Vieweg Sohn, 1986.
F. Palladino, *Uno Specimen dei giacimenti italiani di modelli e strumenti matematici: il Nachlass dell'Università di Pavia*, Memorie dell'Istituto Lombardo- Accademia di Scienze e Lettere vol. XXIX-Memoria 5, Milano, Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1997, pp. 315-374.
L. Carbone- G. Cardone- F. Palladino, *Le Collezioni di strumenti e modelli matematici del dipartimento di matematica e applicazioni "R.Caccioppoli" dell'Università degli Studi di Napoli "Federico II"*, «Rendiconto dell'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche», vol. LXV, Liguori Editore, Napoli, 1998, pp. 93-257.
F. Palladino, *Il Fondo di modelli e strumenti matematici antichi dell'Università di Padova e l'iniziativa di Giuseppe Veronese per un laboratorio nazionale italiano,* Università degli Studi di Padova, 1999.

Le raccolte museali italiane di modelli per l'insegnamento delle matematiche superiori http://www.dma.unina.it/~nicla.palladino/catalogo/.
L. Carbone- R. Gatto- F. Palladino- N. Palladino, *Il fondo di antichi libri scientifici del Dipartimento di Matematica e Applicazioni della "Federico II" di Napoli: Cataloghi ragionati*, «Rendiconto dell'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli», IV- LXIX, 2002, pp. 145-277.
Palladino N., Tesi di dottorato *E-learning: superfici matematiche in 3D*, Università degli Studi di Napoli "Federico II", 2004.

1805, Napoleone a Bologna: le ultime sedute dell'Istituto Nazionale

LUIGI PEPE
Dipartimento di Matematica, Università di Ferrara
pep@dns.unife.it

Dal 22 al 25 giugno del 1805 si tennero a Bologna le ultime sedute dell'Istituto Nazionale della Repubblica Italiana, in concomitanza con la visita di Napoleone, appena incoronato a Milano Re d'Italia. La prima riunione si era svolta a Bologna l'8 gennaio 1803, a Palazzo Poggi nell'attuale sala delle conferenze dell'Accademia delle scienze dell'Istituto. Bologna era stata scelta come sede per la grande tradizione rappresentata dall'Istituto delle scienze, fondato da Luigi Ferdinando Marsigli e potenziato dal papa concittadino Benedetto XIV. I verbali delle riunioni bolognesi sono stati recentemente posti all'attenzione degli studiosi. Le sedute bolognesi dell'Istituto sono le prime riunioni degli scienziati italiani, particolarmente interessanti anche perché le celebri riunioni annuali del periodo risorgimentale, ben più numerose, non ebbero mai luogo a Bologna.
Il modello organizzativo e politico dell'Institut, creato dalla convenzione nel 1795, del quale il gen. Bonaparte era stato nominato membro nel 1797 per la sezione di Meccanica, era stato esportato in Italia. Un Istituto nazionale della Repubblica Romana venne creato a Roma da Gaspard Monge e Daunon nel 1798. Esso raggruppa per la prima volta i più insigni studiosi di scienze, lettere ed arti che l'età dei Lumi aveva dichiarato sorelle, ma che ancora si dividevano in molte effimere accademie. L'Istituto della Repubblica Romana precede l'Institut d'Egypte creato da Napoleone nello stesso anno e presieduto da Monge, ma costituito questo da studiosi francesi.
Il modello dell'Institut, previsto nella Costituzione Repubblicana dell'anno 3, fu poi ripreso dalla Repubblica Ligure (1798), dalla Repubblica Napoletana (1799) e dalla Repubblica Italiana (1802) e dal Regno d'Italia (1805).
Si modellarono sull'Institut anche gli Atenei creati nel 1812 che rappresentavano le Accademie dei vari dipartimenti e che segnarono la vita culturale di città come Venezia, Padova, Brescia, Bergamo, Treviso. L'Accademia delle scienze di Torino si aprì per la prima volta alle scienze umane mentre a Firenze fu richiamata in vita l'Accademia della Crusca e a Roma la rinata Accademia dei Lincei ottenne per la prima volta finanziamenti pubblici dal comandante militare di Roma gen. Miollis.
L'Italia fu come è noto il laboratorio delle campagne militari napoleoniche, lo fu anche nel piano dell'organizzazione della cultura quando i modelli centralisti francesi si dovettero adattare alla situazione decentrata che presentava l'Italia e gran parte dell'Europa. Un Istituto Nazionale fu creato anche in Olanda, un altro fu progettato in Spagna, in Germania fu adottato il modello dell'Institut dalla celebre *Societas* di Göttingen, che ebbe Gauss tra i suoi membri più attivi.
In Italia la continuità con gli Istituti Nazionali è rappresentata non solo dall'Istituto Lombardo e dall'Istituto Veneto, ma anche, dopo l'unità, dall'Accademia Nazionale dei Lincei. Inoltre il modello dell'Institut è stato ripreso dai paesi che via via si sono aperti alla scienza e alla cultura moderna dalla Russia all'Ungheria all'Austria e poi, nel nostro secolo, alla Cina e all'India, per nominare solo i maggiori.

Bibliografia essenziale

Robert Fox, *The Culture of Science in France, 1700 – 1900*, Aldershot, Ashgate, 1992.
Maurice Crosland, *Science under Control: The French Academy of Sciences, 1795 –1914*, Cambridge University Press, 1992.

Charles Coulston Gillispie, *Science und Polity in France. The Revolutionary and Napoleonic Years*, Princeton University Press, 2004.
Roger Hahn, *Le système du monde. Pierre Simon Laplace : un itinéraire dans la science*, Paris, Gallimard, 2004.
Luigi Pepe, *Istituti nazionali, accademie e società scientifiche nell'Europa di Napoleone*, Firenze, Olschki, 2005.

La teoria dei baricentri di Archimede come fondamento logico alla meccanica di Torricelli? Riflessioni epistemologiche

RAFFAELE PISANO
Università di Roma "La Sapienza"
raffaele.pisano@uniroma1.it

In precedenti lavori[1] ho esaminato lo sviluppo storico dei fondamenti della teoria del baricentro durante il rinascimento sino alla sua formalizzazione matematica espressa dal principio di Torricelli (1608-1647) in meccanica (1644). In particolare, sulla base di questi studi, qui analizzo logicamente e storicamente le Supposizioni e le Proposizioni che Archimede (287-212 a.C.) poneva come criteri razionali per la determinazione dei centri di gravità. Tenterò di mostrare che l'organizzazione della teoria meccanica di Torricelli ha un fondamento remoto, non solo per l'uso delle tecniche archimedee, come ad es., la Reductio ad Absurdum, sebbene il faentino conoscesse approfonditamente la nascente analisi di Bonaventura Cavalieri (ca. 1589-1647); ma anche per una comune base logica. L'indagine sarà svolta mediante due categorie di interpretazione storica: l'ordine delle idee come elemento di comprensione dell'iter del pensiero scientifico e dall'altro lato userò la logica come elemento di scansione e di controllo della organizzazione della teoria. Il proposito di indagare la teoria mediante categorie appare giustificata, poiché la ricerca storica sui fondamenti non è analizzata in maniera tradizionale. Ovviamente il contenuto di questo scritto sarà tendenzialmente fazioso, giacché non può essere l'unico possibile.

Breve introduzione storica alla teoria dei centri di gravità

Durante il XV sec. agli studi dei teorici (*Scienza teoretica*) si unirono quelli dei tecnici e degli artisti-ingegneri (*Scienza activa*) che oltre a progettare, realizzavano fortificazioni e strumenti[2]. Sebbene le conoscenze di costoro erano, essenzialmente, di tipo empirico non mancarono di favorire, con i loro lavori, gli stimoli necessari per progredire nella ricerca di nuovi metodi scientifici in cui la matematica[3] assumeva sempre più un ruolo importante. Intanto gli studi di meccanica subirono la forte influenza del metodo matematico. In particolare resero confini solidi a quella parte della meccanica, la statica, che trae origine dalla legge della leva nel *Problemata mecahnica*[4] (o *Quaestiones Mechanicae*), dalla trattazione dei centri di gravità di Archimede[5] (287-

[1] Cfr.: Duhem P. 1905-06, op. cit.; Capecchi D. e Pisano R., 2004 "Il principio di Torricelli prima di Torricelli", op. cit; Id., 2005a. "Reflections on torricelli's principle in the mechanical epistemology of the centre gravity theory", op. cit; Id., 2005b. "Torricelli e la teoria dei baricentri", op. cit.

[2] Data la vastissima letteratura, storica ed interpretativa sull'argomento, il lettore vorrà scusarmi se talvolta toccherò argomenti noti, benché certe tesi sono ancora oggi, oggetto di riflessione epistemologica. Ad es., si può far riferimento a: Dijksterhuis E.J. 1957; Id., 1980; Crombie A.C. 1970; Drake S. e Drabkin I.E., 1969; Galluzzi P. 1979; Claggett M. 1981; Grant E. 1997;; opp.citt.

[3] Più avanti, la prima scienza fisica che subì tale influenza fu l'ottica di René Descartes (1625-1637) nella quale ad ogni legge fisica seguiva l'interpretazione matematica.

[4] Attribuiti forse, a Strato (ca. IV sec. a. C.), un allievo di Aristotele (ca. 384 - ca. 322). Cfr.: Cartelon H. 1975. "Does Aristotle A Have a Mechanics?", op. cit.

[5] Cfr.: Claggett M. 1964-1984. *Archimedes in the Middle Ages*, op. cit.

212 a.C.), dalla tradizione del principio dei lavori virtuali (aristotelica e nemoraria) e dalla teoria delle macchine semplici[6].
I matematici-filosofi del cinquecento che iniziarono a teorizzare la *Scientia de Ponderibus* vale a dire la scienza che studiava l'equilibrio dei corpi singoli e "aggregati"[7], si basavano, essenzialmente, su due teorie. Quella Archimedea (statica), secondo la quale un insieme di corpi è in equilibrio se il suo baricentro è vincolato a non abbassarsi; da qui il baricentro è quel punto di un corpo che, in certe condizioni geometriche, è in grado di fornire a questi uno stato di equilibrio indifferente[8]. Quella aristotelica (dinamica), in cui ogni corpo *pesante* possiede un punto, "centrum gravitatis", che tende naturalmente verso il centro del Mondo (Universo-Terra) ed in cui si fa riferimento al concetto di gravità di posizione[9] (*gravitas secondum situm*) per un "aggregato" di corpi; secondo il quale un insieme di corpi è in equilibrio se (in certe condizioni) le *tendenze* dei vari corpi a muoversi si bilanciano tra loro mediante (modernamente diremmo) l'uguaglianza dei lavori virtuali[10]:
Supposizione[11] 5. Un peso è più grave per posizione (secundum situm) quando, in un data posizione, la sua discesa è meno obliqua. Una discesa più obliqua è quella che, per una distanza, [lett: per una stessa quantità] comprende meno del verticale. (*Elementa Jordani in* Clagett M. e Moody E. A. 1952. *Medieval science of weights*, 128-129, op. cit.).
Quaestio decima[12]. Si per diversarum obliquitatum vias duo pondera descendant, fueritque declinationum et ponderum una proportio eodem ordine sumpta, una eritutriusque in discendendo [vale a dire che eserciteranno la stessa forza, da cui l'equlibrio]. (*Liber de ratione ponderis* nella versione edita da Tartaglia N. 1565, *Iordani Opvscvlvm de Ponderositate*, Nicolai Tartaleae Stvdio Correctvm Novisqve Figvrisavctvm Cvm Privilegio Traiano Cvrtio, Venetiis, Apvd Curtivm Troianvm. M D Lxv, 7, r. 2, op. cit.)
Occorre notare che in entrambi gli approcci, statico e dinamico, si sottintende che il baricentro esista e sia unico. La via statica sembra più felice di quella dinamica, giacché ad essa seguono criteri *razionali* per determinare il baricentro di un "aggregato" di corpi una volta noto il baricentro di ciascun singolo corpo. La teoria che fornisce questi criteri, la baristatica (o centrobarica) è fondata largamente sui risultati della teoria della leva sviluppata da Archimede[13]. Inoltre, sin dal duecento, l'uso degli spostamenti virtuali o del lavoro virtuale nelle trattazioni di statica è di notevole importanza, non solo per la generalizzazione dei risultati che si possono avere adottando tale principio, ma anche perché ad esso è associato generalmente l'uso di ragionamenti per assurdo

---

6 Notoriamente il problema generale della meccanica medievale era (a partire dai *Problemata* di Pseudo-Aristotele) risolvere - o anche ridurre - la questione delle sei macchine semplici: ruota con asse, cuneo, bilancia, leva, piano inclinato e vite. Cfr.: Rogers K. 2005. *On the Metaphysics of Experimental Physics,* 74-94, op.cit.
7 Cfr.: Pisano R. 2005e. "*Aggregati* e *congiunti*. L'idea di un sistema di corpi in Galileo e in Torricelli", *Congr. Nazionale SIF*, op. cit.
8 Ad es., se il corpo è appeso per il baricentro ad una cerniera sferica, esso resterà in equilibrio qualunque sia la sua configurazione geometrica.
9 Il concetto di gravità di posizione di Giordano Nemorario (ca. fine XIII sec.- ca. 1260) è uno dei due concetti fondamentali dei suoi *Elementa Jordani super demostrationem ponderum*, ma si trovano anche nel *Liber de ratione ponderis* di G. Nemorario nell'edizione di Tartaglia (Tartaglia N. 1565, op. cit.). Il primo concetto riguarda appunto la *gravità secondo posizione* (o *peso accidentale*), l'altro tratta la relazione tra gli spostamenti dei punti di applicazione delle forze-peso ed il loro valore.
10 Cfr.: Duhem P.-M., T.II, 1-99; Clagett M. 1959, 123-124; 179-183; Id., 1981, 43-88; Mach E., 2001, 81-101, opp. citt.
11 I commenti in parentesi sono di Clagett M. in Clagett M. 1981, 94, r. 30, op. cit. Per completezza ho riportato sia la *Supposizione* sia la Proposizione dove si evince il concetto di *gravitas secundum situm.*
12 Vedi anche: Ivi, 130-131; Cfr.: Clagett M. e Moody E. A. 1952, 188-189, op. cit.
13 Ad oggi, oltre al *Metodo*, sono state raggruppate in *Opere di Archimede* altri otto lavori in forma di brevi scritti: *Sulla sfera e il cilindro*, la *Misura dl cerchio*, sui *Conoidi e Sferoidi*, sulle *Spirali*, *L'Arenario*, la *Quadratura della parabola*, e due testi di meccanica, *Sui corpi galleggianti* e (d i due libri) *Sull'equilibrio dei piani*. Altri due testi, *Sulle leve* e *Sui baricentri*, non ci sono giunti. Pertanto non è chiaro se i criteri per determinare il baricentro, storicamente, precedono o meno la formulazione della legge della leva. Sulla base di tale legge Galilei costruirà la teoria del piano inclinato fino all'analisi del movimento dei corpi mediante il principio dei lavori virtuali. (Ivi, 121-124).

che, come vedremo nei prossimi paragrafi, stabiliscono un particolare modo di gestire e concepire l'assetto organizzativo di una teoria scientifica. Il primo che accolse - con qualche riserva[14] - la validità della centrobarica iniziata dal siracusano, fu Simon Stevin[15] (1548-1620) che sviluppò ulteriormente la teoria dei centri di gravità di Archimede. In particolare, egli estese il problema dell'equilibrio di un corpo sottoposto ad azioni verticali anche a corpi sottoposti ad azioni qualsiasi. In proposito, non è chiaro se fece uso o meno degli spostamenti virtuali; addirittura li avrebbe respinti esplicitamente (Dijksterhuis E.J. 1980, 434, op. cit.). Diversamente Ernst Mach (1838-1916), nel suo famoso testo di meccanica[16], ipotizzò che nel *Tomus Quartus Mathematicorum Hypomnematum de Statica* (1605) di Stevin vi fosse "contenuto in germe il principio degli spostamenti virtuali":

> "Ut Spatium agentis, ad spatium patientis: sic potentia patientis, ad potentiam agentis." ("Additamenti Statica Pars Secvnda: De Trochleostatica", in Stevin S. 1605, Vol. 4, 172, r. 3, op. cit.).

Secondo Marshall Clagett, Stevin tentò di escludere il principio dinamico da quella scienza della statica in cui per definizione non può esserci movimento, riservando "come Erone, […] il principio del lavoro o i suoi equivalenti alla spiegazione del vantaggio meccanico offerto dalle macchine" (Clagett M. 1981, 37, op. cit.). I due approcci, statico e dinamico, convissero con alterne vicende. All'inizio l'approccio aristotelico fu sostenuto dai matematici-filosofi, essenzialmente, anche per debolezza teorica degli avversari ingegneri-artigiani[17]. Lo stesso Simon Stevin che, come già detto rifiutò l'approccio dinamico per la determinazione dell'equilibrio dei corpi, sembra che poi ne farà uso nella sua famosa dimostrazione[18] del piano inclinato basata sull'impossibilità del moto perpetuo. Anche Galileo Galilei (1564-1642) userà entrambi i metodi[19]. Infatti, sebbene fosse un fervente sostenitore del metodo archimedeo non sarà esente dall'influenza aristotelica quando nelle *Mecaniche* dimostra la legge della leva utilizzando un approccio dinamico (Galilei G. 1890-1909, Vol. II, 163-186); in più, egli trattò anche gli spostamenti virtuali in diverse occasioni[20]. Occorrerà attendere il 1644, quando Evangelista Torricelli (1608-1647) nella sua *Opera geometrica*[21] formula un criterio razionale che ha giocato un ruolo fondamentale nella storia della meccanica e può essere considerato, certamente, l'origine del moderno principio dei lavori virtuali (Capecchi D. 2000):

> "Praemittimus. Duo gravia simul coniuncta ex se moveri non posse, nisi centrum commune gravitatis ipsorum descendat. (Torricelli E. 1644, *Libro II*, 99, r. 4, op. cit.).
> Premessa [di equilibrio]. Due gravi insieme congiunti non possono muoversi da sé se il loro comune centro di gravità non si abbassa." (Torricelli E. 1975a, 158, r. 23, op. cit.).

---

[14] Si fa riferimento alle obiezioni di Stevin sulla circolarità delle dimostrazione archimedee e alla mancanza di informazioni circa i principi alla base delle sue regole. Diversamente, sembra che Stevin era attento anche al problema dell'educazione scientifica. Alle definizioni egli preferiva descrizioni più estese mediante ragionati sillogismi aristotelici che potessero facilitare il lettore nel seguire il ragionamento scientifico. Ad es.,: "Ciò che è appeso immobile non descrive un cerchio; due corpi di peso equivalenti sono appesi immobili; perciò due corpi di peso equivalente non descrivono cerchi". (Dijksterhuis E.J. 1980, 433-440, op. cit.).

[15] Secondo Ernst Mach (1838-1916) fu Simon Stevin (1548-1620) nel suo *Mathematicorum hypomnematum de statica* (Stevin S. 1605), prima di tutti, a studiare meccanicamente il problema dell'equilibrio applicandolo alla *Carrucola di Archimede* o *Taglia multipla* (Mach E. 2001, 80, op. cit.).

[16] Cfr.: Mach E. 2001, 80, r. 14, op. cit.

[17] In proposito si possono vedere: Capecchi D. 2003. *Storia della Scienza delle costruzioni*, capp. I-II, op. cit; Capecchi D. e Pisano R. 2005c "La meccanica in Italia nei primi anni del cinquecento. Il contributo di Niccolò Tartaglia e di Girolamo Cardano", op. cit.

[18] "Questa discesa da un lato e ascesa dall'altro continuerà perpetuamente perché la causa è sempre la setssa e le sfere compiranno automaticamente un moto perpetuo, ciò che è assurdo". (Dijksterhuis E.J. 1955, *The principal works of Simon Stevin*, vol. I, "Mechanics", N.V. Swets & Zeitlinger, (ed.), 179, in Clagett M. 1981, 123, n. 54, op. cit).

[19] Galilei G. 1890-1909, Vol. VII, 146-188; Id., Vol. IV, 63.140, op. cit.

[20] Galilei G. 1890-1909, Vol. II, 240-242; Id., Vol. IV, 68-69; Id.,Vol. VIII, 310-331, 329-330, op. cit.

[21] Per completezza di esposizione riporterò, quando possibile, le citazioni originali degli autori assieme alle traduzioni più accreditate: Torricelli E. 1644. *Opera geometrica*, op. cit.; 1909-1944. *Opere di Evangelista Torricelli* (a cura di) Loria G. e Vassura G., Voll. I-IV, Montanari (ed.), Faenza; 1975a. *Opere scelte*, (a cura di) Bellone L., UTET (ed.), Torino. Galilei G. 1890-1909. *Opere di Galileo Galilei*, ed. Naz. (a cura di) A. Favaro, 20 Voll., op. cit.

Stranamente Torricelli non sembra accorgersi dell'importanza fondazionale della sua "Premessa". Infatti, essa nasce dalla necessità di dimostrare un teorema sul piano inclinato - che secondo lui - Galileo Galilei, nella dinamica dei "moti parabolici", omise di chiarire[22]:

> "Accipio, gradus velocitatis eiusdem mobilis super diversas planorum inclinationes acquisitos tunc esse aequales, cum eorumdem planorum elevationes aequales sint." (Galilei G. 1890-1909. *Opere*, Edizione Nazionale (a cura di) A. Favaro, Firenze, G. Barbèra (ed.), Vol. VIII, G. III, 205, r. 9).

Dalla sua "Premessa", Torricelli dimostra il teorema utilizzando la seguente proposizione:

> "Propositio II. Momenta gravium aequalium super planis inaequaliter inclinatis, eandem tamen elevationem habentibus, sunt in reciproca ratione cum longitudinibus planorum. (Torricelli E. 1644, *Libro II*, 100, r. 21, op. cit.)
> Proposizione 2. I momenti di gravi uguali su [due] piani inegualmente aventi però la medesima elevazione [rispetto al suolo], sono in proporzione reciproca alle lunghezze dei [due piani]" (Torricelli E. 1975a, 160, r. 11, op. cit.).

La prematura morte di E. Torricelli rispetto allo spessore della letteratura scientifica che ci ha lasciato, ha suscitato molto interesse tra gli storici del XX sec.. Gli studi di questi si concentrarono - oltre che su lavori celebrativi - su tematiche di tipo matematico: sulla spirale, sui metodi della tangente, sulla questione degli indivisibili, per citarne alcuni. Tra questi è apparso interessante il lavoro di A. Agostini che, nel 1951 (Agostini A. 1951a), pubblicò uno scritto sui *Baricentri trovati da Torricelli*. Si tratta, di una ricostruzione storica che mostra parziali contenuti di certe epistole[23] che Torricelli inviava per mostrare i risultati delle sue ricerche sul suo principio in meccanica.
Ciò che qui interessa è tentare di comprendere in che termini la teoria dei baricentri di Torricelli fu influenzata dagli scritti di Archimede: si tratta solo di acquisizioni di simili tecniche matematiche e/o anche di un (nuovo) modo di concepire la scienza in termini di organizzazione della teoria?

Bibliografia

Archimede OPERE: Archimede, "Sull'equilibrio dei piani", in *Opere,* UTET (ed.); Archimede, 1974a. *Opere,* (a cura di) Frajese A., UTET (ed.); Archimede, 1974b. "Introduzione a Archimede", in *Opere,* (a cura di) Frajese A., UTET (ed.).

Capecchi D. 2000. *Storia del principio dei lavori virtuali da Arsistotele a Bernoulli*, Luda edizioni (ed.), Napoli

Capecchi D. e Pisano R. 2004. "Il principio di Torricelli prima di Torricelli" in *Atti del XXIV Congresso di Storia della Fisica e della Astronomia*, Napoli-Avellino, in press

Cartelon H. 1975. "Does Aristotle Have A Mechanics?" in Barnes et al.: *Articles on Aristotle. Vol. I: Science*, Duckworth (ed.), London

Caverni R. 1891-1900. *Storia del metodo sperimentale in Itali*a, , vol. IV, Forni (ed.), Bologna.

---

[22] "[…] premettiamo a mò di supposizione l'universa dottrina di Galileo, dichiariamo di scrivere per un lettore erudito" (Torricelli E. 1975a, 156, r. 20). "[…] Sul punto di trattare del Moto naturalmente accelerato Galileo suppone un principio, che anche egli non ritiene del tutto evidente, poiché si sforza di comprovarlo con l'esperimento poco esatto del pendolo, e cioè che i gradi di velocità del medesimo mobile acquisiti su piani diversamente inclinati, sono uguali, quando le elevazioni dei medesimi piani sono uguali. Da questa petizione dipende quasi tutta la sua dottrina sia del moto accelerato, sia dei proietti. Se qualcuno dubita del principio [di Galileo], delle cose che da esso conseguono non avrà affatto scienza certa". (Ivi, 156, r. 24).
Si può vedere anche: "SALV. Fermata cotal definizione, un solo principio domanda e suppone per vero l'autore, cioè: Accipio Gradus velocitatis eiusdem mobilis super diversas planorum inclinationes acquisitos tunc esse aequales, cum eorumdem planorum elevationes aequales sint" (Galilei G. 1990. *Discorsi e dimostrazioni matematiche*, G. III, (a cura di) E. Giusti, 179, r. 25, op. cit.). Si noti che Galilei l'aveva poi riformulato con l'uso del principio dei lavori virtuali (Caverni R., *Storia del metodo sperimentale in Itali*a, vol. IV, 239-241, op. cit.).

[23] È noto che Torricelli tentò di ricavare il baricentro per diverse configurazioni geometriche ed in diversi momenti della sua vita. Oltre a quelle trovate da Agostini. Cfr.: Torricelli E. 1919-1944. "Carteggio Scientifico" in *Opere di Evangelista Torricelli* (a cura di) Loria G. e Vassura G., Vol. III, (i n. di pag. si riferiscono all'edizione nazionale): 40, 55, 63, 66, 67, 70, 76, 78, 83, 85, 88, 93, 99, 101, 102, 104, 106, 107, 109, 111, 114, 117, 119, 120, 121, 133, 143, 147, 173, 195, 202, 204, 215, 223, 279, 283, 330, 218, 317, 365, 368, 371, 382, 408, 417, 449, op. cit.

Claggett M. 1964-1984. *Archimedes in the Middle Ages*, Madison-Philadelphia, *Memoirs of the American Philosophical Society*, 5 Voll. in 10 Tomi.

Clagett M. 1981. *La Scienza della meccanica nel Medioevo*, Feltrinelli (ed.), Milano, 43-135; tit. orig.: 1959. *The Science of Mechanics in th Middle Ages*, Madison, University of Wisconsin press

Drake S. e Drabkin I.E., 1969. *Mechanics in Sixteenth Century Italy*, University of Wisconsin Press

Dijksterhuis E.J. 1957, *Archimedes*, Humanities Press, New York

Dijksterhuis E.J. 1980, *Il meccanicismo e l'immagine del mondo,* Feltrinelli, Milano; tit. orig.: 1950. *De Machanisering van het Wereldbeeld* . Engl. transl.: 1961. *The mechanization of the world picture*,
Clarendon University Press, Oxford.

Drago A. e Pisano R. 2002. "S. Carnot's theory based on non-classical logic" in *The bulletin Symbolic Logic,* A.R. Blass (ed.), (8), 130-131

Drago A. 1991. *Le due opzioni*, La Meridiana (ed), Molfetta (BA)

Duhem P.-M., 1905-06. *Les origines de la Statique*, Tome I (-II), Hermann (ed.), 91-151

Galileo Galilei OPERE: Galilei G. 1890-1909. Opere di Galileo Galilei, ed. Naz. (a cura di) A. Favaro, 20 Voll.; Galileo G., 1980b. "Contenente i teoremi e le relative dimostrazioni intorno al centro di gravità dei solidi quali furono scritti in tempo dal medesimo autore" in *Opere*, Vol. 2, (a cura di) Franz Brunetti, 813-839; in latino: "Appendix - In qua continentur theoremata eorumque demostrationes, quae ab eodem Autore circa centrum gravitatis solidirum olim conscripta fuerunt", in *Discorsi e Dimostrazioni matematiche*, op. cit., 297-319; Galileo G., 1980c. "La bilancietta", (1586), in *Opere*, (a cura di) Franz Brunetti UTET (ed.); Galileo G., 1990. *Discorsi e dimostrazioni matematiche introno a due nuove Scienze,* (1638) (a cura di) Giusti E., Einaudi (ed.)

Galluzzi P. 1970. Momento. Studi galileiani, Ateneo & Bizzarri (ed.), Roma

Galileo G., 2002. *Dialogo dei Massimi Sistemi,* Mondadori (ed.), 150-427; Carta 276. *Le Scene*, *Codice Galileiano 130,* Biblioteca Nazionale di Firenze

Grant E. 1997. *La scienza nel Medioevo*, Il Mulino (ed.), Bologna; tit. orig.: 1971. *Physical Science in the Middle Ages*, Cambridge, Cambridge Univ. Press

Mach E. 2001. *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico*, Bollati Boringhieri (ed.), Torino; tit. orig.: 1883. *Der Mechanik in iherer Entwickelung historich-kritisch dargestellt*, Leipzig.

Pisano R. 2005a. "Si può insegnare la pluralità delle logiche?", *Periodico di Matematiche*, (1) 41-58

Pisano R. 2005b. "Mathematics of Logic and Logic of Mathematics. Critical problems in History of Science", *BSL - The Bulletin of Symbolic Logic*, in press

Pisano R. 2005c. "Sadi Carnot's Thermodynamics principles. A critical Analysis of Lervig's interpretation", sottoposto a JPL - *Journal of Philosophical logic*

Rogers K. 2005. *On the Metaphysics of Experimental Physics,* Palgrave Macmillan (ed.), N.Y.

Segre M. 1983, Torricelli's correspondence on ballistics, *Ann. of Science.* 40 (5), 489-499

Stevin S. OPERE: "Tomus Quartus Hathematicorum Hypomnematum de Statica", in Stevin 1605-08, op. cit. Stevin S. 1605-08. *Hypomnemata Mathematica*, ex officina Ioannis Patii, Lvgodini Batavorvm, Academiae Typographi

Tartaglia N. 1554, "Qvesito XXI", 84, r. 24, in *Qvesiti et Inventioni diverse*, De Nicolo Tartarea Brisciano (1^ ed. 1546), (a cura di) Masotti A., Brescia, ristampa del 1959

Tartaglia N. 1565. *Iordani Opvscvlvm de Ponderositate*, Nicolai Tartaleae Stvdio Correctvm Novisqve Figvrisavctvm. Cvm Privilegio Traiano Cvrtio, Venetiis, Apvd Curtivm Troianvm. M D Lxv.

Torricelli E. OPERE : 1644. *Opera geometrica*, Massa-Landi (ed.), Firenze; 1919-1944. *Opere di Evangelista Torricelli* (a cura di) Loria G. e Vassura G., Vol. I-IV T, Montanari, Faenza; 1975a. *Opere scelte*, (a cura di) Bellone L., UTET (ed.), Torino; 1975b. *Lezioni accademiche* in Torricelli E. 1975a, cit.; 1715. *Lezioni Accademiche d'Evangelista Torricelli Mattematico*, e Filosofo del Sereniss. Ferdinando II Gran Duca di Toscana, (a cura di) Jacopo Guiducci e Santi Franchi, S.A.R., Firenze; 1823. *Lezioni accademiche*, Milano, (a cura di) G. Silvestri (II ed.); 1864. *Lettere fin qui inedite di Evangelista Torricelli precedute dalla vita di lui*, (a cura di) G. Ghinassi, Faenza.

Modelli matematici e realtà fisica dalla fisica classica alla meccanica quantistica

ARCANGELO ROSSI
Dipartimento di Fisica – Università di Lecce
rossi@le.infn.it

Si sottolinea la trasformazione, attraverso le teorie fisiche del '900, del concetto di oggetto fisico, da intuitivo-sostanziale a formale-funzionale (cfr. E. Cassirer) quale sistema invariante di proprietà oltre i limiti dei "portatori" intuitivi di proprietà della fisica classica. Abbiamo così l'invariante relativistico delle trasformazioni di Lorentz in Relatività e l'invariante delle trasformazioni continue di Hilbert in Meccanica Quantistica (MQ), oltre punti-massa, corpi rigidi e sistemi oscillanti, riferimenti esclusivi invece anche delle più matematizzanti e astratte impostazioni dei meccanici razionali del '700 e dei fisici matematici dell''800, prima che il modello matematico formale mostrasse tutta la sua autonoma fecondità euristica. Ciò tuttavia non significa che la pura connessione matematica funzionale sia dotata di per sé di invarianza, cognitiva e validità nomologica a prescindere dalle proprietà che essa correla. Va fatto salvo infatti un realismo minimale delle proprietà che non identifica la realtà con la sua conoscenza, la quantità di informazione su di essa a noi accessibile. La svolta nella concezione del sistema fisico quale pura connessione funzionale, che tuttavia resta irriducibile all'informazione relativa alle sue misure di stato, dati i suoi connotati oggettivi di proprietà, è storicamente evidenziata dal fatto che, in particolare in MQ, la formalizzazione matematica della teoria come calcolo degli operatori nello spazio di Hilbert precedette la sua interpretazione fisica: furono le caratteristiche formali delle aggregazioni matematiche a precedere l'interpretazione fisica e le sue applicazioni, e non viceversa, nel senso che la formalizzazione sia stata invece ricavata dalle misure di stato empiriche relative ai valori accessibili delle proprietà da essa correlate. In generale, la formalizzazione della MQ dovette infatti rispettare, ancor prima di concreti riscontri empirici, caratteristiche formali fondamentali delle proprietà quantistiche, come la non commutatività delle loro misure o il loro intrinseco carattere probabilistico. In particolare P. A. M. Dirac affermava l'irriducibilità delle proprietà quantistiche, funzionalmente intese, a semplici misure di stato, essendo piuttosto conseguenze di proprietà algebriche formali. La potenza della matematica lasciava così comunque ambigua, nella sua forte astrattezza, l'interpretazione fisica. D'altra parte, l'appello alla strumentazione e a teorie strumentali, con conseguente riduzione delle proprietà a misure di stato per risolvere il problema, non sembra sufficiente. Il pragmatismo e il falsificazionismo appaiono infatti soluzioni inadeguate. Il primo è contraddetto dal fatto che misure e strumenti sono precari ed ambigui rispetto alla formulazione matematica, il cui significato si lega piuttosto alle proprietà espresse dal formalismo, non sempre sperimentalmente decidibili anche se linguisticamente esprimibili. Il secondo è in contrasto con la posizione dello stesso Dirac quando introduce matematicamente monopoli magnetici di cui le prove strumentali non riescono a fornire evidenze non ambigue senza però neppure riuscire a smentirli chiaramente. Non sarebbe allora meglio ammettere francamente, in accordo con l'evidenza storica anche se non del tutto in accordo con la cosiddetta interpretazione standard o ortodossa della MQ, accanto a proprietà misurabili o riducibili ad operazioni strumentali, comunque falsificabili, anche proprietà descritte dal modello matematico di partenza e da esso fecondamente implicate, ma tuttavia non fisicamente accessibili e non controllabili empiricamente o strumentalmente (come le proprietà non misurabili con precisione simultaneamente ad altre in MQ o come i monopoli magnetici di Dirac)?

Fonti e bibliografia essenziale

E. Cassirer, *Substance and Function and Einstein's Theory of Relativity*, New York, Dover, 1953.

S. D'Agostino, Sostanza o funzione? Il problema dell'oggettivazione nella fisica post-einsteiniana, *Physis,* 41 (2004) 219.

S. D'Agostino, Dirac: la ragionevole potenza della matematica (la matematizzazione della fisica nell'opera di Dirac), *Nuova Civilta' delle Macchine*, 21 (2003) 92.

O. Darrigol, *From c-numbers to q-numbers. The Classical Analogy in the History of Quantum Physics*, Berkeley, University of California Press, 1992.
P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics,* Oxford, Clarendon Press, 1958.
P. A. M. Dirac, Quantised Singularities in the Electromagnetic Field*, Proceedings of the Royal Society*, A 133 (1931) 60.
N. R. Hanson, *I modelli della scoperta scientifica*, Milano, Feltrinelli, 1978.
M. B. Hesse, *Models and Analogies in Science*, Cambridge, Cambridge University Press, 1963.
G. Israel*, La visione matematica della realtà*, Roma-Bari, Laterza, 1997.
M. Jammer, *The Philosophy of Quantum Mechanics*, New York, Wiley and Sons, 1974.
H. Kragh, *Dirac: A Scientific Biography*, Cambridge, Cambridge University Press, 1990.
H. Metzger, *Il metodo filosofico nella storia delle scienz*e, Manduria, Barbieri Editore, 2002.
F. Enriques*, Il significato della storia del pensiero scientifico*, Manduria, Barbieri Editore, 2004.
A. Rossi, The Loss of Individuality from Classical to Quantum Physics, in C. Garola, A. Rossi (eds.), *The Foundations of Quantum Mechanics. Historical Analysis and Open Questions, Lecce, 1993*, Dordrecht, Boston, London, Kluwer, 1995.
A. Rossi, Information and State Correlations from Classical to Quantum Physics: The Foundations Issue, in C. Garola, A. Rossi (eds.), *The Foundations of Quantum Mechanics. Historical Analysis and Open Questions, Lecce, 1998*, Singapore, World Scientific, 2000.
B. van Fraassen, *Quantum Mechanics: An Empiricist View*, Oxford, Clarendon Press, 1980.
J. von Neumann, *I fondamenti matematici della meccanica quantistica*, Padova, il Poligrafo, 1998.

La visita di Tullio Levi-Civita a Barcellona nel gennaio 1921

EMMA SALLENT DEL COLOMBO – ANTONI ROCA ROSELL
Departament de Física Fonamental, Universitat de Barcelona –
Centre de Recerca per a la Història de la Tècnica, ETSEIB, Universitat Politècnica de Catalunya
esallent@ffn.ub.es

Tullio Levi-Civita (1873-1941) visitò Barcellona nel 1921 nell'ambito dei "Cursos Monogràfics d'Alts Estudis i d'Intercanvi" organizzati dalla "Mancomunitat" catalana. L'obiettivo di questi corsi doveva essere quello di portare in Catalogna gli ultimi contributi della scienza mondiale, secondo le parole degli organizzatori "le novità di primo ordine, le scoperte e le riforme metodologiche nell'ambito di ogni scienza" (Roca, 1983: 86). Ebbero luogo undici stagioni di Corsi Monografici, dal 1915 al 1923, data nella quale la "Mancomunitat" in pratica cessò di esistere. Oltre a Levi-Civita, furono invitati nei primi anni venti anche J. Hadamard (1921), H. Weyl (1922), A. Sommerfeld (1922), e A. Einstein (1923).

A Madrid, più o meno nello stesso periodo, la "Junta para Ampliación de Estudios", creata nel 1907 dal Ministero della Pubblica Istruzione spagnolo, diede inizio ad una serie di azioni politiche, tra le quali occorre segnalare la concessione di borse per compiere studi all'estero e la fondazione di centri di ricerca come il "Laboratorio de Investigaciones Físicas" (1910) e il "Laboratorio y Seminario Matemático" (1915) (Sánchez Ron, 1987; Roca, 1988, Ausejo, Millán, 1989).

Dai documenti conservati nell'"Arxiu de la Diputació de Barcelona" è stato possibile ricostruire dettagli importanti della visita di Levi-Civita. Esteve Terradas, responsabile della sezione fisico-matematica dei corsi, aveva incontrato Levi-Civita a Padova e lo aveva convinto a venire a Barcellona. D'accordo con il responsabile della Junta J. Castillejo le conferenze furono ripetute a Madrid. T. Glick (1986: 123) pubblica l'elenco degli invitati ad una cena in onore di Levi-Civita in questa città. Fra i personaggi citati troviamo Julio Rey Pastor, Josep Maria Plans, Luis Octavio de Toledo, Blas Cabrera, Julio Palacios, ed Emilio Herrera.

Pregevoli testimonianze della visita in Spagna e dei rapporti che si stabilirono fra i matematici spagnoli e Levi-Civita si trovano anche nelle lettere a Tullio Levi-Civita conservate nella biblioteca dell'Accademia dei Lincei a Roma. Questi documenti fanno parte della corrispondenza di Levi-Civita*,* composta da 5.000 lettere con circa 1.000 corrispondenti, distribuiti praticamente nei cinque continenti (Nastasi, Tazzioli, 2004: 56).

In prima approssimazione possiamo schematicamente suddividere i corrispondenti in istituzionali e scientifici in base al contenuto della corrispondenza.

Lo schema potrebbe essere il seguente:

- *Corrispondenti «istituzionali»*
    - Esteve Terradas
    - Rafael Campalans
    - Pedro Carrasco
    - Luis Octavio de Toledo
- *Corrispondenti «scientifici»*
    - Josep Maria Plans i Freyre
        - Pere Puig Adam
        - Tomás Rodríguez Bachiller
        - Fernando Lorente de Nó
    - Julio Rey Pastor
        - Josep Maria Orts
        - Sixto Ríos
- *Altri*

Tra i corrispondenti istituzionali abbiamo posto in primo luogo Esteve Terradas [La corrispondenza tra Terradas e Levi-Civita è pubblicata e studiata in Glick, Roca, 1982 ed è anche apparsa in Nastasi, Tazzioli, 2000] che, anche se aveva un grande interesse scientifico per i temi svolti fu il massimo responsabile della realizzazione della visita.

Nel suo corso, intitolato "Qüestions de mecànica clàssica i relativista", Levi-Civita affrontò quattro argomenti nei quali aveva dato dei contributi originali: il problema dei tre corpi, le onde dei liquidi, parallelismo e curvatura in una varietà qualunque e deflessione dei raggi di luce e relatività generale. Nel "Fons Terradas" dell'"Institut d'Estudis Catalans" si conservano le copie dattiloscritte delle conferenze di Levi-Civita. Terradas le utilizzò per farne la traduzione catalana che fu poi pubblicata nella collezione dei "Cursos de Física i Matemàtiques" (Levi-Civita, 1922; La conferenza di relatività fu curata da Enric de Rafael). Il volume fu inviato ai matematici più rappresentativi del periodo, e fu successivamente tradotto in italiano e in tedesco.

Dalla corrispondenza si possono dedurre alcuni aspetti delle relazioni che si stabilirono fra Levi-Civita e i matematici spagnoli. Levi-Civita si mostra sempre aperto alla collaborazione, sia fornendo consigli sulla realizzazione di ricerche e lavori, sia con l'invio di estratti scientifici o suggerendo riferimenti e indicazioni bibliografiche puntuali. Si ha la percezione che i corrispondenti spagnoli trovino nel matematico italiano un valido punto di appoggio per cercare di uscire dalla situazione di arretratezza scientifica della loro nazione. L'Italia è vista come un paese vicino, al quale rivolgersi per trovare ispirazione e col quale interagire per cercare di cambiare la situazione in un momento nel quale emergevano grandi speranze.

Bibliografia

AUSEJO, E.; MILLÁN, A. (1989), "La organización de la investigación matemática en España en el primer tercio del siglo XX: el Laboratorio y Seminario Matemático de la Junta para Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas (1915-1938)", Llull, 12, 261-308.

GLICK, T. F. (1986), *Einstein y los Españoles. Ciencia y sociedad en la España de entreguerras*, Madrid, Alianza. Versione inglese: GLICK, T. F. (1988), *Einstein in Spain: relativity and the recovery of science*, Princeton, Princeton University Press.

GLICK, T.; ROCA, A. (1982), "Esteve Terradas (1883-1950) i Tullio Levi-Civita (1873-1941): una correspondència", *Dynamis*, 2, 387-402.

LEVI-CIVITA, T. (ca. 1922), *Qüestions de mecànica clàssica i relativista*, Barcelona, Institut d'Estudis Catalans.

NASTASI, P; TAZZIOLI, R. (2004), "Sulla corrispondenza di Tullio Levi-Civita (1873-1941)". In PALLADINO, F. (ed.), *La corrispondenza epistolare tra matematici italiani dall'Unità d'Italia al Novecento*, Napoli, Vivarrium.

NASTASI, P.; TAZZIOLI, R. (2000) (eds.), *Aspetti scientifici e umani nella corrispondenza di Tullio Levi - Civita (1873 - 1941)*, Palermo, Università Bocconi.

ROCA, A. (1983) "Les possibilitats d'una producció científica catalana. Entorn de l'acció de la Mancomunitat de Catalunya", Recerques, 14.

ROCA, A. (1988), "La ciència internacional a la Catalunya contemporània". In: NAVARRO VEGUILLAS, L. Navarro (ed.), *Història de la Física. Actes de les Trobades Científiques de la Mediterrània*, (Maó 1987), Barcelona CIRIT, 319-332.

ROCA ROSELL, A; SÁNCHEZ RON, J. M. (1990), *Esteban Terradas. Ciencia y técnica en la España contemporánea*, Madrid, INTA/SERBAL.

SÁNCHEZ RON, (coord.), (1988), *La Junta para Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas 80 años después: 1907-1987*, Madrid. CSIC.

Manuali d'architettura e trattati di matematica: l'ombra della matematica sull'architettura

KIM WILLIAMS
Nexus Network Journal, Torino
http://www.nexusjournal.com – kwilliams@kimwilliamsbooks.com

Una scuola di pensiero - non universalmente accettata - sostiene che la nascita dell'architettura gotica nell'Europa centrale è strettamente legata alla traduzione degli *Elementi* di Euclide e alla sua successiva diffusione. Mentre è generalmente riconosciuto che conoscenze di geometria erano fondamentali per la scienza delle costruzioni, i rapporti tra i manuali d'architettura e i trattati di matematica dall'epoca medievale al Rinascimento sembrano essere 'più visivi' che sostanziali, cioè gli architetti usavano la geometria 'visiva' come base sia per la stabilità costruttiva, sia per la decorazione, ma non si interessavano né alle dimostrazioni, né allo sviluppo della matematica come scienza in sé. Questa comunicazione farà vedere in breve come gli architetti estraevano dai trattati matematici una geometria empirica come strumento-base per le loro tecniche di costruzione, e come i trattati matematici venivano interpretati dagli architetti.