SOCIETÀ ITALIANA DI STORIA DELLE MATEMATICHE

La Matematica nell'Ottocento
Storia dell'insegnamento della Matematica

Brescia, 25-27 Novembre 2010
Università Cattolica del Sacro Cuore

SUNTI DELLE CONFERENZE

L'unità d'Italia e la facoltà matematica dell'Università di Napoli

ROMANO GATTO
(Università della Basilicata)
gatto@unibas.it

L'esame delle carte dell'Archivio di Stato di Napoli riguardanti l'istruzione pubblica del periodo del Governo Provvisorio delle Provincie Napoletane, instaurato da Garibaldi subito dopo la sua entrata a Napoli avvenuta il 7 settembre 1860, fornisce un'idea quanto mai chiara della febbrile attività che caratterizzò la riorganizzazione degli studi dell'Università napoletana. La rapidità con la quale fu varato un progetto di riforma, che mutava radicalmente l'assetto della precedente organizzazione degli studi, la sua immediata applicazione all'avvio del nuovo anno accademico nel novembre dello stesso anno nonostante le grandi difficoltà che si dovettero superare, lasciano intendere che quello dell'istruzione universitaria, se di certo non fu il principale problema che i nuovi governanti dovettero affrontare nell'immediato, fu sicuramente uno di quelli che riscosse una particolare attenzione. Vero è che al momento del trapasso dal vecchio al nuovo regime il quadro dell'istruzione pubblica napoletana che si presentava ai nuovi governanti era assolutamente desolante, tale era il degrado in cui giacevano scuole, università, musei, biblioteche, accademie, e tuttavia, davanti alla necessità primaria di dare un nuovo assetto all'intera macchina governativa e civile del cessato Regno delle due Sicilie, sembra impensabile che uno dei primi obiettivi raggiunti sia stato proprio la riforma dell'Università. Il 29 ottobre 1860, a meno di due mesi dall'entrata di Garibaldi a Napoli, con il *Decreto organico sull'insegnamento universitario*, passato alla storia come "riforma De Sanctis", l'organizzazione degli studi dell'Università napoletana ne usciva completamente rivoluzionata. Pochi mesi dopo, con la promulgazione della *Legge sull'istruzione pubblica* del 16 febbraio 1861, nota come "Legge Imbriani" l'Università di Napoli risultava completamente riorganizzata, non solo per quanto atteneva gli studi, ma anche negli altri aspetti istituzionali e burocratici. Questa legge, anche se non integralmente applicata, restò vigente fino al 1923 e sancì di fatto uno stato di relativa autonomia dell'Università di Napoli rispetto al resto delle Università italiane.

Scopo della mia relazione è innanzitutto di spiegare come fu possibile in così breve tempo varare la "riforma De Sanctis", che, come detto, rivoluzionò completamente gli assetti dell'organizzazione degli studi dell'Università di Napoli. Mi dedicherò poi alla "Facoltà di Scienze Matematiche" (la quale conservò la distinzione dalla "Facoltà di Scienze fisiche, chimiche e naturali" operata con la riforma degli studi del 1777), mostrandone gli aspetti peculiari soprattutto soffermandomi sulle scelte operate dai riformatori, dettate sì dall'aspirazione di fare dell'università napoletana un'università moderna di livello europeo, ma anche dall'esigenza fortemente avvertita di non stravolgere l'organizzazione tradizionale degli studi del Regno napoletano. Mi riferisco in particolare all'insegnamento impartito nelle scuole private, che da tempo immemorabile convivevano con l'Università. Si trattava di scuole generalmente di buon livello, con punte di assoluta eccellenza, che non di rado superarono la stessa università. Come creare una università di assoluta eccellenza senza mortificare il ruolo delle scuole private che tanta parte avevano avuto nella storia dell'istruzione napoletana? Questo fu uno dei problemi che i riformatori dovettero affrontare e la soluzione trovata sembrò bene ottemperare all'esigenza di costruire una moderna università senza far venir meno peculiari aspetti dell'istruzione napoletana. La storia di tutto questo periodo è storia di costruzione e di resistenza: costruzione di istituzioni scientifiche che poco ereditavano dall'università borbonica, resistenza per salvaguardare quanto di buono e di originale la società napoletana era stata in grado di offrire per secoli nel campo dell'istruzione. Un modello che si voleva piuttosto esportare che vedere distrutto, ma che alla fine, seppure lentamente dovette soccombere nel processo di omogeneizzazione dell'università italiana. L'ordinamento della Facoltà di Matematica dell'Università di Napoli uscito dalla riforma divenne il modello dell'ordinamento degli studi matematici dell'Università del Regno d'Italia. Come le altre facoltà, la Facoltà di Scienze matematiche napoletana fu prima per numero di cattedre, oltre che per numero di studenti, tra tutte le università italiane. Inoltre per essere distinta dalla Facoltà di Scienze naturali fisiche e chimiche (unica in Italia) fece sì che essa, in un certo senso, per 63 anni, fino alla riforma Gentile del 1923, godette di uno statuto "speciale".

Bibliografia

Ancarani V., *La scienza accademica nell'Italia post-unitaria*, Milano, Franco Angeli, 1989.

Breve notizia dell'Università di Napoli per l'esposizione universale di Vienna nel 1873, Napoli, Stamperia del Fibreno, 1873.

Collezione delle Leggi, dei Decreti e di altri atti riguardanti la Pubblica istruzione promulgati nel già reame di Napoli dall'anno 1806 in poi, Napoli, Stamperia e Cartiere del Fibreno, 1863.

De Cesare C., *La fine di un regno*, Napoli, Celi, 1969.

De Sanctis F., *Epistolario*, a cura di G. Talamo, Torino, Einaudi, 1965.

Gatto R., *Storia di una "anomalia". Le facoltà di Scienze dell'Università di Napoli tra l'Unità d'Italia e la riforma Gentile. 1860-1923*, Napoli, Fridericiana Editrice Universitaria, 2000.

Polenghi S., *La politica universitaria italiana nell'Italia della Destra storica (1848-1876)*, Brescia, La Scuola, 1993.

Porciani I. (a cura), *L'Università tra Otto e Novecento: i modelli europei e il caso italiano*, Napoli, Jovene, 1994.

Russo L., *La nuova Italia. Dal 1860 al 1876*, in *Storia dell'Università di Napoli*, Napoli, Ricciardi, 1924.

Russo L., *Francesco De Sanctis e la cultura napoletana*, Firenze, La nuova Italia, 1928.

Russo L., *La scuola di Ingegneria di Napoli, 1811-1967*, Napoli, 1976.

Scirocco A., *I democratici italiani da Sapri a Porta Pia*, Napoli, 1969.

Settembrini L., *L'Università di Napoli*, Napoli, Stamperia della R. Università, 1862.

Zazo A., *Le scuola private universitarie a Napoli dal 1799 al 1960*, Napoli, I.T.E.A., 1926.

Discours de mathématiciens face à l'enseignement de leur discipline en France au cours du XX^e^ siècle

HÉLÈNE GISPERT

(Université Paris Sud 11)

helene.gispert@u-psud.fr

Au cours du XXe siècle, l'enseignement des mathématiques en France a connu deux grands moments de réformes, l'un au début du siècle, l'autre dans les années 1960-70. A chacune de ces époques, les réformes ont été pensées et réalisées, d'une part, en lien avec de nouvelles organisations et de nouvelles finalités du système éducatif et, d'autre part, en lien avec de nouvelles conceptions épistémologiques sur les mathématiques.

Ma conférence aura pour objet les discours qu'ont tenu les mathématiciens dans ces deux moments, au tournant du siècle, avec la réforme des lycées en 1902 qui concerne l'enseignement des élites sociales et intellectuelles, et au cours des années 1950- 1970 avec la réforme des mathématiques modernes dans un temps de démocratisation d'accès à une école moyenne pour tous. A ces contextes sociaux d'enseignement différents, s'ajoutent des points de vue opposés des mathématiciens sur les mathématiques, leurs liens aux autres sciences et aux applications, leur dimension expérimentale ou exclusivement déductive. Mais il me faudra au préalable discuter des définitions possibles des acteurs à qui je donne la parole, les mathématiciens. Faut-il ne considérer comme mathématiciens que les auteurs qui produisent des mathématiques? Plus encore des résultats jugés signifiants? Ou faut - il considérer aussi les enseignants de mathématiques, ceux du supérieur, voire du secondaire? Il s'agit ici d'un enjeu historiographique majeur et, selon les points de vue adoptés, certaines catégories d'acteurs disparaissent ou non du récit que l'on peut faire de l'histoire des mathématiques et de leur enseignement.

On verra ainsi les évolutions, entre ces deux périodes, dans la façon dont les 'mathématiciens' participent aux différentes sphères d'acteurs des réformes - celle des experts des savoirs en jeu, celle des professionnels du terrain, celle des acteurs politiques et économiques – et les discours qu'ils y tiennent.

Bibliografia

Barbazo É., *L'APMEP, un acteur politique, scientifique, pédagogique de l'enseignement secondaire mathématique du 20e siècle en France*, Thèse de doctorat, Paris, EHESS, 2010.

D'Enfert R., *Mathématiques modernes et méthodes actives: les ambitions réformatrices des professeurs de mathématiques du secondaire sous la Quatrième république*, in R. d'Enfert, P. Kahn (a cura di), *En attendant la réforme. Politiques éducatives et disciplines scolaires sous la Quatrième République*, Grenoble, PUG, 2010.

Gispert H., Hulin N., Robic M.C. (a cura di), *Science et enseignement. L'exemple de la grande réforme des programmes du lycée au début du XXe siècle*, Paris, Vuibert & INRP, 2007.

Gispert H., *Two mathematics reforms in context in twentieth century France. Similarities and differences*, International Journal for the History of Mathematical Education, 2009, pp. 43-50.

Gispert H., *Rénover l'enseignement des mathématiques, la dynamique internationale des années 1950*, in R. d'Enfert, P. Kahn (a cura di), *En attendant la réforme. Politiques éducatives et disciplines scolaires sous la Quatrième République*, Grenoble, PUG, 2010.

Revue d'Histoire Moderne & Contemporaine, N° spécial *De quoi la "réforme" est-elle le nom ?*, 56-4 bis, Supplément 2009.

La teoria dei numeri nell'Ottocento

CHRISTIAN HOUZEL
(CNRS, Parigi)
houzel@vjf.cnrs.fr

Nel 1801 venivano pubblicate le *Disquisitiones arithmeticae* da C.-F. Gauss, la prima opera dove la teoria dei numeri viene esposta in modo sistematico, come una dottrina matematica. Teoria delle congruenze, legge di reciprocità quadratica (colle le prime due dimostrazioni), teoria delle forme quadratiche binarie, equazione della divisione del cerchio (ciclotomia) sono i grandi temi affrontati. Tutte le ricerche ottocentesche nel settore saranno profondamente influenzate dall'opera di Gauss. Il successore immediato di Gauss fu G. Lejeune-Dirichlet. Dirichlet, con l'uso delle serie che da lui prendono il nome, è pervenuto a calcolare il numero di classi di forme quadratiche binarie con un dato determinante e a dimostrare che una progressione aritmetica contiene un'infinità di numeri primi. Ha inoltre esteso la teoria delle forme quadratiche binarie al caso di coefficienti complessi (interi di Gauss). C.-G. Jacobi ha affrontato la teoria delle forme quadratiche a due, tre o quattro variabili, in particolare per mezzo della teoria delle funzioni ellittiche e delle funzioni *theta*, da lui elaborata. Queste funzioni furono utilizzate anche da G. Eisenstein, C. Hermite e L. Kronecker per ottenere risultati di teoria dei numeri, per esempio le leggi di reciprocità cubica e quartica. C. Hermite ha inventato un metodo di riduzione delle forme quadratiche binarie indefinite (riduzione continua). Ha sviluppato la teoria delle forme quadratiche con più variabili. La novità più importante del secolo è l'elaborazione della teoria dei campi di numeri algebrici. L'origine si trova nell'opera di E. Kummer, legata alla ricerca di leggi di reciprocità di esponente qualunque. Kummer ha costruito l'aritmetica dei numeri complessi combinazioni lineari di radici dell'unità, già utilizzati da Gauss nella ciclotomia. In generale, non esiste una scomposizione unica di un tale numero in fattori primi; è questa la ragione dell'introduzione dei fattori primi ideali. Come sottoprodotto della sua teoria, Kummer ha ottenuto il migliore risultato del suo tempo sull'ultimo teorema di Fermat. Dopo Kummer, diversi autori hanno tentato di costruire l'aritmetica di numeri più generali, combinazioni delle radici di una equazione algebrica qualunque (a coefficienti interi): E.I. Zolotarëv, R. Dedekind, L. Kronecker. Il problema della scomposizione di un ideale primo di un campo di numeri in un campo più ampio è legato alla teoria del campo dei classi (L. Kronecker, H. Weber, D. Hilbert). A.M. Legendre e C.-F. Gauss avevano formulato una congettura degna di nota sulla ripartizione asintotica dei numeri primi. P. L. Cebisciëv ha ottenuto i primi risultati in questa direzione. B. Riemann ha scritto un solo articolo sulla teoria dei numeri; è un programma per dimostrare il teorema sulla ripartizione dei numeri primi fondato sullo studio della funzione *zeta* nel campo complesso. Il programma di Riemann fu elaborato alla fine del secolo da J. Hadamard e C. de La Vallée Poussin che hanno dimostrato (indipendentemente) il teorema dei numeri primi.

Bibliografia

Gauss C.-F., *Disquisitiones arithmeticae*, *Werke*, Göttingen, 1863, vol. 1.
Lejeune-Dirichlet J.P.G., *Vorlesungen über Zahlentheorie*, ed. R. Dedekind, Braunschweig, 1863.
Hilbert D., *Die Theorie der algebraischen Zahlkörper*, Ges. Abhandl., Berlin, 1932, vol. 1.
Dickson L.E., *History of the theory of Numbers*, Washington, 1919, 3 vol., Dover, Reed, 2005.
Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées, Paris, 1904-1916, t. I-3, *Théorie des nombres*.
Ellison W. e F., *Théorie des nombres*, in *Abrégé d'histoire des mathématiques*, Paris, 1978, t. I, ch. V.
Edwards H.M., *Riemann's zeta function*, New York, 1974.
Edwards H.M., *Fermat's Last theorem*, New York, 1977.
Goldstein C., Schappacher N. e Schwermer J., *The Shaping of arithmetic*, Berlin, 2007.

GiuseppePeano e la sua Scuola: ricerca, insegnamento e relazioni internazionali

CLARA SILVIA ROERO
(Università di Torino)
clarasilvia.roero@unito.it

Nel mio intervento metterò in luce le caratteristiche del modo di fare ricerca da parte di Peano e degli esponenti della sua equipe, in confronto a quelle di altre 'Scuole' italiane ed estere, e del tipo di insegnamento e di divulgazione della matematica promossi attraverso la stampa.

Fra i principali fattori che nella cerchia di Peano contribuirono a privilegiare gli aspetti sociali del mestiere di matematico si possono segnalare l'influenza degli scienziati del

Risorgimento che operarono a Torino (Chiò, Plana, Sella, Genocchi, Faà di Bruno, D'Ovidio, Siacci), la militanza nella massoneria e nei circoli socialisti, la fondazione della Mathesis e lo stretto contatto con le scuole e gli insegnanti.

Si focalizzerà poi l'attenzione sul ruolo che nello sviluppo delle capacità creative di Peano ebbe lo studio critico della trattatistica internazionale e nazionale, da cui scaturirono testi e articoli di analisi che divennero subito celebri. Il fatto che le idee nuove e i contributi più originali di Peano fossero nati dalla preparazione delle sue lezioni condizionò in una certa misura l'avviamento alla ricerca dei suoi assistenti ed allievi, indirizzandoli su quella stessa strada. Pur lasciando loro autonomia nell'ambito disciplinare specifico, Peano li addestrava all'esigenza di rigore, alla ricerca dei procedimenti logici in grado di evidenziare errori, circoli viziosi, imprecisioni di linguaggio, ecc. L'obiettivo finale da raggiungere era per lui la costruzione di quella sua speciale enciclopedia del sapere matematico in forma logico-simbolica, il *Formulario*, che doveva servire sia ai matematici, sia agli insegnanti. La realizzazione e promozione di questo progetto avvenne, da parte di Peano e della sua cerchia, nell'arco di un ventennio (1890-1910) in vari contesti: fondazione di una rivista, richieste di collaborazione, relazioni in congressi internazionali, articoli, lettere, conferenze, lezioni universitarie, tesi di laurea, invii di esemplari in Italia e all'estero, … I dibattiti e le critiche alla logica e al *Formulario*, emersi a Torino, in Italia e in Europa, in particolare sulla *Revue de Métaphysique et de Morale* e sul *Leonardo*, portarono di fatto all'esaurirsi degli entusiasmi e delle risorse. Il progetto globale non fu completato e nell'ultima edizione (1908) il *Formulario* si arrestò alle nozioni impartite nei corsi matematici del primo biennio universitario. Iniziative enciclopediche collectanee si stavano allora avviando in Italia (Enriques, Berzolari-Vivanti-Gigli) sull'insegnamento delle cosiddette matematiche elementari, cioè con contenuti analoghi a quelli del *Formulario*, ma con impostazione differente, ed alcuni degli allievi di Peano furono invitati a redigere capitoli. Essi si vedevano così riconosciuto lo *status* di ricercatori seri e qualificati.

Tranne però poche eccezioni, come nel caso di Mario Pieri, nessuno dei collaboratori di Peano seppe di fatto sviluppare un modo autonomo e diverso di far ricerca matematica, avvalendosi dell'apporto di altri indirizzi di pensiero, di avanzamenti più recenti, e soprattutto di un confronto con la cultura internazionale. Ripiegati sull'autorevolezza e sulla notorietà del maestro, la maggior parte di essi si limitò a difenderne l'operato e a perpetuare le sue idee, senza sforzarsi di esercitare quello spirito critico di cui invece Peano aveva dato prova nei confronti di Genocchi e di altri matematici contemporanei.

Infine accennerò all'impegno profuso verso la scuola e la preparazione degli insegnanti (Mathesis, manuali scolastici, Conferenze Matematiche Torinesi, *Rivista di Matematica*, *Schola et Vita*), alle relazioni internazionali instaurate con enti ed istituzioni per l'educazione e agli esiti di questo tipo di promozione culturale e sociale diretta ad un pubblico molto più vasto ed eterogeneo dei precedenti.

Bibliografia

Brigaglia A., *The creation and persistence of national schools: the case of Italian algebraic geometry*, in U. Bottazzini, A. Dahan Dalmedico (a cura di), *Changing Images of Mathematics. From the French Revolution to the New Millenium*, London, Routledge, 2001, pp. 187-206.

Brigaglia A., C. Ciliberto, Pedrini C., *The Italian School of Algebraic Geometry and Abel's Legacy* in O.A. Laudal, R. Piene (a cura di), *The Legacy of Niels Henrik Abel*, *The Abel Bicentennial, Oslo 2002*, Berlin, Springer, 2004, pp. 295-347.

Brigaglia A., *Due modi diversi di essere caposcuola*, in O. Pompeo Faracovi (a cura di), *Enriques e Severi. Matematici a confronto nella cultura del Novecento*, Atti del Convegno (Livorno 2002), Livorno, Agorà, 2004, pp. 51-77.

Brigaglia A., Ciliberto C., *Remarks on the relations between the Italian and American schools of algebraic geometry in the first decades of the 20th century*, Historia mathematica, 31, 2004, pp. 310-319.

Corry L., *Introduction,* Science in Context, 17, 2004, pp. 1-22.

Gispert H., *Les débuts de l'histoire des mathématiques sur les scènes internationales et le cas de l'entreprise encyclopédique de Felix Klein et Jules Molk*, Hist. Math., 26, 1999, pp. 344-360.

Giusti E., Pepe L. (a cura di), *La matematica in Italia 1800-1950*, Firenze, Polistampa, 2001.

Luciano E., Roero C.S. (a cura di), *Giuseppe Peano – Louis Couturat Carteggio (1896-1914)*, Firenze, Olschki, 2005.

Luciano E., Roero C.S., *La Scuola di Giuseppe Peano*, in *Peano e la sua Scuola fra Matematica, Logica e Interlingua*, Atti del Congresso internazionale di studi (Torino, 6-7 ottobre 2008), a cura di C. Silvia Roero, Torino, Deputazione Subalpina di Storia Patria, 2010, pp. 1-212.

Mancosu P., *Mathematical Style*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2009 (sito http://plato.standford.edu)

Parshall K., Rice A. (a cura di), *Mathematics Unbound: the evolution of an international mathematical research community*, American Mathematical Society, 2002.

Roero C.S., *The "Formulario" between Mathematics and History*, in *Giuseppe Peano between Mathematics and Logic. Proceedings of the International Congress in honour of Giuseppe Peano on the 150th anniversary of his birth and the centennial of the Formulario Mathematico* (*Torino, Italy October 2-3, 2008*), Springer, in corso di stampa.

Rowe D., *'Jewish Mathematics' at Gottingen in the Era of Felix Klein*, Isis, 77, 1986, pp. 422-449

Rowe D., *Mathematical Schools, Communities, and Networks*, in M.J. Nye (ed.), *Cambridge History of Science*, vol. 5, *Modern Physical and Mathematical Sciences*, Cambridge, CUP, 2003, pp. 113-132

Rowe D., *Making Mathematics in an Oral Culture: Göttingen in the Era of Klein and Hilbert*, Science in Context, 17, 2004, pp. 85-129.

Schubring G., *Conflicts between generalization, rigor, and intuition*, New York, Springer, 2005.

SUNTI DELLE COMUNICAZIONI

Geometria e saperi matematici alla base delle opere pittoriche e letterarie di Andrea Pozzo (1642-1709)

RITA BINAGHI
(Università di Torino)
binaghir@libero.it

Nel corso degli studi volti a focalizzare la possibile formazione culturale ed artistica del pittore ed architetto gesuita Andrea Pozzo (Trento 1642-Vienna 1709), autore in Piemonte dello spettacolare decoro pittorico della chiesa di San Francesco Saverio (oggi detta La Missione) in Mondovì (Cuneo), sono emersi nuovi dati di estremo interesse. In particolare, i due fondamentali volumi, scritti dal gesuita, sull'arte del disegno in prospettiva (*Perspectiva Pictorum et Architectorum*, 1698-1700) e diretti ad architetti e pittori, quale base teorica di ogni applicativo pratico nel campo specifico della resa prospettica, hanno trovato spiegazioni plausibili relativamente ai caratteri fortemente innovativi presenti nel metodo espositivo. Le indagini, fornendo un primo risultato chiarificatore sui possibili percorsi formativi del gesuita, hanno posto in luce due differenti filoni di ricerca totalmente inesplorati e forieri di ulteriori sviluppi: il primo riguarda la felice ed anomala (rispetto al panorama italiano) situazione pedagogica del Collegio dei Padri Gesuiti di Trento, dove Pozzo si è formato, impostata secondo i dettami seguiti dai padri della Germania Superior (De Finis 1987); il secondo ha riportato l'attenzione su un matematico gesuita tedesco, Wilhelm Weilhaimer (o Weilhamer) (Monaco (Sallach?) 1596?- Trento 1663). Costui, noto agli storici della Scienza (Baldini

1992; 1995; Pepe 1998) per il ruolo docente avuto nei collegi della Compagnia ignaziana a Parma e Mantova e per l'importante contributo dato alla diffusione della geometria cartesiana in Italia, non era mai stato posto in relazione con la figura di Andrea Pozzo. Quanto fino ad ora emerso dalla documentazione reperita getta una nuova luce sull'importante base geometrica leggibile in filigrana nell'opera letteraria di Pozzo, rivelatrice di una forma mentis difficilmente acquisibile senza una guida didattica precisa, e palesa altresì un'apertura possibile per uno studio maggiormente consapevole sui portati scientifici presenti nella produzione sei e settecentesca di architettura sia reale (dove l'inganno prospettico entra nei parametri progettuali) sia rappresentata graficamente o pittoricamente, secondo i modi del genere della quadratura (*trompe d'oeil*).

La comunicazione porrà in relazione il sapere geometrico proprio di alcuni lavori a stampa, editi intorno alla metà del secolo XVII, quali il primo tomo degli *Apiaria* (Bologna 1642) del gesuita Mario Bettini e le cognizioni nello stesso campo presenti nelle lettere del già citato Weilhaimer a Giannantonio Rocca con le conoscenze esplicitate in termini teorici ed operativi da Andrea Pozzo.

Bibliografia

Bettini M., *Apiaria universale philosophiae mathematicae* […], Bonomiae, cum facultate Superiorum, typis Jo.Bapts. Ferronij, MDCXXXXII, Tomo Primis.

Pozzo A., *Perspectiva Pictorum et Architectorum Andreae Putei e Societati Jesu. Pars prima in qua docetur modus expeditissimus delineandi opticè omnia que pertinent ad Architecturam*, Romae, MDCXCVIII, Typis J. J. Komarek apud S. Angelus Custodem.

Pozzo A., *Perspectiva Pictorum et Architectorum Andreae Putei e Societate Jesu. Pars Secunda in qua proponitur modus expeditissimus delineandi opticè omnia quae pertinent ad Architecturam*; Romae, Anno Jubilei MDCC, ex Typographia J.J. Komarek Boemi, prope SS. Vincentium & Anastasium in Trivio.

Lettere di uomini illustri a Giannantonio Rocca, Modena, Società Tipografica, 1735.

Baldini U., *Legem impone subactis. Studi su filosofia e scienza dei Gesuiti in Italia, 1540-1632*, Roma, Bulzoni, 1992.

Baldini U., *L'insegnamento fisico-matematico nella scuola di San Rocco,1600-1768: verso una ricognizione dei materiali didattici*, Annali di storia delle università italiane, 9, 1995, pp. 65-89.

Bianchi E., Cattoi D., Dardanello G., Frangi F. (a cura di), *Andrea Pozzo (1642-1709)*, Trento, Tipografia Editrice Temi, 2009.

Binaghi R., *Istruire la mente e la mano secondo i precetti della Geometria: Andrea Pozzo tra Trento, Milano e Mondovì*, in corso di pubblicazione.

Bösel R., Salviucci Insolera L. (a cura di), *Mirabili Disinganni. Andrea Pozzo (Trento 1642-Vienna 1709) Pittore ed Architetto Gesuita*, Roma, Artemide, 2010.

De Finis L., *Dai Maestri di Grammatica al Ginnasio Liceo di via Santa Trinità in Trento*, Trento, Società di studi trentini di scienze storiche, 1987.

Gatto R., *L'insegnamento delle nuove scienze nei Collegi gesuitici italiani*, Annali di Storia dell'Educazione e delle Istituzioni scolastiche, 3, 1996, pp. 53-71.

Pepe L. (a cura di), *I gesuiti e i loro libri a Ferrara*, Ferrara, Tipografia Artigiana, 1998.

Problemi di partizione e teoria degli invarianti nel carteggio Brioschi-Tardy

MARIA TERESA BORGATO

(Università di Ferrara)

bor@dns.unife.it

Il carteggio Brioschi - Tardy è costituito quasi interamente dalle lettere di Brioschi (sessantatre in tutto dal 1853 al 1893), conservate nel ricco fondo della Biblioteca Universitaria di Genova e dunque nella corrispondenza sono le ricerche di Brioschi ad essere messe in rilievo, soprattutto quelle del periodo 1857-60, in cui la sua attività scientifica si concentra su temi algebrici. Il carteggio prosegue negli anni con interessanti riferimenti alla vita politica, alla attività accademica e istituzionale. Pur essendo la risoluzione delle equazioni algebriche di quinto grado un tema centrale, in questa comunicazione ci si è concentrati su altre questioni che emergono dalla corrispondenza, collegate alle ricerche contemporanee di Hermite, Cayley e Sylvester: problemi di partizione dei numeri e di teoria degli invarianti.

Anche Tardy si era occupato di un particolare problema di partizione, risolvendo una delle questioni poste agli aspiranti all'École Polytechnique, e dunque era un interlocutore competente.

Un problema generale di partizione può enunciarsi come segue: Dati i numeri interi positivi $a_1, a_2, \ldots, a_r; n$ determinare il numero delle soluzioni positive intere della equazione: $a_1x_1 + a_2x_x + \cdots + a_rx_r = n$. Indicando con $S_{r,n}$ il numero cercato, il problema è ricondotto alla integrazione delle equazioni alle differenze finite: $S_{r,n} = S_{r-1,n} + S_{r,n-a_r}$.

Secondo un risultato già di Pietro Paoli (1784) che alle equazioni alle differenze ha dedicato molti lavori, $S_{r,n}$ coincide con il coefficiente di x^n nello sviluppo secondo le potenze ascendenti di x della espressione: $\dfrac{1}{(1-x^{a_1})(1-x^{a_2})\cdots(1-x^{a_r})}$.[1]

Sylvester nel 1855-57 aveva dato l'espressione analitica di $S_{r,n}$ (*quotity*), in modo che fosse facilmente calcolabile nei casi particolari. Brioschi ne diede allora (1858) una giustificazione attraverso il calcolo dei residui, collegandola al risultato di Paoli. Sylvester pubblicava in quegli anni altri lavori sul problema generale della partizione, sul problema delle vergini e la partizione composta, e dava una sistemazione della teoria in una serie di letture al King's College (1859) che saranno pubblicate quasi quarant'anni dopo.

Ha legami con la partizione dei numeri il problema del numero degli invarianti e invarianti irriducibili dei polinomi omogenei (*quantiche*) che Cayley affronta nelle "stupende" (a detta di Brioschi) memorie *Upon quantics* (dieci in tutto di cui tre nel periodo 1854-56 e altre tre nel 1858). Più precisamente, Cayley aveva dimostrato che il numero dei covarianti linearmente indipendenti si riconduce alla determinazione del numero dei modi in cui possono essere ripartiti certi interi (*pesi*) legati all'ordine del polinomio e ai gradi di omogeneità dei covarianti (rispetto ai coefficienti e alle variabili). Ma alla teoria delle forme e dei loro invarianti e covarianti è dedicato molto spazio nelle lettere di Brioschi: si trattò infatti di un campo di ricerca estremamente attivo che si mantenne tale per tutta la seconda metà dell'Ottocento. Le ricerche di Cayley, Sylvester, Hermite e Brioschi appartengono alla fase chiamata 'ingenua' da Hilbert (1893) in cui risultati parziali vengono costruiti sulla base degli algoritmi conosciuti, senza la specifica formalizzazione introdotta poi col calcolo simbolico da Clebsch e Gordan. Si trattava di trovare tutti gli invarianti di una data forma, o più precisamente un insieme minimale di invarianti sulla cui base si poteva costruire il sistema completo. In particolare le forme binarie sembravano permettere una completa soluzione alla determinazione degli invarianti. Scrive infatti Brioschi nel 1856:

> "La ricerca dei covarianti e degli invarianti di una funzione omogenea a due indeterminate, ed i criterj per distinguere quali fra essi sieno irreducibili sono i due problemi principali di quella parte della morfologia che può denominarsi *teorica dei covarianti*."

Appoggiandosi alle sue ricerche sulla partizione dei numeri Cayley aveva appunto dato una risposta al secondo di essi nel 1855, al primo problema si era data una risposta con il calcolo degli 'iperdeterminanti' ma si cercavano nuove soluzioni più agevoli ed Hermite in

[1] Paoli a sua volta si ispirava ad Eulero (*Introductio in Analysin infinitorum*, cap. XVI). Su Paoli: M.T. Borgato, *Contributi alla teoria delle equazioni alla differenze finite in Italia nella seconda metà del secolo XVIII. I. Lagrange, Paoli*, Ferrara, Istituto Matematico, 1981, pp. 1-64.

particolare nel 1856 trovava i quattro invarianti irreducibili di una funzione omogenea di quinto grado. Oltre ad alcuni risultati particolari volti ad ampliare quelli di Cayley, Hermite e Sylvester, (citiamo in particolare quello volto a chiarire il teorema di reciprocità di Hermite del 1855: *A ogni covariante di una forma di grado m, e che in rapporto ai coefficienti di questa forma è di grado p, corrisponde un covariante di grado m in rapporto ai coefficienti, di una forma di grado p*, e la determinazione dell'invariante di 18° grado della forma di quinto grado) il principale lavoro di Brioschi in quegli anni fu la sistemazione della teoria dei covarianti, nella monografia *La teorica dei covarianti e degli invarianti delle forme binarie e le sue principali applicazioni* che fu pubblicata, suddivisa in varie parti, sugli *Annali di matematica* tra il 1858 e il 1861. Una prima organizzazione dell'opera è descritta nella stessa corrispondenza:

> "Nel primo capitolo dò le definizioni di forma, covariante, invariante, controvariante e quindi trovo alcuni covarianti ed invarianti fondandomi sulle medesime. Nel secondo capitolo dò la teoria dei covarianti associati e qui raccolgo i due teoremi fondamentali dell'Hermite ed i miei che tu conosci. Il terzo capitolo è dedicato alla ricerca delle equazioni alle derivate. Ma queste le dedussi come già accennai nel mio lavoro del giornale di Tortolini dalle formole del capitolo 2°, ed in seguito credetti opportuno di dimostrare che reciprocamente ogni funzione omogenea rispetto ai coefficienti ed alle indeterminate la quale soddisfa alle due equazioni (…) è un covariante della forma data. Questo terzo capitolo è assai lungo per cui probabilmente si ridurrà a questi tre la parte della monografia che potrò pubblicare questa volta. Fra le applicazioni darò la calcolazione della risolvente di sesto grado proposta dall'Hermite nel Giornale di Cambridge."

La *Teorica dei covarianti*, che Brioschi non considerava conclusa, consta globalmente di sette capitoli: Cap. I. Definizioni. Cap. II. Dei covarianti associati. Cap. III. Delle equazioni alle derivate, caratteristiche per i covarianti e per gli invarianti. Cap. IV. Delle equazioni alle derivate, caratteristiche pel discriminante. Cap. V. Dei covarianti e degli invarianti non legati tra loro da relazioni lineari (è inserito il citato teorema di Cayley). Cap. VI. Dei covarianti e degli invarianti irreducibili. Cap. VII. Delle forme quadratiche, cubiche, biquadratiche.

Bibliografia

Brioschi F., *Sulla teorica degli invarianti*, Annali di scienze matematiche e fisiche, 5, 1854, pp. 207-211 (*Opere* 1, pp. 111-114). Id., *Sulla teoria dei covarianti*, Giornale dell'I. R. Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti, 8, 1856, pp. 329-333 (*Opere* 3, pp. 137-141). Id., *Ricerche algebriche sulle forme binarie*, Annali di scienze matematiche e fisiche, 7, 1856, pp. 231-242 (*Opere* 1, pp. 223-231). Id., *Sul principio di reciprocità nella teoria delle forme*, Annali di scienze matematiche e fisiche, 7, 1856, pp. 303-312 (*Opere* 1, pp. 233-240). Id., *Sulla partizione dei numeri*, Annali di scienze matematiche e fisiche, 8, 1857, pp. 5-12. (*Opere* 1, pp. 241-246). Id., *Sui covarianti delle forme a più variabili*, Annali di Matematica, 1, 1858, pp. 158-163. Id., *La teorica dei covarianti e degli invarianti delle forma binarie e le sue principali applicazioni*, Annali di Matematica, 1, 1858, pp. 296-309, 342-361; 2, 1859, pp. 82-85, 263-277; 3, 1860, pp. 160-168; 4, 1861, pp. 186-194 (*Opere* 1, pp. 349-414).

Cayley A., *Nouvelles recherches sur les Covariants*, Journal für die Reine und Angewandte Mathematik, 47, 1854, pp. 109-124. Id., *Un introductory memoir upon quantics,* The Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 144, 1854, pp. 245-258; *A second memoir upon quantics*, ivi 146, 1856, pp. 101-126; *A third memoir upon quantics,* ivi, pp. 627-648.

Crilly T., *The Rise of Cayley's Invariant Theory (1841-1862)*, Historia Mathematica, 13, 1986, pp. 241-254.

Hermite C., *Sur le théorie des fonctions homogènes à deux indéterminées,* The Cambridge and Dublin Mathematical Journal, 9, 1854, pp. 172-217. Id, *Sur la théorie des fonctions homogènes à deux indéterminées. Première mémoire*, Journal für die Reine und Angewandte Mathematik, 52, 1856, pp. 1-17; id. *Seconde mémoire*, pp. 18-38.

Hunger Parshall K., *America's First School of Mathematical Research: James Joseph Sylvester at the Johns Hopkins University 1876-1883*, Archive for History of Exact Sciences, 38, 1988, pp. 153-

196. Id., *Towards a history of nineteenth-century invariant theory*, in D. E. Rowe and J. McCleary (a cura di), *The history of modern mathematics*, Boston, Academic Press, 1898-94, 3 v., v. I: *Ideas and their reception*, 1989, pp. 157-206.

Sylvester J. J., *On a discovery in the partition of numbers*, Quarterly Journal of Mathematics, 1, 1857, pp. 81-84; Id., *On the partition of numbers*, Ivi, pp. 141-152. Id. *On the problem of the Virgins and the general theory of compound partition*, Philosophical Magazine Series 4, 16, 1858, pp. 371-376. Id., *Note on the equation in numbers of the first degree between any number of variables with positive coefficients*, Ivi, pp. 369-371. Id., *Outlines of seven lectures on the partitions of numbers*, Proceedings of the London Mathematical Society, 28, 1897, pp. 33-96.

L'opera di Luigi Cremona per lo sviluppo dell'Università di Roma vista attraverso la corrispondenza con Sella, Cairoli e De Sanctis

SIMONETTA DI SIENO (*)
(Università di Milano)
simonetta.disieno@mat.unimi.it

> "Credo che ogni uomo, il quale pensi alle condizioni attuali di Roma, sentirà che qui deve essere un centro scientifico di luce, una Università principalissima, informata soprattutto ai principii delle osservazioni sperimentali, che sono sempre imparziali e senza idee preconcette".

Con questo intervento alla Camera nel giugno 1872, Quintino Sella fa del rilancio scientifico della riconquistata capitale un obiettivo centrale della sua politica. Ed è in questo quadro che va visto il trasferimento a Roma di Luigi Cremona (il 9 ottobre 1873) e di altri eminenti scienziati (tra cui soprattutto Cannizzaro).

La vicenda scientifica e umana di Cremona nei trent'anni della sua permanenza romana si intreccia strettamente con questo grande progetto politico. Cremona, forte dell'esperienza fatta con Brioschi al Politecnico di Milano, rappresenta l'elemento determinante della costituzione e del grande sviluppo della Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri, al cui interno si sviluppa anche la Facoltà di Scienze.

Nello stesso tempo riveste un ruolo fondamentale nel rilancio dell'Accademia dei Lincei e nella ricostituzione della Biblioteca Nazionale Vittorio Emanuele (ruolo questo secondo troppo sottovalutato a cui era stato chiamato dal Ministro Francesco De Sanctis).

Il 16 marzo 1879 entra in Senato, dove, oltre a diventare vice-presidente, si fa protagonista delle diverse iniziative rivolte alla riforma degli studi sia universitari che nelle scuole superiori.

Il periodo romano, dal punto di vista della produzione scientifica, è per Cremona un periodo di decadenza. Egli se ne rende ben conto e nel 1877 tenta di trasferirsi nel più scientificamente adatto ambiente pisano. "Assorbito tutto il mio tempo, tutte le mie forze da lavori amministrativi, non potei più far nulla per la scienza, nella quale è riposta l'unica mia ambizione", scrive alla moglie; ma da questo proposito viene con forza distolto dagli amici e in particolare dallo stesso Sella che non manca di richiamarlo ai suoi doveri di patriota risorgimentale.

Però, sul piano scientifico, il periodo romano è anche il periodo di formazione di un gruppo di giovani geometri che avrebbero giocato un ruolo di primo piano nelle successive vicende scientifiche. Si pensi a Riccardo De Paolis che a Pisa sarà il primo maestro di Enriques e di tanti altri; si pensi a Ettore Caporali, al fondatore del Circolo Matematico di Palermo Giovan Battista Guccia, a Giuseppe Veronese che da Roma fu indirizzato verso la scuola di Felix Klein. A Roma l'attività di caposcuola di Cremona si espleta pienamente e questo elemento deve entrare nel giudizio che si può dare de suo vigore scientifico nell'ultimo quarto del secolo.

---

*In collaborazione con Aldo Brigaglia, Università di Palermo, brig@math.unipa.it

In questa comunicazione ci proponiamo di esaminare le vicende romane di Cremona, anche utilizzando gli ampi carteggi con i Cairoli, con Sella e con De Sanctis.

Sotto la tua amministrazione potremmo dire: "La Biblioteca è fatta e l'Università è fatta." Così gli scriverà De Sanctis, e questo resta un giudizio a nostro avviso storicamente valido.

Bibliografia

Brigaglia A., Di Sieno S., *L'opera politica di Luigi Cremona attraverso la sua corrispondenza. Prima parte. Gli anni dell'entusiasmo e della creatività*, La matematica nella società nella cultura, s. 1, vol. II, Dicembre 2009, pp. 353-388.

Brigaglia A., Di Sieno S., *L'opera politica di Luigi Cremona attraverso la sua corrispondenza. Seconda parte. Il crollo delle speranze e il lavoro organizzativo*, La matematica nella società nella cultura, s. 1, vol. II, Agosto 2010, in corso di stampa.

Bottazzini U., *Va' pensiero*, Bologna, Il Mulino, 1994.

Cerroni C., Fenaroli G. (a cura di), *Il Carteggio Cremona – Tardy*, Milano, Mimesis, 2007.

Ghiglione Giulietti E., *Adelaide Cairoli e i suoi figli*, Milano, Cortina ed., 1960.

Menghini M. (a cura di), *La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)*, II, Quaderni della Rivista di Storia della Scienza, 2, Roma, 1994.

Menghini M. (a cura di), *Per l'Archivio della corrispondenza dei Matematici italiani. La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)*, Quaderni P.RI.ST.EM., III, Palermo, 1996.

Mercurio A.M., Palladino F., Palladino N., *Le corrispondenze epistolari Brioschi-Cremona e Betti-Genocchi*, Firenze, Olschki, 2009.

Millán Gasca A. (a cura di), *La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)*, I, Quaderni della Rivista di Storia della Scienza, 1, Roma, 1992.

Nurzia L. (a cura di), *Per l'Archivio della corrispondenza dei Matematici italiani. La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)*, IV, Quaderni P.RI.ST.EM., Palermo, 1999.

Quazza G., *L'Utopia di Quintino Sella*, Torino, 1992.

Zaffignani G., *Carissimo Presidente!*, Pavia, EdL, senza ind. di data.

La Corrispondenza Cremona-Guccia e i primi anni del Circolo Matematico di Palermo

CINZIA CERRONI
(Università di Palermo)
cerroni@math.unipa.it

Nel 1884 venne fondato il Circolo Matematico di Palermo su iniziativa, quasi individuale, di Giovan Battista Guccia (1855-1914). L'esistenza del Circolo attraversò varie fasi: da un inizio puramente locale a uno nel quale assunse un ruolo prima nazionale e poi internazionale, a partire dal 1904.

L'ampia corrispondenza di Guccia con il suo maestro Luigi Cremona (1830-1903), che consta di 44 lettere dal 1878 al 1900, insieme a ciò che rimane degli archivi del Circolo stesso permettono di ricostruire con una certa precisione soprattutto i primi passi della nascente società e della carriera matematica di Guccia.

In questa comunicazione si vuole presentare lo studio preliminare di tale corrispondenza da cui è possibile dedurre alcuni fatti:

- Cremona seguì la carriera scientifica e i collegamenti internazionali di Guccia sin dopo la sua laurea. Infatti, già dalla prima lettera pervenuta (1878) si evince che la corrispondenza era iniziata ben prima.
- Guccia cercò sempre, sia sul piano scientifico sia organizzativo il parere e il sostegno di Cremona. In particolare appaiono interessanti le relazioni fatte da Guccia dei viaggi all'estero (all'inizio in Francia e poi anche in Germania). Si può notare come le lettere di "raccomandazione" di Cremona aprirono non poche porte ai contatti personali del matematico siciliano con i principali matematici di tutta Europa. Sono molto significative

a tal proposito le lettere che Guccia mandò dal 1880 al suo maestro da Parigi e da Reims, che contengono una cronaca dettagliata del primo congresso internazionale a cui partecipò.
- Prima del rilancio nazionale del Circolo, nel 1887, la comunità matematica nazionale, in particolare Valentino Cerruti (1850-1909) e Riccardo De Paolis (1854-1892), avevano preso in seria considerazione l'ipotesi di fondare una Società Matematica Italiana, di cui non c'è traccia nella storia dell'UMI.
- Guccia fece acute valutazioni dell'ambito matematico europeo ai fini dello sviluppo internazionale del Circolo e dei Rendiconti. Egli si rese subito conto dello spostamento dell'asse della ricerca dalla Francia alla Germania così come dell'emergere della figura di Henri Poincaré (1854-1912).

Le precedenti considerazioni mostrano come il successo internazionale del Circolo Matematico di Palermo fosse dovuto alle corrette analisi scientifiche e "politiche" del fondatore. Egli fu un ottimo organizzatore culturale. Altrettanto non si può dire dei giudizi di Guccia sull'emergere e sullo straordinario sviluppo della geometria italiana in quegli anni. Giudizi fortemente inficiati da contrasti di tipo personale. In ogni caso, la parte sui rapporti Guccia-Cremona sugli sviluppi della Geometria Algebrica Sintetica merita successiva attenzione e approfondimento.

Bibliografia essenziale

Brigaglia A., Masotto G., *Il Circolo Matematico di Palermo*, Edizioni Dedalo, 1992.

La struttura del De Regula Aliza *di Cardano*

SARA CONFALONIERI
(Université Paris Diderot - Paris 7)
sara.confalonieri@gmail.com

Il *De Regula Aliza* è un testo ancora poco studiato di Cardano. Delle due edizioni esistenti, la prima (1570, Basilea) fu pubblicata dall'autore insieme al *De Proportionibus* e alla riedizione dell'*Ars Magna*, la seconda (1663, Lione) fu pubblicata postuma nell'*Opera Omnia*. Il testo non ha ancora ricevuto nessuna traduzione dal latino.

Nella sua autobiografia, Cardano racconta che questo testo, pubblicato cinque anni prima della sua morte, è una raccolta di annotazioni, riflessioni e ricerche disparate svolte nell'arco di tutta una vita. Il tema centrale riguarda il problema lasciato aperto nell'*Ars Magna*: il cosiddetto "caso irriducibile" della formula risolutiva delle equazioni di terzo grado, in cui il discriminante negativo comporta la presenza di numeri complessi.

Poiché il filo logico dei capitoli è spesso assente o quantomeno implicito a prima vista, anche gli stessi contemporanei di Cardano giudicarono questo testo come un'opera di nicchia. Il *De Regula Aliza* è invece un testo di grande interesse**,** che consente di desumere molti indizi su come Cardano giunse alla scoperta delle formule risolutive per le equazioni di terzo grado e delle dimostrazioni di queste, il che costituisce un importante legame con le sue opere precedenti. Non si tratta di un pensiero sviluppato lineramente, ma di una serie di approcci allo stesso problema sotto diversi angoli, quali ad esempio l'aritmetica dei binomi e recisi, l'approccio geometrico alle equazioni di terzo grado e le trasformazioni di equazioni.

In particolare, il mio intervento ha come primo obiettivo di dare un resoconto generale dei contenuti del *De Regula Aliza*. Inoltre, mi concentrerò in seguito su quei capitoli che più fanno riferimento ad opere precedenti (essenzialmente, l'*Ars Magna* e l'*Ars Magna Arithmeticae*) per tentare di chiarire i legami del *De Regula Aliza* con queste due opere.

Bibliografia primaria

Cardano G., *Hieronimi Cardani, praestantissimi mathematici, philosophi, ac medici, Artis Magnae, sive de Regulis Algebraicis, Lib. unus. Qui & totius operis de Arithmeticae, quod Opus Perfectum inscripsit, et in ordine Decimus*, Norimberga, 1545.

Cardano G., *Hieronimi Cardano Mediolanensis, civisqu'e Bononiensis, philosophi, medici et Mathematici clarissimi, Opus Novum de Proportionibus numerorum, motuum, ponderum, sonorum, aliarumqu'e rerum mensurandum, non solum Geometrico more stabilitum, sed etiam varijs experimentis & observationibus rerum in natura, solerti demonstratione illustratum, ad multiplices usus accomodatum, & in V libros digestum. Praeterea Artis Magnae, sive de Regulis Algebraicis, liber unus, abstrusissimus & inexhaustus plane totius Arithmeticae thesaurus, ab authore recens multis in locis recognitus & auctus. Item de Aliza Regula Liber, hoc est, algebraicae logisticae suae, numeros recondita numerandi subtilitate, secundum Geometrica quantitates inquirentis, necessaria Coronis, nunc demum in lucem edita*, Basilea, 1570.

Cardano G., *Hieronimi Cardani De Propria Vita liber*, in *Opera Omnia in decem tomos digesta. Sumptis Ioannis Antonii Huguetan, Marci Antonii Ravaud*, pp. 1-54, Vol. I, Lione, 1663.

Cardano G., *Artis Magna sive de Regulis Algebraicis, Hieronimi Cardani Mediolanensis*, in *Opera Omnia in decem tomos digesta. Sumptis Ioannis Antonii Huguetan, Marci Antonii Ravaud*, pp. 222-302, Vol. IV, Lione, 1663.

Cardano G., *Ars Magna Arithmeticae*, in *Opera Omnia in decem tomos digesta. Sumptis Ioannis Antonii Huguetan, Marci Antonii Ravaud*, pp. 303-376, Vol. IV, Lione, 1663.

Cardano G., *De Regula Aliza Libellus*, in *Opera Omnia in decem tomos digesta. Sumptis Ioannis Antonii Huguetan, Marci Antonii Ravaud*, pp. 377-434, Vol. IV, Lione, 1663.

Cardano G., *Hieronimi Cardani De Propria Vita liber*, in *Opera Omnia in decem tomos digesta. Sumptis Ioannis Antonii Huguetan, Marci Antonii Ravaud*, pp. 1-54, Vol. I, Lione, 1663.

Cardano G., *Della mia vita. Gerolamo Cardano*, a cura di Alfonso Ingegno, Milano, Serra e Riva, 1982.

Bibliografia secondaria

Cossali P., *Origine, trasporto in Italia, primi progressi in essa dell'algebra*, Reale Tipografia Parmense, 1797.

Cossali P., *La storia del caso irriducibile.Trascrizione, introduzione e note a cura di Romano Gatto*, a cura di R. Gatto, Venezia, Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti, 1996.

Maracchia S., *Storia dell'algebra*, Napoli, Liguori, 2005.

Testo e figure nella tradizione greca di Archimede

PAOLO D'ALESSANDRO

(Università G. D'annunzio, Chieti Pescara)

p.dalessandro@unich.it

Allo stato attuale degli studi la tradizione archimedea risulta tripartita: tutti i testimoni greci superstiti sembrano derivare dal perduto codice A, risalente al sec. IX, ma tornato in circolazione nel sec. XV, quando divenne proprietà di Giorgio Valla e condivise le sorti della sua biblioteca fino agli anni Sessanta del Cinquecento, allorché se ne persero le tracce; il secondo ramo della tradizione è rappresentato dal solo B, oggi disperso, ma ricostruibile sulla base di Guglielmo di Moerbeke, che se ne servì, accanto ad A, per la traduzione latina del Περὶ ἰσορροπιῶν, del Τετραγωνισμὸς παραβολῆς e, soprattutto, del Περὶ τῶν ὀχουμένων, assente in A; il terzo ramo è infine costituito dal palinsesto costantinopolitano C, recentemente restituito - sia pure per un tempo limitato - alla disponibilità degli studiosi (o almeno di una ristretta *élite* di studiosi), che però, allo stato attuale, contiene una scelta diversa delle opere archimedee.

Scarsamente studiata è la posizione dell'esemplare utilizzato da Iacopo da San Cassiano per la sua inedita traduzione archimedea (1450 ca) di cui è stato recentemente individuato l'archetipo autografo, e che potrebbe risalire a un manoscritto medievale oggi perduto.

Per ricostruire i rapporti tra i testimoni è del resto importante considerare, accanto al testo, anche le figure, che presentano a loro volta errori congiuntivi e separativi utili per la definizione dello *stemma*, ma sono state tenute finora in scarsa considerazione.

Bibliografia

Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii, iterum edidit J.L. Heiberg, corrigenda adiecit E.S. Stamatis, I-III, Lipsiae, in aedibus B.G. Teubneri, 1910-1915.

Clagett M., *Archimedes in the Middle Age*, II. *The Translations from the Greek by William of Moerbeke*, 1. *Introduction*, Philadelphia, The American Philosophical Society, 1976.

d'Alessandro P., *Il 'Tetragonismus' parabolae*, presentata al già citato convegno *Archimede e le sue fortune*, Siracusa-Messina, 24-26 giugno 2008, Atti in corso di stampa.

d'Alessandro P., Napolitani P.D., *Diagrammi e figure tradotti dal greco in latino: l'Archimede di Iacopo da San Cassiano*, tenuta in occasione del Congrès international *Texte et image. La transmission de données visuelles dans la littérature scientifique et technique de l'Antiquité à la Renaissance: pour une philologie parallèle du texte et de l'image, Paris, 4-5-6-7 mai 2010*, Atti in corso di stampa nella collana Quaderni di "Humanistica".

d'Alessandro P., Napolitani P.D., *Iacopo da San Cassiano e la traduzione di Archimede*, in corso di stampa in "Rinascimento".

Mercati G., *Codici latini Pico Grimani Pio e di altra biblioteca ignota del secolo XVI esistenti nell'Ottoboniana e i codici greci Pio di Modena, con una digressione per la storia dei codici di S. Pietro in Vaticano* ["Studi e testi", 75], Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana, 1938.

Netz R. and Noel W., *The Archimedes Codex. Revealing the Secrets of the World's Greatest Palimpsest*, London, Weidenfeld & Nicolson, 2007 (trad. it. *Il codice perduto di Archimede. La storia di un libro ritrovato e dei suoi segreti matematici*, traduzione di C. Capararo, Milano, Rizzoli, 2007, da consultarsi con le opportune cautele: cfr. G. Morelli, *Lo Stomachion di Archimede nelle testimonianze antiche*, Boll. storia scienze matematiche, XXIX, 2009, fasc. 2, pp. 181-206, a p. 206).

Rose P.L., *Humanist Culture and Renassaince Mathematics. The Italian Libraries of the 'Quattrocento'*, Studies in the Renaissance, XX, 1975, pp. 46-105.

Rose P.L., *The Italian Renaissance of Mathematics. Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo*, Geneve, Droz, 1975.

L'eguaglianza degli angoli retti *un assioma euclideo molto discusso, di cui parlare in una scuola secondaria*

COSIMO DE MITRI (*)
(Università del Salento, Lecce)
cosimo.demitri@unisalento.it

Nel corso dei secoli, molteplici sono state le discussioni sollevate su aspetti importanti del pensiero euclideo. Lo stesso Proclo, che degli *Elementi* di Euclide è stato uno dei più importanti diffusori (si veda [Pr]), non ha mancato di rivolgere al grande Maestro diverse critiche, a volte superflue, ma a volte giustificate, come nel caso di cui ci vogliamo occupare.

Tra i problemi che hanno sollevato le maggiori attenzioni da parte degli esegeti euclidei a livello di postulati, forse – dopo quello sulle parallele (il quinto) – il postulato sull'eguaglianza degli angoli retti, a volte considerato superfluo, è uno dei più discussi. Infatti, si potrebbe dire ora, se un angolo retto è la metà di un angolo piatto (e non si capisce perché Euclide nelle sue Definizioni VIII, IX e X escluda questa eventualità!; si veda [E], p. 67), in forza della Nozione Comune VI – che dice: *E metà di una stessa cosa sono uguali tra loro* (si veda [E] , p. 75) – allora gli angoli retti *sono uguali tra loro* (come, appunto, dice Euclide nel suo Postulato IV). Forse il grande maestro ha volutamente omesso di considerare

(*) Comunicazione letta da Domenico Lenzi.

gli angoli piatti – che corrisponderebbero a una particolarissima inclinazione tra segmenti – proprio perché voleva costringere a giustificare il postulato dell'angolo retto?

R. Trudeau (si veda [T], p. 55) afferma: […] *Sebbene infatti la definizione 10 affermi che gli angoli retti si presentano a coppie, ciò non ci costringe a credere che due angoli retti situati in una parte del piano siano uguali ad altri due posti altrove* […].

Però, forse il discorso di Euclide era meno sottile; probabilmente, egli voleva escludere ogni dubbio di tipo numerico, dovuto al fatto che a volte a una stessa grandezza si attribuisce un valore numerico diverso in conseguenza dell'unità di misura adoperata.

Proclo, a proposito dell'angolo retto, afferma [Pr] (si veda , p. 161): *L'eguaglianza degli angoli retti si presenta sotto l'aspetto delle nozioni comuni* […]. Ma poco dopo prosegue dicendo: […] *E se si deve anche aggiungerne una dimostrazione lineare, siano gli angoli retti ABC, DEF: dico che sono eguali. Che se non fossero, uno dei due sarebbe maggiore. Sia l'angolo in B; allora, sovrapponendo la retta* (cioè, il segmento; n.d.r.) *DE alla AB, la EF cadrà all'interno. Cada come la retta BG* […].

Proseguendo, Proclo giunge a una dimostrazione per assurdo dell'uguaglianza dei due angoli retti da lui esaminati. Ed aggiunge: *Questo del resto à stato dimostrato anche da altri commentatori, e non richiedeva molta applicazione* […]. In verità, come si è richiamato, Proclo conduce la sua dimostrazione *sovrapponendo la retta DE alla AB*…; cosa questa che Euclide, però, evita di fare rispetto agli angoli retti, forse giudicandola un intervento indebito; a ragione, a nostro avviso, dato che introduce *in corso d'opera* un aspetto di carattere fisico non del tutto giustificato.

Tuttavia va ricordato che Euclide già nella dimostrazione della Proposizione 4 degli *Elementi* usa il criterio della sovrapposizione (si veda [E], p. 84).

Noi siamo dell'avviso che certi aspetti della geometria euclidea, non esclusivamente legati a procedure di carattere formale (certamente importanti!), ma inseriti – come quello considerato – nell'ambito di una descrizione storico-epistemologica del pensiero matematico, possano svolgere un ruolo importante nella formazione di uno studente della scuola superiore.

Bibliografia essenziale

[E] Euclide, *Gli Elementi*, a cura di A. Frajese e L. Maccione, Torino, UTET, 1970.
[Pr] Proclo, *Commento al primo libro di Euclide*, a cura di M. Timpanaro Cardini, Pisa, Giardini ed., 1978.
[T] Trudeau R. J., *La rivoluzione non euclidea*, Bollati Boringhieri, 1991.

J. Bertrand e la nascita della teoria dei giochi

Luca Dell'Aglio
(Università della Calabria)
dellagliomdl@hotmail.com

Scopo della comunicazione è di prendere in esame il ruolo svolto da Joseph Bertrand nello sviluppo pre-novecentesco della moderna teoria dei giochi.

L'interesse per tale questione è in gran parte relativo ad alcuni suoi aspetti contrastanti.

Se infatti, da una parte, Bertrand rappresenta uno dei più ferrei oppositori a fine Ottocento della possibilità di utilizzo di mezzi matematici in ambito 'morale', la sua opera, d'altra parte, prende in considerazione vari casi di notevole importanza di tale utilizzo, con più connessioni con la teoria dei giochi di decisione.

Ciò riguarda sia questioni di carattere economico, soprattutto in relazione alla modellizzazione delle situazioni di duopolio; sia questioni più strettamente relative allo studio dei giochi, generalmente all'interno delle sue opere in ambito probabilistico.

Queste considerazioni investono in modo particolare il suo esame del ruolo degli aspetti psicologici del baccarat, riconosciuto poi esplicitamente da Borel, in una delle sue note iniziali in teoria dei giochi, come uno dei rari casi nella storia del calcolo delle probabilità di formalizzazione di un gioco non puramente casuale; e, per questo motivo, ipotizzato poi per costituire un potenziale punto di connessione con il principale esempio in tal senso sviluppato in epoca classica, ovvero l'analisi dell'*her* riportata nell'appendice alla seconda edizione dell'*Essay d'analyse sur les jeux de hazard* di P.R. de Montmort.

Nella comunicazione ci si prefigge di mostrare come l'analisi di Bertrand del baccarat non costituisca un fenomeno isolato, ma si inserisca nel contesto di un rinnovato interesse per lo studio dei giochi casuali, prodotto dallo sviluppo dei giochi di società, e in particolare da Casino, nella seconda parte dell'Ottocento. Più in particolare, si può mostrare come tale analisi risenta fortemente di alcune considerazioni svolte a partire dalla pubblicazione di una monografia di É. Dormoy sul baccarat all'inizio degli anni '70 dell'Ottocento.

Oltre a evidenziare una importante matrice di natura sociale nel processo di comparsa della moderna teoria dei giochi, queste considerazioni permettono di caratterizzare il ruolo svolto da Bertrand in tale processo nei termini di una parziale apertura – pur nel contesto essenzialmente critico delle sue opinioni – verso certe forme (sia classiche che moderne) di uso di mezzi probabilistici nell'esame di determinati aspetti del comportamento (in particolare, di scelta) di un soggetto.

Bibliografia

Badoureau A., *Étude sur le jeu de baccarat*, La Revue scientifique de la France et de l'étranger, s. 3. t. 1, 1881, pp. 239-246.

Bertrand J., *Théorie mathématique de la richesse sociale*, par Léon Walras – *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, par Augustin Cournot, Journal des Savants, 67, 1883, pp. 499-508.

Bertrand J., *Calcul des Probabilités*, Paris, Gauthier-Villars, 1889.

Borel É., *Note IV*, in *Éléments de la théorie des probabilités*, *3e édition augmentée*, Paris, Hermann, 1924, pp. 204-221.

Bru B., *Les leçons de calcul des probabilités de Joseph Bertrand. "Les lois du hasard"*, *JEHPS*, 2, n. 2, 2006, pp. 1-44.

Dormoy É., *Théorie mathématique du jeu de baccarat*, Paris, Armand Anger, 1873.

Magnan de Bornier J., *The 'Cournot-Bertrand Debate': A Historical Perspective*, History of Political Economy, 24, n. 3, 1992, pp. 623-656.

Meusnier N. (a cura di), *Le hasard source de décision rationelle*, Paris, Cahiers du C.A.M.S, 1996.

Montmort P.R. de, *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*, *seconde édition revue et augmentée de plusieurs Lettres*, Paris, 1713.

Sheynin O.B., *Bertrand's Work on Probability*, Archive for History of Exact Sciences, 48, 1994, pp. 155-199.

Zerner M., *Le règne de Joseph Bertrand (1874-1900)*, in H. Gispert, *La France mathématique. La Société Mathématique de France (1872-1914)*, Paris, Société Mathématique de France, 1991, pp. 298-322.

La serie dei diciotto articoli di Liouville

MARIA ROSARIA ENEA
(Università della Basilicata)
enea@unibas.it

Tra il 1858 e il 1865 Liouville pubblica nel suo giornale, *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, diciotto articoli con lo stesso titolo, *Sur quelques formules générales qui peuvent être utiles dans la théories des nombres*, in cui presenta, senza dimostrazione, una serie di identità aritmetiche: sono identità tra somme di funzioni arbitrarie i cui argomenti sono funzioni lineari delle soluzioni intere di certe equazioni indeterminate di secondo grado.
Liouville sulle fonti che hanno ispirato le sue ricerche scrive:

> “En effect, mes formules se rattachent aussi à la thèorie des fonctions elliptiques: seulement elles contiennent plutôt cette théorie qu'elles n'en dependent. Je le démontre toutes à priori fort simplement; mais on n'a pas non plus de peine à y arriver au moyen des fonctions elliptiques. Il y a la un genre de traduction que l'habitude rend facile.''

e ancora

> “En effect mes formules générales, ainsi que je l'ai indiqué au commencement de mon septième article, donnent naissance a de équations entre des séries qui contiennent comme cas particuliers celles de la théorie des fonctions elliptiques. Cette théorie se trouve donc ici remplacée pour moi par des formules appartenant à l'algèbre la plus élémentaire, obtenues au moyen de certaines identités des plus simples, et renfermant des fonctions arbitraries sans aucune condition de continuité.”

Liouville nei suoi scritti non dice molto di più sulle dimostrazioni delle sue formule: i *Fundamenta Nova* di Jacobi restano per lui la guida principale, ma l'origine delle sue formule sembrerebbe essere la dimostrazione aritmetica data da Dirichlet del teorema di Jacobi sul numero di rappresentazioni del quadruplo di un intero dispari in una somma di quattro quadrati dispari (a cui Liouville spesso si riferisce).

Qui presenteremo un excursus sui metodi di dimostrazione dei risultati di Liouville elaborati da vari matematici tra la fine dell'ottocento e i primi del novecento.

Si analizzeranno sia le dimostrazioni che usano la teoria delle funzioni ellittiche sia le dimostrazioni di natura aritmetica: le dimostrazioni di P. Nazimow con il metodo di Hermite fondato sullo sviluppo in serie trigonometriche di certe combinazioni di funzioni tetha di Jacobi; le dimostrazioni di E.T. Bell con il suo “metodo delle parafrasi”; le dimostrazioni di H.J. Smith, C.M. Piuma, T. Pepin e W. Meissener con il metodo aritmetico di Dirichlet.

Non si può parlare delle formule tralasciando la loro applicazione alle forme: Liouville accenna, senza dare anche qui effettive dimostrazioni, alla possibilità di ottenere dalle sue identità numeriche le relazioni di Kronecker sul numero delle classi di una forma binaria quadratica.

Presenteremo le dimostrazioni date anche per questi risultati prestando particolare attenzione ai lavori di G. Humbert che usa il metodo di Hermite e ai lavori di J.V. Uspensky che riesce a dedurre dalle formule di Liouville, di cui peraltro propone una sua dimostrazione, tutte le otto formule fondamentali di Kronecker.

Bibliografia

Bachmann P., *Niedere Zahlentheorie*, v. II, Leipzig, 1910.

Bell E.T., *Arithmetical Paraphrases*, Transaction of the American Mathematica, 22, 1921.

Dickson L.G., *History of the Theory of numbers*, v. II e III, Dover Publications.

Dirichlet L., *Sur l'équation t2+u2+v2+w2=4m (Extrait d'une Lettre de M. Lejeune-Dirichlet à M. Liouville)*, Journal de Mathématiques pures et appliqué, (2), 1, 1856.

Hermite Ch., *Sur la théorie des functions elliptiques et ses applications à l'arithmétique (Lettre adressée à M. Liouville)*, ibid., v. 7, 1862.

Humbert G., *Formules relatives aux nombres de classes des formes quadratiques binaires et positives*, Journal de Mathématiques pures et appliqué, (6), 3, 1907.

Liouville J., *Sur quelques formules générales qui peuvent être utiles dans la théories des nombres* (1-18), Journal de Mathématiques pures et appliqué, (2), 1-6 in v. 3, 1858; 7-11 in v. 4, 1859; 12 in v. 5, 1860; 13-16 in v. 9, 1864; 17-18 in v. 10, 1865.

Liouville J., *Réponse de M. Liouville*; *Note de M. Liouville*, ibid., v. 7, 1862.

Meissner W., *Über die zahlentheoretischen Formeln Liouville's*, Zürich Vierteljahr Naturf. Ges., 52, 1910.

Nazimow P., *Sur les applications de la théorie des functions elliptiques à la théorie des nombres* (langue russe), 1885. *Sur quelques applications de la théorie des functions elliptiques à la théorie des nombres*, Annales scientifiques de l'É.N.S. (3), 5, 1888.

Pepin T., *Démonstration d'un théorème de Liouville*, Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei, 38, 1884-85.

Piuma C.M., *Dimostrazione di alcune formule del Sig. Liouville*, Giornale di Matematiche, 4, 1866.
Smith H.J.S., *Report on the Theory of Numbers*, *Collected Papers* I, art. 136, 1865.
Uspensky J., *Sur les relations entre les nombres des classes des quadratiques binaries et positives* (5 mémoires), Bulletin de l'Académie des Sciences de Russe, 1925-1926.

La storia dell'ultimo moltiplicatore di Jacobi

FABER FABBRIS (*)
(Société Mathématique de France)
faber.fabbris@yahoo.fr

Nell'ambito dello studio dei sistemi di equazioni differenziali del primo ordine, Lagrange aveva per primo mostrato (1779) l'equivalenza tra il sistema di equazioni simultanee (i=1,...,n)

$$P_i dx + P_{1i} dx_1 + P_{2i} dx_2 + \ldots + P_{ni} dx_n = 0 \quad (1)$$

e l'espressione in forma 'simmetrica' rispetto alle variabili

$$\frac{dx}{X} = \frac{dx_1}{X_1} = \frac{dx_2}{X_2} = \cdots = \frac{dx_n}{X_n} \quad (2)$$

con soluzione completa costituita da integrali della forma

$$\varphi_j(x, x_i) = C_j \text{ (con } j=1,..,n).$$

Parallelamente, lo studio delle equazioni differenziali totali aveva aperto la strada al concetto di 'fattore integrante', attraverso le ricerche di Clairaut, D'Alembert e portato agli ampi sviluppi di Eulero, culminati nelle due *Institutiones* (1755-1770).

Jacobi, giovane professore all'università di Königsberg, si interessa presto a questi temi: nel quadro delle sue corpose ricerche sulle equazioni differenziali, comincia col riformulare i risultati di Lagrange (1827).

In seguito, in occasione di una riunione della *British Association for the Advancement of Science* che si tiene a Manchester (1842), anticipa importanti risultati su un nuovo principio di meccanica analitica, rinviando a nuove imminenti pubblicazioni.

Nel 1843 intraprende il suo *Viaggio in Italia*, in compagnia di Dirichlet e Borchardt.

Prima di un lungo soggiorno romano, il matematico tedesco partecipa in settembre, a Lucca, alla quinta riunione della Società Italiana per il Progresso delle Scienze.

È in questa sede che egli presenta il "Principio dell'ultimo moltiplicatore", pubblicando poco dopo i suoi risultati a Roma, e in italiano, con l'assistenza linguistica di Ludwig Schälfli (1844). Jacobi mostra come il sistema (1), ove esista una funzione M per la quale

$$\frac{\partial(MX)}{\partial x} + \frac{\partial(MX_i)}{\partial x_i} = 0 \qquad (3)$$

e siano noti n-1 integrali, ammette un fattore integrante per la residua equazione differenziale, e ne fornisce l'espressione.

L'esistenza di questo fattore permette quindi di risolvere l'equazione differenziale residua per semplice separazione delle variabili.

Immediata e feconda l'applicazione fatta da Jacobi al caso delle equazioni del moto per sistemi di punti liberi o vincolati: la natura del particolare problema fisico (indipendenza delle forze dalle velocità) permette di scrivere un caso particolare della (3), per il quale M=1, e di precisare quindi il moltiplicatore che permette l'accesso all'ultimo integrale.

---

*In collaborazione con Maria Clara Nucci, Università di Perugia, nucci@unipg.it

In una lunga memoria in due parti apparsa sul *Giornale di Crelle* (1844-1845) Jacobi riprende ed amplia i risultati presentati nella memoria romana, precisando nuove proprietà dell'ultimo moltiplicatore (relazione fra i moltiplicatori associati a diverse scelte delle variabili dipendenti, legame col determinante jacobiano degli integrali, etc.).

Oltre a queste è da citare il nesso tra lagrangiana e ultimo moltiplicatore, che si rivelerà potente strumento in meccanica analitica.

Il metodo di Jacobi sarà ripreso, utilizzato ed esteso da vari autori; la vastità delle sue implicazioni ed applicazioni non sarà tuttavia sempre adeguatamente apprezzata.

Si può ricordare a questo titolo che la stessa Kowalevski, nello studio dell'omonimo nuovo caso di 'trottola' (1889) non citerà né adopererà l'ultimo moltiplicatore per la deduzione del quinto integrale del moto (laddove la sua applicazione sarebbe stata particolarmente calzante).

Fra le più feconde estensioni della lezione jacobiana, sta certamente quella di Sophus Lie (1874), nell'ambito delle sue ricerche sulle trasformazioni di contatto, in seguito ripresa da Luigi Bianchi nel suo libro di testo sui Gruppi Continui (1918).

Fra il XIX ed il XX secolo, ritroviamo numerose applicazioni squisitamente matematiche (Sonin, Laguerre, De Donder, Tito Chella), e importanti esposizioni di carattere didattico (Whittaker, Boole, Ludwig Boltzmann).

A partire dagli anni '30 (con alcune ricerche di Dugas) e fino ai tempi più recenti, l'idea di Jacobi ha trovato nuovi impieghi in ambiti diversi, puri e applicati (simmetrie di Lie, meccanica quantistica, dinamica dei fluidi), tanto da poter parlare di una riscoperta in pieno corso.

Bibiografia

Berrone L.R., Giacomini H., 2003, *Inverse Jacobi multipliers*, Rend. Circ. Mat. Palermo, (2), 52, 1, pp. 77-130.

Bianchi L., 1918, *Lezioni sulla teoria dei gruppi continui finiti di trasformazioni*, Pisa, Enrico Spoerri.

Boltzmann, 1896, *Vorlesungen über Gastheorie,* vol. 2, Lipsia, Johann Ambrosius Barth.

Boole G., 1865, *A Treatise on Differential Equations*, vol. 2, Cambridge-London, MacMillan.

Cerruti V., 1912, *Le matematiche pure e miste nei primi dodici congressi della Società Italiana per il Progresso delle Scienze*, Annali di Mat. Pura e Applicata, 15.

Chelini D., 1851, *Jacobi in Roma (Articolo necrologico)*, Annali di scienze matematiche e fisiche, 2.

Chella T., 1910, *Vantaggi che si possono trarre da noti invarianti integrali e differenziali in alcuni problemi di integrazione*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa, I, 11 pp. 1-137.

Darboux G., 1896, L*eçons sur la théorie générale des surfaces et les applications géométriques du calcul infinitésimal*, Paris, Gauthiers-Villars.

De Donder T., 1908, *Sur le multiplicateur de Jacobi généralisé*, Bull. de l'Acad. Roy. de Belgique, Cl. de Sciences, pp. 795-811.

Dugas R., 1938, *Dernier multiplicateur et légalité en mécanique quantique*, Journal de Physique Radium, VII 9, pp. 287-290.

Euler L. 1755, *Institutiones calculi differentialis cum eius usu in analysi finitorum ac doctrina serierum*, San Pietroburgo, Ac. Imp. Scient. Petropolitanae, in *L. Euleri Opera Omnia,* I-10, Lipsia-Berlino, 1913.

Euler L. 1768-1770, *Institutiones calculi integralis*, Ac. Imp. Scient. Petropolitanae, San Pietroburgo, in *L. Euleri Opera Omnia,* I-11, 12, 13, Lipsia-Berlino, 1913-1914.

Fomenko A.T. 1988, *Integrability and nonintegrability in geometry and mechanics*, The Netherlands, Kluwer Academic Publishers.

Jacobi C.G.J., 1827*, Ueber die Integration der partiellen Differential-Gleichungen erster ordnung,* J. für die reine und ang. Math. (Crelle), 2, pp. 317-329.

Jacobi C.G.J., 1842, *Sur un nouveau principe de la Mécanique Analytique,* Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 15, 202.

Jacobi C.G. J., 1844, *Sul principio dell'ultimo moltiplicatore, e suo uso come nuovo principio generale di meccanica*, Giornale arcadico di scienze, lettere ed arti, t. 99, pp. 129-146.
Jacobi C.G.J., 1844, *Theoria novi multiplicatoris systemati æquationum differentialum vulgarium applicandi: Pars I*, J. für die reine und ang. Math. (Crelle), 27, pp. 199-268.
Jacobi C.G.J., 1845, *Theoria novi multiplicatoris systemati æquationum differentialum vulgarium applicandi: Pars II*, J. für die reine und ang. Math. (Crelle), 29, pp. 213-279 e 333-376.
Jacobi C.G.J., 1884, *Vorlesungen über der Dynamik*, in Borchardt C.W.,Weierstrass K., Lottner E., Clebsch A. (a cura di), *C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke*, Supplementband, 8, Berlin, Reimer.
Jahnke H.N., 2003 (a cura di), *A history of analysis*, Providence, AMS Society.
Kolmogorov A.N., Iushkevich A.P. 1988 (a cura di), *Mathematics of the 19th century: constructive function theory, Ordinary differential equations, calculus of variations, theory of finite differences*, Basilea, Birkhauser.
Krishna Rao D., 1941, *The last multiplier in quantum mechanics*, J. Mysroe Univ. Sect. B. 2, pp. 1-4.
Lagrange J.L., 1799, *Sur différentes questions d'analyse relatives à la théorie des intégrales particulières,* Nouveaux mémoires de l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Berlin, in Bertrand J., Darboux G. (a cura di), 1888-1889, *Œuvres,* t. 4, Paris, Gauthier-Villars.
Laguerre E. N., 1871, *Application du principe du dernier multiplicateur à l'intégration d'une équation différentielle du second ordre,* Bull.Sci. Math. Astron., 2, 1871, pp. 246-250.
Lie S., 1874, *Veralgemeinerung und neue Verwerthung der Jacobischen Multiplicator-Theorie*, Fordhandlinger i Videnokabs–Selshabet i Christiania, pp. 255-274.
Madhava Rao B. S., 1940, *On the reduction of dynamical equations to the Lagrangian form*, Proc. Benares Math. Soc. 2, 1940, pp. 53-59.
Nucci M.C., 2006, *Jacobi Last Multiplier and Lie Simmetries: a novel application of an old relastionship.* J. of Nonlinear Math. Phys., 12, pp. 284-304.
Opatowski I., 1949, *Two-dimensional compressible flows*, Proc. Symposia Appl. Math. (AMS), 1, pp. 87-93.
Saltykow N., 1950, *Lie-ovo generalizanje teorije poslednjeg mno·zitelja* (Generalizzazione della teoria dei moltiplicatori di Lie)*,* Glas.Srpske Akad. Nauka. Od. Prirod.-Mat. Nauka, 198, pp. 1-16
Sonin N. Ya., 1886, *On the definition of maximal and minimal properties,* Warsaw Univ. Izvestiya, n. 1-2, pp. 1-68 (in russo).
Whittaker E. T., 1904, *A Treatise on the Analytical Dynamics of Particles and Rigid Bodies* (I ed.), Cambridge, Camb. Univ. Press.

Spunti matematici dall'istituto Tecnico dell'Ottocento

GIUSEPPE FERRERA
(Genova)
giuseppe.ferrera@gmail.com

Si presenta il testo di un quesito di "computisteria" pubblicato nell'annuario *Gl'Istituti Tecnici in Italia* nel 1869 dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, come esempio di originalità scientifica e cura didattica.
L'argomento - di matematica finanziaria - verte sulla capitalizzazione composta frazionata, cioè sul regime di capitalizzazione in cui l'unità di tempo (periodo) è una frazione di anno (generalmente un semestre, un quadrimestre, un trimestre, un bimestre o un mese).
In questo caso il periodo considerato è ridotto ad un giorno, e ciò anticipa in modo sorprendente quella che oggi viene chiamata *capitalizzazione continua.*
Dopo aver risolto il quesito sia in forma esatta che approssimata (utilizzando la formula consigliata dal testo), si fanno alcune considerazioni teoriche sulla formula di approssimazione proposta e sul passaggio al limite a cui il quesito sottintende.

A) L'enunciato del quesito

COMPUTISTERIA.

Quesito I. — Spiegare come si abbia a concepire la formazione del frutto di un capitale all'*interesse composto continuo* (o composto giornaliero); trovare una formola generale che dia il valore del montante M del capitale C impiegato pel tempo t all'interesse *composto continuo* v per ogni unità di moneta; applicare quella formula alla ricerca del *montante* (e così, indirettamente, del frutto) del capitale di lire 14,748 impiegato all'interesse *composto continuo* del 6 p. 0/0 per giorni 200; far conoscere come il frutto del montante trovato calcolato per giorni 165 (occorrenti a compiere l'anno) ed aggiunto al frutto di giorni 200 del capitale originario, dia appunto il frutto di un anno delle lire 14,748, e darne la ragione.

NB. — Se i candidati non avessero alla mano le tavole logaritmiche necessarie per le due calcolazioni, potrebbero valersi della formola seguente, che dà il frutto con moltissima approssimazione al vero che è:

$$f = \frac{2.\ C.\ t.\ v}{730 + pv}$$

nella qual formola, 730 è il doppio dei giorni dell'anno e p il numero dei giorni che aggiunto a t dà 365.

B) Risoluzione del quesito

Nella *capitalizzazione composta giornaliera* l'interesse prodotto nel primo giorno dal capitale iniziale C viene sommato ad esso e costituisce il capitale iniziale del giorno successivo. Così di seguito il montante viene giornalmente incrementato del corrispondente interesse.

Ciò comporta che i montanti formino una progressione geometrica di ragione $1+i_{1/365}$ (essendo $i_{1/365}$ il tasso d'interesse giornaliero).

Il montante prodotto dopo t giorni è pertanto $M_t=C\,(1+i_{1/365})^t$. Il tasso giornaliero $i_{1/365}$ si può legare al tasso annuo i ponendo t=365 nella formula del montante e si trova $C(1+i_{1/365})^{365}=C(1+i)$ quindi la relazione $(1+i_{1/365})^{365}=1+i$.

Pertanto il montante prodotto dopo t giorni risulta

$$M_t=C\,(1+i_{1/365})^t= C\,[(1+i_{1/365})^{365}]^{\,t/365}= C\,(1+i)^{t/365}$$

e gli interessi maturati sono:

$$I_t=M_t-C = C\,(1+i)^{t/365}-C=C[(1+i)^{t/365}-1]$$

Nel passato i calcoli si sarebbero sviluppati con l'uso delle tavole logaritmiche, oggi con una comune calcolatrice scientifica otteniamo

$M_{200}=14{,}748(1{,}06)^{200/365}=15{,}226$	montante dopo 200 giorni
$M_{365}=14{,}748(1{,}06)=15{,}633$	montante dopo 365 giorni
$I_{200}=M_{200}-C=15{,}226-14{,}748=0{,}478$	interessi dopo 200 giorni
$I_{365}=M_{365}-C=15{,}633-14{,}748=0{,}883$	interessi dopo 365 giorni

La formula di approssimazione consigliata dal testo, riscritta con i simboli moderni è:

$$I = \frac{2Cit}{730 + (365 - t)i}$$

e dà come risultato

$$I = \frac{2 \cdot 14{,}748 \cdot 200 \cdot 0{,}06}{730 + 165 \cdot 0{,}06} = 0{,}47838$$

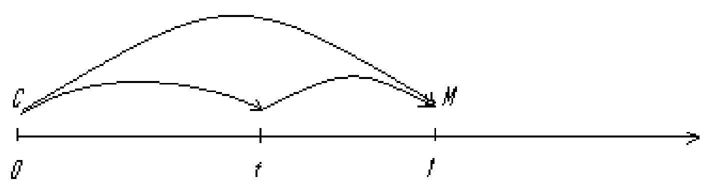
Per verificare la proprietà richiesta nella terza parte del quesito è sufficiente calcolare nei due modi gli interessi maturati dal 200^{mo} al 365^{mo} giorno.

$$I_{365}\text{-}I_{200}=M_{200}(1{,}06)^{165/365}.$$

Si trova 0,883-0,478=15,226 $(1{,}06)^{165/365}$=0,405

La ragione sta nella proprietà di "scindibilità" della capitalizzazione composta, ossia nella possibilità di dividere arbitrariamente la durata dell'impiego in due intervalli ed applicare consecutivamente la capitalizzazione composta.

Se (0,1)=(0,t)U(t,1)



si ha $$C(1+i)=C(1+i)^t\,(1+i)^{1-t}$$

da cui

$C(1+i)-C=C(1+i)^t\,(1+i)^{1-t}-C= C(1+i)^t\,(1+i)^{1-t}-C+C(1+i)^t-C(1+i)^t= C(1+i)^t((1+i)^{1-t}-1)+C((1+i)^t-1)$

e quindi $I_{(0,1)}=I_{(0,t)}+I_{(t,1)}$

C) La formula di approssimazione

La formula di approssimazione di $(1+x)^\alpha$ proposta è

$$(1+x)^\alpha \cong \frac{2+x+\alpha x}{2+x-\alpha x}$$

la quale converge più rapidamente della formula usuale $1+\alpha x$.

Essa si può ricavare dallo sviluppo di Mac Laurin al prim'ordine dell'esponenziale

$$a^t \cong 1 + t\ln a \quad (1)$$

e applicando il teorema di Lagrange in $[0,x]$ alla funzione $f(x)=ln(1+x)$ valutandone la derivata in $\frac{1}{2}x$, [quindi usando la formula $f(x)=f(0)+x\,f'(\frac{1}{2}x)$]

$$\ln(1+x) = x\frac{1}{1+\frac{x}{2}} = \frac{2x}{2+x} \qquad (2)$$

Dalla (1) si ottiene $$a^{2t} = \frac{a^t}{a^{-t}} = \frac{1+t\ln a}{1-t\ln a}$$

ponendo a=1+x e 2t=α e applicando la (2)

$$(1+x)^\alpha = \frac{1+\frac{\alpha}{2}\ln(1+x)}{1-\frac{\alpha}{2}\ln(1+x)} = \frac{1+\frac{\alpha}{2}\frac{2x}{2+x}}{1-\frac{\alpha}{2}\frac{2x}{2+x}} = \frac{2+x+\alpha x}{2+x-\alpha x}$$

Utilizzando i simboli del quesito si trova

$$f = C\left[(1+v)^{\frac{t}{365}} - 1\right] \cong C\left[\frac{2+v+\frac{t}{365}\cdot v}{2+v-\frac{t}{365}\cdot v} - 1\right] = C\,\frac{2+v+\frac{t}{365}\cdot v - 2 - v + \frac{t}{365}\cdot v}{2+v-\frac{t}{365}\cdot v} = C\,\frac{2tv}{730+(365-t)\cdot v}$$

D) Il passaggio al limite

La capitalizzazione composta si può applicare ad una unità di tempo qualsiasi e, al limite, ad una unità di tempo infinitesima *dt.*

Quindi

$$M(t+dt) = M(t) + I(t)$$
$$M(t+dt) = M(t) + \delta \cdot M(t)\cdot dt$$
$$\frac{M(t+dt) - M(t)}{dt} = \delta \cdot M(t)$$
$$M'(t) = \delta \cdot M(t)$$
$$\frac{M'(t)}{M(t)} = \delta$$
$$D \ln M(t) = \delta$$
$$\ln M(t) = \delta \cdot t + c$$
$$M(t) = e^{\delta \cdot t + c}$$

Ponendo *M(0)=C* si trova la legge di capitalizzazione continua $M(t)=C\,e^{\delta t}$ ove δ rappresenta il tasso "istantaneo" legato al tasso annuo i dalla relazione $e^{\delta}=1+i$ ottenuta calcolando M(1) da cui δ=ln(1+i).

Bibliografia

Ayres F., *Mathematics of Finance*, Carlisle, 1963.

De Finetti B., *Matematica logico intuitiva*, Roma, 1956.

Gosio C., Lisei G., *Lezioni di matematica finanziaria*, Genova, 1984.

Insolera F., *Corso di Matematica Finanziaria*, Torino, 1923.

Tedeschi B., *Matematica finanziaria*, in Seminari di Matematica Finanziaria e Attuariale diretti da Bruno De Finetti, Roma, 1969.

*L'*Histoire des Sciences Mathématiques en Italie *e i suoi primi lettori tedeschi*

ALESSANDRA FIOCCA
(Università di Ferrara)
fio@unife.it

Guglielmo Libri fu in contatto con alcuni dei maggiori matematici e scienziati tedeschi tra i quali Gauss, von Humboldt e Crelle, alcuni li conobbe anche personalmente. All'inizio del 1832 l'Accademia delle Scienze di Berlino lo nominò socio onorario.

Sebbene l'*Histoire des Sciences Mathématiques en Italie* non abbia conosciuto un'edizione in lingua tedesca, pur tuttavia l'opera ebbe un impatto notevole sugli storici tedeschi, che proseguirono, completandole, tante ricerche iniziate da Libri.

Per quanto riguarda la storia della matematica in Germania nella seconda metà del XIX secolo, essa fu in gran parte coltivata da insegnanti di scuola secondaria superiore. La riforma dell'istruzione superiore dei primi decenni del secolo, aveva prodotto una schiera di studiosi altamente qualificati, talvolta sia nelle scienze matematiche sia nelle lingue classiche, che insegnarono nei *Gymnasium* tedeschi e che si impegnarono in massima parte in ambito filologico producendo importanti edizioni di testi matematici del passato.

A quest'epoca, i rapporti tra la Germania e l'Italia nell'ambito della storiografia delle scienze matematiche furono intensi e grandemente favoriti dal *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche* di Boncompagni in cui molti articoli di autori tedeschi trovarono posto, sovente tradotti in italiano.

Come è noto la prima edizione del primo tomo dell'*Histoire* (1835) andò quasi completamente distrutta nell'incendio della stamperia Paulin. Solo alcuni esemplari si salvarono, tra cui quello inviato in omaggio dall'autore all'*Akademie der Wissenschaften zu Göttingen*. Ciò permise a M.A. Stern di scrivere una lunga e dettagliata recensione uscita nel 1837 nella rivista *Göttingische Gelehrte Anzeigen* (nn. 94, 95, pp. 940-944; n. 96, pp. 945-952).

Nel 1843 C.I. Gerhardt pubblicò un lungo articolo sulla storia degli sviluppi dell'algebra in Italia da Fibonacci a Cataldi, attingendo grandemente dal Libri. L'*Histoire* e in particolare le pagine dedicate a Cataldi, sono ancora il punto di partenza per un articolo di J.A. Grunert del 1858. Uno studio completo sugli sviluppi della teoria delle frazioni continue fino a Eulero fu condotto da A.W.S. Günther, allievo di M. Cantor, pubblicato sul *Bullettino* del Boncompagni nel 1874.

Dopo Gerhardt e Grunert fu M. Cantor ad attirare l'attenzione degli storici tedeschi sull'*Histoire*. Cantor aderì all'opinione di Libri circa la necessità "de montrer que l'état intellectuel des peuples est toujours lié à leur état morale et politique" e di "faire marcher de front l'histoire des idée et celle des hommes pour les éclairer l'une par l'autre."

Il primo lavoro di storia della matematica di Cantor riguarda l'introduzione in Europa delle cifre numeriche, un tema ripreso e ampliato nell'opera maggiore del 1863. Cantor, che segnalò l'*Histoire* tra le principali opere sull'argomento, ricordò espressamente la controversia tra Libri e Chasles su questo tema come un fatto positivo per la storia della matematica. Se Cantor appoggiò le tesi di Chasles e cercò di mostrare che le cifre indo-arabiche erano pitagoriche e che furono trasmesse al Medio Evo tramite Boezio, G. Friedlein sostenne, al pari di Libri, che la Geometria di Boezio non era opera genuina e che fu strutturata nella forma in cui oggi la conosciamo nel Medio Evo.

Lo storico tedesco M. Steinschneider, la cui opera fu indirizzata essenzialmente ad autori e traduttori di origine ebraica, cercò di far luce su almeno due questioni sollevate nell'*Histoire*. Libri aveva osservato che in Occidente "alla rinascita delle lettere" era nota l'origine Indiana dell'algebra. Lo attestava, tra l'altro, un trattato d'algebra compilato da un certo Abraham "d'apres les savans Indiens", il *Liber augmenti et diminutionis*, che fu pubblicato nel primo volume dell'*Histoire*. Il catalogo dei manoscritti della *Bibliothèque Royale* indicava come autore il famoso Abraham ben Meir ibn Ezra, ma Libri nutriva dei dubbi sull'attribuzione. Nell'*Histoire* Libri aveva, inoltre, attirato l'attenzione su un trattato geometrico, il *Liber embadorum*, di un autore di origine ebraica, noto nel mondo latino come Savasorda. Si trattava della versione latina dall'ebraico, ad opera di Platone da Tivoli, trasmessa da due manoscritti della *Bibliothèque Royale*. Era da quest'opera, secondo Libri, che Fibonacci aveva tratto l'espressione dell'area di un triangolo in funzione dei lati.

M. Steinschneider dedicò ai due Abraham, ben Meir ibn Ezra e bar Hiyya a-Nasi latinizzato in Savasorda, due fondamentali lavori. Si occupò, in particolare, del *Liber augmenti et diminutionis* senza, tuttavia, giungere a elementi decisivi che potessero indicarne le origini linguistiche e la paternità.

M. Curtze, uno dei massimi esperti nella sua epoca di testi matematici medievali, pubblicò il *Liber embadorum* di Savasorda e aggiunse al testo latino di Platone da Tivoli, la sua traduzione tedesca. A sua volta F. Woepcke, uno dei pionieri nello studio della letteratura araba, pubblicò l'algebra di Omar Khayyam, portando così a compimento un progetto editoriale di Libri. Libri aveva rinvenuto nella *Bibliothèque Royale* un manoscritto completo di quest'opera e aveva espresso l'intenzione di curarne l'edizione a stampa. In tale occasione avrebbe dato pieno compimento alle sue ricerche su un manoscritto di Leida che ancora non aveva potuto consultare, ma che, a suo avviso, conteneva la stessa opera. Per la sua edizione critica dell'opera di Khayyam, Woepcke si avvalse dei codici segnalati da Libri, due della *Bibliothèque Royale* e quello della Biblioteca di Leida.

Cantor tornò a occuparsi dell'*Historie* al Congresso Internazionale dei Matematici che si svolse a Parigi nel 1900.

Ripercorrendo la storiografia matematica dalle origini, prese in esame anche l'opera di Libri, sollevando un dubbio di fondo sul progetto, ovvero la possibilità di scrivere una storia delle matematiche di un paese qualunque, poiché "S'il existe une science internationale par excellence, ce sont les Mathématiques… Depuis les temps les plus reculés, l'influence d'un peuple sur un autre où il s'agit de connaissances mathématiques ne s'est pas dérobée un seul instant".

Al di là della critica, l'*Histoire* costituì il principale riferimento dello storico tedesco per la stesura dei capitoli relativi ai matematici italiani nella sua opera più matura.

A Cantor replicò Antonio Favaro che, sottolineando l'indipendenza della ricerca matematica in Italia rispetto a quella degli altri paesi, relativamente all'epoca che va da Fibonacci a Galilei, giudicò l'impresa di Libri pienamente legittima.

Bibliografia

Del Centina A., Fiocca A., *Guglielmo Libri matematico e storico della matematica. L'irresistibile ascesa dall'Ateneo pisano all'Institut de France*, Firenze, Olschki, 2010.

Cantor M., *Über die Einfürung unserer gegenwärtigen Ziffern in Europa,* Zeitschrift für Mathematik und Physik, 1, 1856, pp. 65-74.

Cantor M., *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, *zweiter band von 1200-1668*, Leipzig, B.G. Teubner, 1900.

Cantor M., *Sur l'historiographie des Mathématiques*, in *Compte rendu du deuxième Congrès international des Mathématiciens tenu à Paris du 6 au 12 août 1900*, Paris, Gauthier-Villars, 1902, parte II, pp. 27-42: 35-36.

Curtze M., *Der Liber Embadorum des Abraham bar Chijja Savasorda in der Übersetzung des Plato von Tivoli*, Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften und ihrer Anwendungen, Leipzig, Teubner, 1902, fasc. 12 e 13.

Favaro A., *Note storiche sulle frazioni continue dal secolo decimo terzo al decimo settimo*, Bull. Bibliog. St. Sci. Mat. e Fis., 7, 1874, 533.

Friedlein G., *Gerbert, die Geometrie des Boethius und die indischen Ziffern*, Erlangen, Blaesing, 1861.

Gerhardt C.I., *Die Algebra in Italien seit Fibonacci*, Archiv der Mathematik und Physik, 3, 1843, pp. 284-300.

Grunert J.A., *Über zwei besondere Methoden der Ausziehung der Quadratwurzel mit besonderer Rücksicht auf die Verdienste des italienischen Mathematikers Pietro Antonio Cataldi wahrscheinlich des ersten Erfinders der Kettenbrüche*, Archiv der Mathematik und Physik, 30, 1858, pp. 275-291.

Günther A.W.S., *Storia dello sviluppo della teoria delle frazioni continue fino all'Euler*, Bull. Bibliog. St. Sci. Mat. e Fis., 7, 1874, pp. 213- 254.

L'algèbre d'Omar Alkhayyami publiée traduite et accompagnée d'extraits de manuscrits inédits par F. Woepcke, Paris, Duprat, 1851.

Steinschneider M., *Abraham Judäus - Savasorda und Ibn Esra*, Zeitschrift für Mathematik und Physik, 12, 1867, pp. 1-44; ID., *Abraham Ibn Esra (Abraham Judaeus Avenare)*, Ibidem, 25/suppl., 1880, pp. 59-128.

La Psicogeometria *di Maria Montessori*

GLORIA FORTINI [(*)]
(Università di Perugia)
gloriafortini@alice.it

Maria Montessori nasce a Chiaravalle (Ancona) nel 1870. Nel 1875 la sua famiglia si trasferisce a Roma e sarà qui che Maria dopo varie difficoltà riesce a laurearsi in Medicina nel 1896. Dopo la laurea la Montessori svolge studi e ricerche sui fanciulli cosiddetti "deficienti" e tiene delle conferenze sulla psicologia e pedagogia speciale per questi bambini. Dopo aver diretto la Scuola Magistrale Ortofrenica, con l'aiuto di Giuseppe Montesano, si occupa della pedagogia dei bambini normali e le viene affidato, dal Consiglio Direttivo della Scuola Pedagogica di Roma l'insegnamento di Antropologia Pedagogica. Nel 1907 viene inaugurata la prima "Casa dei Bambini" a Roma e successivamente ne nasce una anche a Milano. La sua riforma educativa viene esposta nel suo primo libro *Metodo della pedagogia scientifica* pubblicato nel 1909. Nel 1924 fonda l'Opera Nazionale Montessori per poi dimettersi nel 1934 a causa del tentativo del regime fascista di stravolgere la sua filosofia e orientarla a favore del pensiero fascista. Nello stesso anno la Montessori lascia l'Italia insieme al figlio Mario e trova ospitalità in Paesi come Olanda, Danimarca, Inghilterra, Spagna dove resta per molti anni e dove nascono nuove Case dei Bambini. Muore nel 1952 in Olanda.

Un aspetto non molto conosciuto della riforma montessoriana è quello legato alla didattica della matematica. Infatti nel 1934 Maria Montessori pubblica, a Barcellona, due libri in spagnolo: *Psicoaritmetica*, che è stato tradotto in italiano nel 1971 a cura del figlio Mario, e *Psicogeometria*, che ho tradotto in italiano e commentato criticamente nella mia tesi di laurea in Matematica presso l'Università degli Studi di Perugia con relatore la Prof. Maria Clara Nucci.

I due libri trattano rispettivamente dell'insegnamento dell'aritmetica e della geometria ai bambini che frequentano le scuole primarie.

In *Psicogeometria* la Montessori inizialmente espone la sua riforma educativa osservando e analizzando il comportamento del bambino di fronte agli insegnamenti del maestro tradizionale e di conseguenza indicando agli insegnanti un diverso approccio alla mente del bambino. In questa prima parte troviamo anche l'introduzione del "materiale", capitolo centrale della riforma montessoriana e che rende l'insegnante stessa una figura di contatto e di mediazione.

Successivamente si passa all'esposizione degli elementi fondamentali della geometria elementare quali il quadrato, il triangolo ed il cerchio. Negli ultimi due capitoli troviamo il concetto di superficie, di area di una figura ed infine dei "ragionamenti" su angoli e triangoli.

Nella mia comunicazione porrò particolare attenzione ad alcuni concetti che la Montessori introduce e che ancora oggi non sono reperibili nei moderni testi scolastici.

Tra essi, per esempio, desta particolare interesse la dimostrazione costruttiva di un teorema che permette di trovare l'area di un triangolo equilatero che ha il lato uguale all'altezza di un altro triangolo equilatero. Inoltre illustrerò altri argomenti come un'interessante spirale, il rettangolo estetico ed una falsa quadratura del cerchio.

Bibliografia e Siti Web

Boyer C.B., *Storia della Matematica*, Milano, Oscar Saggi Mondadori, 1990.
Euclide, *Gli Elementi*, a cura di A. Frajese e L. Maccioni, Torino, UTET, 1970.
Dorfles G., *Itinerario estetico*, Studio Tesi, Pordenone, 1987.
Loomis E.S., *The Pythagorean proposition*, National Council of Mathematical Teachers, 1968.

[*] In collaborazione con Maria Clara Nucci, Università di Perugia, nucci@unipg.it

Montessori M., *Psico Geometria, El estudio del la Geometria basado en la psicologia infantil*, Casa Barcellona, Editorial Araluce, 1934.
Montessori M., *Psico aritmetica: la aritmetica desarrollada con arreglo a las directrices senaladas por la psicologia infantil, durante veinticinco anos de experiencia*, Barcellona, Casa Editorial Araluce, 1934.
Montessori M., *Psicoaritmetica, L'aritmetica sviluppata secondo le indicazioni della psicologia infantile durante venticinque anni di esperienze*, Milano, Garzanti, 1971.
Montessori M., *Dall'infanzia all'adolescenza*, Milano, Garzanti, 1994.
Opera Nazionale Montessori: www.operanazionalemontessori.it
Platone, *Opere*, a cura di Franco Sartori, Bari, Laterza, 1966.
Spirals: www.mathematische-basteleien.de/spiral.htm
von Lindemann C.L.F., *Ueber die Zahl π*, Math. Ann., 20, 1882, pp. 213-225.

Elementi della meccanica di Guidobaldo dal Monte

MARTIN FRANK
(Università di Pisa)
martin.frank82@gmx.de

Guidobaldo dal Monte è un personaggio centrale della matematica e meccanica cinquecentesca, fatto che è illustrato non soltanto dall'elenco dei suoi interlocutori (Galileo, Clavio, Barozzi, Pinelli). Anche le sue opere, quali il *Mechanicorum Liber* (1577) oppure la *Prospettiva* (1600), furono testi fondamentali delle rispettive discipline matematiche. Eppure, per molto tempo è stato prestata poca attenzione all'opera dello studioso pesarese. Solo recentemente si può constatare un aumento d'interesse verso questa figura poliedrica da parte degli storici della scienza, testimoniato da studi di P.L. Rose, E. Gamba, D. Bertoloni Meli, J. Renn ed altri (cfr. la bibliografia).

Benché questi studi abbiano gettato luce su aspetti importanti della meccanica di Guidobaldo e abbiano così contribuito a una rivalutazione del suo ruolo nell'evoluzione della scienza moderna – dopo un'analisi poco favorevole e spesso troppo unilaterale della sua opera fatta da P. Duhem (*Origines de la Statique*, 1905) - restano tuttavia alcuni punti interrogativi relativi ad elementi fondamentali della sua opera.

Uno di questi punti riguarda l'ambiente scientifico del Marchese del Monte. Se sappiamo chi erano i suoi "grandi" interlocutori scientifici (Galileo, Clavio ecc.), conosciamo poco o niente del suo ambiente quotidiano nel ducato di Urbino. Eppure si capisce dal suo carteggio che questa cerchia "urbinate" intorno a lui è importante per una migliore comprensione delle sue varie attività "meccaniche" (ingegnere militare, architetto, inventore di strumenti scientifici) e della sua opera scientifica.

In questa sede vorrei perciò delineare alcuni tratti caratteristici di quell'ambiente, composto sia da filosofi di una certa fama, quali J. Mazzoni, C. Benedetti e F. Bonaventura, sia da ingegneri-architetti (G. Arduini, N. Sabbatini), sia da altri studiosi (mal classificabili) come P. M. Giordani oppure C. Ardizi. Abbiamo indizi che ebbero luogo frequenti discussioni "filosofiche" intorno a Guidobaldo e questa cerchia. Queste poi non mancavano di lasciare tracce nell'opera del Marchese: così, alcuni aspetti della sua *Paraphrasis* (1588) e delle *Meditatiunculae* (manoscritto guidobaldiano non pubblicato) si potrebbero spiegare proprio come riflessioni di tali discussioni in un ambiente impregnato dalla filosofia aristotelica. Si cercherà quindi di gettare luce sull'ambiente scientifico urbinate a cavallo tra Cinque e Seicento – un ambiente importante per una comprensione dell'opera di Guidobaldo dal Monte e senz'altro importante per la nascita della scienza moderna (Commandino, Guidobaldo…).

Bibliografia

Bertoloni Meli D., *Thinking with objects*, Baltimore, JHU Press, 2006.

Bertoloni Meli D., *Guidobaldo dal Monte and the Archimedean revival*, Nuncius Ann. Storia Sci., 7, 1, 1992, pp. 3-34.

Drake S., Stillman I.E., *Mechanics in Sixteenth-Century Italy*, Madison, University of Wisconsin Press, 1969.

Duhem P., *Les Origines de la Statique*, 2 voll. Paris, Hermann, 1905-06.

Gamba E. e Montebelli V., *Le scienze a Urbino nel tardo Rinascimento*, Urbino, Quattroventi, 1988.

Renn J. et alii, *Hunting the White Elephant*, in Renn J. (a cura di), *Galileo in Context*, Cambridge, Cambridge University Press, pp. 29-149.

Rose P., *The Italian Renaissance of Mathematics*, Geneva, Droz, 1975.

Metodi di separazione delle radici delle equazioni algebriche nella prima metà dell'Ottocento

MASSIMO GALUZZI
(Università di Milano)
massimo.galuzzi@unimi.it

Nel 1840 l'abbé Moigno pubblica un articolo che traccia un bilancio sui metodi per individuare il numero delle radici reali o immaginarie delle equazioni numeriche, e, in particolare, delle equazioni algebriche.[2] I risultati più importanti, naturalmente, sono quelli di Sturm (1835) e quelli ottenuti da Cauchy, originariamente presentati nella memoria litografata di Torino del 1831,[3] e poi riproposti e migliorati in (Cauchy, 1837).[4]

Non vi è invece menzione dei risultati ottenuti da Cauchy nel 1813, e poi pubblicati in (Cauchy, 1815).

In questo testo giovanile, riprendendo alcune idee di de Gua de Malves[5], probabilmente attraverso la mediazione della *Nota 8* del celebre trattato di Lagrange[6], e su ispirazione di Poisson,[7] Cauchy riesce a fornire algoritmi molto interessanti, anche se si applicano principalmente al caso di equazioni 'generali'.[8]

Bibliografia

Alesina A., Galuzzi M. (1998), *A new proof of Vincent's theorem*, L'Enseignement mathématique, 44, pp. 219-256.

Belhoste B. (1991), *Augustin-Louis Cauchy. A Biography*, New York, ecc. Springer-Verlag, Translated by F. Ragland.

Benis-Synaceur H. (1992), *Cauchy, Sturm et les racines des équations*, Revue d'histoire des sciences, 45, pp. 51-68.

Cauchy A. L. (1815), *Mémoire sur la détermination du nombre des racines réelles dans les équations algebriques*, Journal de le École Polytechnique, 10, pp. 457—558, *Œuvres* (2), 1, pp. 170-257.

Cauchy A. L. (1837), *Calcul des indices des fonctions*, Journal de l'École Polytechnique, 25, pp. 176-229, *Œuvres* (2), 1, pp. 416-466.

Cauchy A. L. (1872-1974), *Œuvres*, Paris, Gauthier-Villars.

[2] Cf. Moigno,1840. Nell'articolo non viene dato alcun rilievo al risultato di Vincent (1836). Ma le potenzialità algoritmiche del 'teorema di Vincent' risulteranno chiare solamente più di un secolo dopo e principalmente per effetto dell'elaborazione elettronica. Cf. Alesina e Galuzzi, 1998.

[3] Cf. Cauchy, 1974, (2), 15, pp. 182-411.

[4] Tuttavia Moigno preferisce sostituire la simbologia di Cauchy con quella più agile proposta da Sturm e Liouville in Sturm e Liouville, 1836.

[5] Cf. de Gua (de Malves), 1741.

[6] Cf. Lagrange, 1808.

[7] Cf. Belhoste, 1991, pp. 38-39.

[8] Una breve, ma chiara, analisi dei risultati di Cauchy è data da Grattan-Guinness (1990, pp. 250-51). Un interessante confronto tra Cauchy e Sturm si trova in Benis-Synaceur, 1992 e in Synaceur, 1991.

de Gua (de Malves) J. P. (1741 (1744)), *Recherche du nombre des racines réelles ou imaginaires, réelles positives ou réelles négatives qui peuvent se trouver dans les équations de tous les degrés*, Histoire de l'Académie royale des sciences avec les Mémoires de mathématique et de Physique pour la même année, pp. 435-495.

Grattan-Guinness I. (1990), *Convolutions in French Mathematics, 1800-1840*, Basel-Boston-Berlin, Birkäuser Verlag.

Lagrange J.-L. (1808), *Traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés*, Paris, Courcier. Nouvelle édition revue et augmentée par l'auteur.

Moigno F.-N.-M. (1840), *Note sur la détermination du nombre des racines réelles ou imaginaires d'une équation numérique comprises entre les limites données. Théorèmes de Rolle, de Budan ou Fourier, de Descartes, de Sturm et de Cauchy*, Journal de mathématiques pures et appliqués, 5, pp. 75-94.

Sturm C. (1835), *Mémoire sur la résolution des équations numériques*, Mémoires présentés par divers savants à l'Académie royale des Sciences de l'Institut de France, 6, pp. 273-318.

Sturm C., Liouville J. (1836), *Démonstration d'un théoreme de M. Cauchy, relatif aux racines imaginaires des équations*, Journal de mathématiques pures et appliquées, 1, pp. 278-289.

Synaceur H. (1991), *Corps et Modèles. Essai sur l'histoire de l'algèbre réelle*, Paris, Vrin.

Vincent A. J. H. (1836), *Sur la résolution des équations numériques*, Journal de mathématiques pures et appliquées, 1, pp. 341-372.

Niccolò Tartaglia e l'insegnamento della matematica

VERONICA GAVAGNA
(Università di Salerno)
vgavagna@unisa.it

Il *General Trattato di numeri et misure* è l'opera finale del bresciano Niccolò Tartaglia (1499-1557), che riuscì tuttavia a sorvegliare solo la stampa, avvenuta nel 1556, delle prime due delle complessive sei *Parti*, dedicate all'aritmetica, alla geometria e all'algebra. Concepito nel 1542 come uno scritto destinato ad emendare la *Summa* di Luca Pacioli, nel corso degli anni il *General Trattato* assunse una fisionomia più articolata, in cui trovarono modo di esprimersi alcune delle diverse 'anime' dello studioso bresciano: il matematico, il traduttore di Classici e il maestro d'abaco. Pur non prescindendo dai primi due aspetti, il contributo si focalizzerà essenzialmente sull'attività di insegnamento di Tartaglia, ricostruita sulla base delle sue opere, in particolare del *General Trattato.* Leggere il *General Trattato* come l'opera di un insegnante che scrive appoggiandosi alla lunga esperienza didattica, consente, ad esempio, di cogliere ed inquadrare nel contesto appropriato le frequenti esortazioni alla padronanza del calcolo mentale rapido nonché le tecniche mnemoniche – che non possono prescindere da una profonda comprensione dei concetti matematici basilari – atte a potenziarlo. Se la distribuzione dei contenuti del *General Trattato* si ispira ad un criterio di astrazione progressiva e la loro organizzazione interna cerca di rifarsi dichiaratamente al modello euclideo degli *Elementi*, lo stile espositivo di Tartaglia si rivela particolarmente attento nei passaggi che potrebbero ingenerare ambiguità o false convinzioni e che non di rado vengono anche esplicitamente segnalati all'attenzione del lettore. Verranno infine discussi alcuni casi di studio in cui emerge come l'eredità abachistica dell'insegnamento per problemi si coniughi con una più moderna sensibilità, che induce Tartaglia a riflettere criticamente sulla effettiva possibilità di trovare modelli matematici in grado di interpretare ogni situazione reale.

Bibliografia primaria

Tartaglia N., *General Trattato di numeri et misure*, In Vinegia per Curtio Troiano dei Navò, 1556-1560

Tartaglia N., *Quesiti, et inuentioni diuerse*, In Venetia per Venturino Ruffinelli, 1546.

Tartaglia N., *L'Euclide Megarense*, Riproduzione in facsimile dell'edizione postuma veneziana del 1569 edita con una nota introduttiva da P. Pizzamiglio.

Bibliografia secondaria

Gabrieli G.B., *Nicolò Tartaglia. Invenzioni, disfide e sfortune*, Centro studi della matematica medioevale, Collana diretta da L.Toti Rigatelli e R.Franci, n. 2, 1986.

Gamba E., Montebelli V., *La matematica abachistica tra recupero della tradizione tra rinnovamento scientifico* in *Cultura, scienze e tecniche nella Venezia del Cinquecento*, Venezia, Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, 1987, pp. 169-182.

Grendler P., *La scuola nel Rinascimento italiano*, Roma, Laterza, 1991.

La formazione degli insegnanti in Italia nella prima metà del Novecento. Il contributo di Federigo Enriques

LIVIA GIACARDI
(Università di Torino)
livia.giacardi@unito.it

Dopo la costituzione del Regno d'Italia e l'introduzione di un sistema scolastico a livello nazionale la classe politica italiana, di cui erano parte attiva anche molti matematici impegnati nella ricerca avanzata, comprese subito l'importanza di avere un corpo di docenti all'altezza del proprio compito.

Il problema della formazione degli insegnanti era particolarmente urgente se si pensa che all'epoca si poteva insegnare anche senza titolo di laurea e senza concorso. Solo nel 1906, infatti, fu approvata la legge sullo stato giuridico degli insegnanti che imponeva il possesso della laurea per poter essere abilitati all'insegnamento nelle scuole medie.[9]

Per rispondere all'esigenza di formare i futuri insegnanti e garantire in tal modo un più alto livello della scuola secondaria, nel 1875 il ministro Ruggero Bonghi creò le Scuole di Magistero[10] che sopravvissero con successive modifiche fino al 1920 quando ne fu decretata la soppressione.[11]

La loro storia è particolarmente travagliata come dimostra l'elevato numero di decreti che le riguardano[12] e, in molti casi, i corsi in esse impartiti erano del tutto inadeguati ad affrontare seriamente il problema della formazione degli insegnanti.

Le ragioni sono molteplici: innanzitutto i docenti che vi insegnavano erano gli stessi professori dei corsi istituzionali e non avendo, salvo alcune eccezioni, pratica di insegnamento secondario, erano impreparati su questioni pedagogiche e di metodo. Inoltre le strutture (biblioteche, laboratori, ecc.) e il materiale didattico, erano perlopiù inesistenti, il numero di ore di insegnamento previste era inadeguato e i finanziamenti scarsi.

Inoltre il ruolo di secondo piano cui erano relegati gli insegnanti di scuola secondaria rispetto a quelli universitari, si ripercuoteva inevitabilmente sul rilievo che veniva dato alla loro formazione.

A questi fattori si aggiungeva la scarsa interazione fra mondo universitario italiano e scuola secondaria sottolineata, per esempio, da Gino Fano in un articolo scritto al suo ritorno da un anno di perfezionamento trascorso a Göttingen con Felix Klein. Fano vi descrive le iniziative promosse da Klein proprio per affrontare questo problema:

[9] Si tratta delle legge n. 141 dell'8 aprile 1906. L'art.1 recita: "Nessuno può essere nominato insegnante nelle scuole medie governative […] se non in seguito a concorso" e l'art. 2 impone: "Ai concorsi potranno essere ammessi soltanto coloro i quali presentino la laurea o il diploma richiesti dalla cattedra messa a concorso".

[10] R.D. dell'11 ottobre 1875, n. 2742, in Giacardi 2006-2010.

[11] R.D. dell'8 ottobre 1920, n. 1546, in Giacardi 2006-2010.

[12] Si veda la sezione dedicata alla formazione degli insegnanti in Giacardi 2006-2010 dove sono riportati i principali decreti e una sintesi delle discussioni nell'ambito dei Congressi della Mathesis.

"ogni anno nelle vacanze Pasquali gli insegnanti delle scuole secondarie sono invitati a riunirsi, quelli delle province orientali a Berlino, quelli delle province occidentali a Gottinga; e lì rimangono circa quindici giorni, a contatto degli insegnanti universitari. Conferenze e lezioni permettono da un lato ai numerosi convenuti di tenersi al corrente dei tanti e tanti progressi che la scienza va continuamente facendo, mentre d'altra parte anche gli insegnanti di Università hanno modo di rendersi conto esatto dei bisogni e dei desideri dei primi".[13]

Le iniziative di Klein per la formazione degli insegnanti costituirono sicuramente un incentivo a orientare in questa direzione l'operato dei matematici della scuola italiana di geometria algebrica molti dei quali (Corrado Segre, Guido Castelnuovo, Gino Fano, Gaetano Scorza, Federigo Enriques, Francesco Severi,…) si impegnarono in prima persona per il miglioramento della scuola italiana.

Quando nel 1920 le Scuole di Magistero furono soppresse, fu Fano a formulare una delle proteste più vigorose durante il Congresso della Mathesis di Napoli nel 1921.

Convinto che "a nulla vale *saper più* di ciò che si insegna, se questo *di più* non fa conoscere meglio le cose da insegnare", egli sostenne con forza l'importanza di istituire corsi di *Vedute superiori sulle matematiche elementari* con rilievo *all'aspetto storico, critico, metodologico, didattico*, citando a titolo di esempio le lezioni tenute da Segre e da Enriques presso le Scuole di Magistero.

Invitò, inoltre, le facoltà ad accogliere come tesi di laurea dissertazioni in matematiche complementari e sollecitò i colleghi ad avviare, senza attendere decreti ministeriali, il tirocinio nelle scuole secondarie.[14]

Le Scuole di Magistero non furono ripristinate, ma nel 1921 il ministro Orso M. Corbino introduceva la laurea "mista" in scienze fisiche e matematiche allo scopo di "addestrare e abilitare i giovani studenti all'insegnamento delle materie scientifiche nelle scuole secondarie"[15] e nel 1922 venivano istituite appositamente per la laurea mista "conferenze ed esercitazioni didattiche e metodologiche in fisica … ed un corso di matematiche complementari"[16] su quei settori superiori della matematica più strettamente collegati con le matematiche elementari.

Tale corso avrebbe dovuto essere affiancato da "esercitazioni didattiche e metodologiche".

Il mio intervento sarà articolato in due parti, la prima delle quali intende fornire il quadro storico per la seconda.

Nella prima presenterò dunque una breve storia istituzionale delle Scuole di Magistero in Italia dal 1875 al 1920, con attenzione ai provvedimenti legislativi più rilevanti, al contributo della Associazione Mathesis a partire dal suo primo congresso nazionale nel 1898 a Torino fino a quello di Napoli del 1921 e ai dibattiti fra i matematici (A. Padoa, G. Loria, S. Pincherle, G. Castelnuovo, G. Fano, etc.).

Nella seconda parte mi concentrerò in particolare sui contributi di Enriques, con attenzione alle sue lezioni presso le Scuole di Magistero, alle proposte di riforma da lui avanzate, alle numerose iniziative editoriali promosse per la formazione degli insegnanti, (le *Questioni riguardanti le matematiche elementari*, la collana *Per la storia e la filosofia delle matematiche*, i libri di testo, gli articoli, etc.), all'impegno nella direzione del *Periodico di matematiche*, nella presidenza della Mathesis e nella sottocommissione italiana della Commission Internationale de l'Enseignement Mathematique (CIEM, poi ICMI), mettendo in evidenza l'influenza di Felix Klein, punto di riferimento costante in materia di insegnamento. Cercherò inoltre di cogliere i collegamenti fra le proposte di Enriques e la sua particolare visione della matematica e del sapere e di mostrare così come il suo operato per la formazione

[13] G. Fano 1894, *Sull'insegnamento della matematica nelle Università tedesche e in particolare nell'Università di Gottinga*, Rivista di matematica, 4, pp. 170-187, cit. a p. 181-182.
[14] G. Fano 1922, *Le scuole di Magistero*, Periodico di matematiche, s. 4, 2, pp. 102-110, cit. a p. 103 e 109.
[15] R.D. del 24 novembre 1921, n. 1837.
[16] R.D. del 19 febbraio 1922, n. 139.

degli insegnanti rientri in un progetto culturale più ampio, che affonda le sue radici nella filosofia, nella storia della scienza.

Bibliografia

Campedelli L. 1973, *Un cinquantennio. Federigo Enriques nell'insegnamento*, Accademia N. dei Lincei, Quaderno N. 184, 75-90.

F. Enriques, *Edizione Nazionale delle Opere* http://enriques.mat.uniroma2.it/italiano/home.html

Gario P. 2006, *Quali corsi per il futuro insegnante? L'opera di Klein e la sua influenza in Italia*, Bollettino della Unione Matematica Italiana. La matematica nella società e nella cultura, (8), IX-A, pp. 131-141.

Giacardi L. 2003, *Educare alla scoperta. Le lezioni di C. Segre alla Scuola di Magistero,* Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, s. 8, VI-A, pp. 141-164.

Giacardi L. (a cura di) 2006-2010, *Documenti per la storia dell'insegnamento della matematica in Italia,* http://www.subalpinamathesis.unito.it/storiains/it/documenti.php

Giacardi L. 2010, *The Italian School of Algebraic Geometry and Mathematics Teaching: Methods, Teacher Training, and Curricular Reforms in the Early Twentieth Century*, The International Journal for the History of Mathematics Education, 5, 2010, pp. 1-19.

Israel G. 1992, *F. Enriques e il ruolo dell'intuizione nella geometria e nel suo insegnamento,* Prefazione a F. Enriques, *Elementi di geometria*, pp. IX-XXI.

Israel G. 1993, Enriques, Federigo. In *Dizionario Biografico degli Italiani*, Roma, Istituto della Enciclopedia Italiana, vol. XLII, pp. 777-783.

Nastasi P. 2002, *La Mathesis e il problema della formazione degli insegnanti*, in *La Mathesis*, PRISTEM/Storia 5, Milano, Springer, pp. 59-119.

Nurzia L. 1979, *Relazioni tra le concezioni geometriche di Federigo Enriques e la matematica intuizionistica tedesca*, Physis, 21, pp. 157-193.

Le leggi dell'urto in Descartes e Borelli

ENRICO GIUSTI
(Università di Firenze)
giusti@math.unifi.it

Nei *Principia philosophiae* (1644) Descartes enunciava le sue leggi dell'urto di corpi duri, un sistema che ha lasciato perplessi molti storici e che solo di recente ha trovato una prima interpretazione coerente.

Due decenni più tardi, nel suo *De vi percussionis* (1666) Giovanni Alfonso Borelli affrontava lo stesso argomento, confrontandosi anche senza nominarlo con il suo illustre predecessore. In ambedue i casi, seri ostacoli si opponevano a una trattazione completa del problema dell'urto: anche se diverse sono le conclusioni, Descartes e Borelli provano le stesse difficoltà nel delineare un sistema completo di leggi che regolino l'urto dei corpi rigidi.

In questa comunicazione si metteranno a confronto le due teorie, mettendo in luce i punti deboli di ambedue e le limitazioni delle due impostazioni.

Bibliografia

A quanto mi risulta non ci sono analisi recenti delle leggi dell'urto in Borelli, e per quanto più che datato, il solo riferimento è al lavoro di G. Plana, *Memoire sur la découverte de la loi du choc direct des corps durs publiée en 1667 par Alphonse Borelli*, Mém. Acad. Sci. Turin, s. II, vol. VI, 1843, pp. 1-37. Al contrario, le teorie cartesiane sono state discusse a più riprese, anche se quasi sempre per sottolinearne l'insufficienza. Si veda ad esempio

Blackwell R., *Descartes' Laws of Motion*, Isis, 57, 1966, pp. 220-234.

Clarke D., *The Impact Rules of Descartes' Physics*, Isis, 68, 1977.

Clarke D., *Descartes' Philosophy of Science*, Manchester, 1982, pp. 221-228.

Costabel P., *Essai critique sur quelques concepts de la mécanique cartésienne*, Arch. Int. Hist. Sci., 20, 1967, pp. 235-252.

Dubarle D., *Remarques sur les règles du choc chez Descartes*, Riv. Filos. Neoscolastica, Suppl. vol. XIX, 1937, pp. 325-334.
Garber D., *Descartes' Metaphysical Physics*, Chicago, 1992, pp. 239-241.
Tannery P., *Sur les règles du choc des corps d'après Descartes*, Mém. Sci., VI, 1926, pp. 451-456.
Un primo tentativo di comporre le leggi cartesiane in un sistema coerente è dovuto a R. Lopes Coelho, *Les équations des règles du choc de Descartes*, Physis, 42, 2005, pp. 223-233.

I docenti di matematica nelle scuole superiori mantovane tra metà Ottocento e inizio Novecento

ALESSANDRO JANOVITZ
(Politecnico di Milano)
a.janovitz@alice.it

Mantova vanta una grande tradizione di studi scientifici: in ambito specificamente matematico si ricordano qui, tra le altre, tre illustri personalità (Giulio Vivanti, Gino Loria e Gino Fano), tutte formatesi a Mantova nella seconda metà dell'Ottocento.

A fronte di una simile fioritura di talenti matematici in un così ristretto arco temporale e in una città di piccole dimensioni sprovvista all'epoca di atenei, acquista interesse sviluppare una ricerca sui locali insegnamenti matematici nel periodo compreso fra la riforma scolastica austriaca del 1850 e quella italiana del 1900 (riforma Gallo).

Ai fini di tale ricerca, sono stati individuati tutti i docenti di matematica delle scuole superiori mantovane, che erano a quel tempo il Liceo-ginnasio 'Virgilio' e l'Istituto tecnico (intitolato a Alberto Pitentino nel 1884, presentava anche una sezione fisico-matematica). Per ciascun insegnante sono stati reperiti i seguenti dati: le notizie biografiche, i titoli culturali posseduti, le attività didattiche svolte in istituzioni scolastiche o universitarie, i premi e le onorificenze ricevute, le pubblicazioni ed altre notizie significative. Sono stati poi analizzati i programmi d'insegnamento e le scelte effettuate per i libri di testo. Si è infine proceduto all'esame delle risultanze di alcune ispezioni governative (che avevano funzione di controllo, ma anche di stimolo) e delle valutazioni sugli esami di licenza effettuati al termine del ciclo di studi.

Dall'esame dei dati emersi, si può concludere che i docenti di matematica delle scuole superiori di Mantova costituivano sostanzialmente un insieme di personalità complesse e ben capaci di interagire con il tessuto sociale e culturale del luogo, concorrendo significativamente alla formazione di matematici insigni, le cui attività contribuirono in modo sostanziale allo sviluppo della grande tradizione matematica italiana.

Bibliografia essenziale

Archivio comunale di Mantova, Anagrafe antica.
Archivio comunale di Mantova, Sezione ottocentesca.
Archivio dell'Istituto tecnico commerciale statale 'A. Pitentino', Mantova.
Archivio di stato di Mantova, Liceo ginnasio 'Virgilio'.
Archivio di stato di Mantova, Provveditorato agli studi.
Archivio storico dell'Università di Bologna, Serie Fascicoli studenti di Scienze matematiche.
Archivio dell'Accademia nazionale virgiliana di Mantova, Fascicoli dei soci.
Janovitz A., Mercanti F., *Sull'apporto evolutivo dei matematici ebrei mantovani nella nascente nazione ita-liana*, Monografie di EIRIS, epistemologia dell'informatica e ricerca sociale, rivista on line, www.eiris.it, 2009.
Progetto di un piano d'organizzazione dei Ginnasi e delle Scuole Tecniche nell'Impero Austriaco. Dal Mini-stero del culto e della pubblica istruzione, Vienna, Imperiale Reale Stamperia di Corte e Stato, 1850.

La tradizione didattico-storica di alcuni teoremi della geometria euclidea

MARIA CLARA NUCCI (*)
(Università di Perugia)
nucci@unipg.it

Del legame tra gli *Elementi* di Euclide e l'insegnamento della matematica vi è una vivace testimonianza a partire dagli *Elementi* stessi e delle sue diverse traduzioni e versioni adattate per l'insegnamento scolastico (Pepe 2006). Nel corso dei secoli, tale legame è stato altalenante a seconda dei risultati delle ricerche delle diverse epoche in campo matematico, ma ha anche subito gli influssi di mode didattiche e conseguenti modificazioni dei programmi scolastici (Freguglia 1999; Enriques 1912). Dalla seconda metà dell'800 a opera di Betti, Brioschi e Cremona, vi è un movimento di riconsiderazione degli *Elementi* come testo per l'insegnamento della geometria nella scuola superiore italiana (Borgato 1981; Enriques 1938).

Una storia particolare hanno avuto i due teoremi noti oggi in Italia come *primo e secondo teorema di Euclide* nel corso delle varie edizioni degli *Elementi* a seguito anche dei commenti aggiunti dai traduttori/curatori e nei libri per l'insegnamento della geometria. In questo intervento analizzeremo l'evoluzione didattico-storica di questi due teoremi che stabiliscono legami fra alcuni dei segmenti individuati sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo in cui sia condotta l'altezza dal vertice dell'angolo retto. Dal momento che indagheremo anche sull'origine di tali denominazioni, useremo la terminologia con cui essi vengono indicati oggi in altri paesi come, per esempio, l'Ungheria (Hajós 1971; Kovács 2002): rispettivamente, *teorema del cateto* e *teorema dell'altezza*.

La curiosità è che, ironia della sorte, proprio i due teoremi che portano il suo nome, per Euclide sembra non avessero lo status di "proposizioni" autonome; si possono però scorgere nel corso di altre dimostrazioni, in lemmi o come corollari di proposizioni nel corso della sua trattazione in ben tre libri diversi (I, VI e X libro). Tali teoremi, nelle loro due formulazioni principali presenti nei libri di testo odierni (in termini di equiestensione di figure e di proporzionalità di grandezze) permettono di passare dalla geometria all'algebra e viceversa creando così dei legami forti tra i due ambiti.

Una prima traccia del *teorema del cateto* appare nella dimostrazione della proposizione I, 47 (teorema di Pitagora) che passa appunto per la scomposizione del quadrato costruito sull'ipotenusa in due rettangoli che si dimostrano essere equivalenti ai quadrati costruiti sui cateti. La formulazione è in termini di equivalenza di figure piane.

Al contrario, il *teorema dell'altezza* appare per la prima volta, in termini di proporzionalità, nel libro delle proporzioni applicate alle figure simili, come corollario alla proposizione VI, 8. Vi è quindi una differenza semantica notevole con cui Euclide propone i suoi due non ancora teoremi: il primo nasce prettamente nell'ambito geometrico, mentre il secondo in un ambito più algebrico applicato alle figure.

I due teoremi si ritrovano nel libro X nel lemma preparatorio per la proposizione 33 dove vengono enunciati in termini geometrici, ma vengono dimostrati sulla base della proposizione VI, 8 dalle rispettive proporzioni tra i lati delle coppie di triangoli simili. Lì vestono entrambi una forma algebrica.

Alla fine dell'800, inizio del '900, nelle diverse *Geometrie* ed *Elementi di Geometria* destinati all'insegnamento i due teoremi pian piano assumono un ruolo autonomo. In Enriques, Amaldi del 1915 ancora non vi è alcuna traccia della denominazione ad Euclide: viene infatti proposta una dimostrazione del teorema di Pitagora analoga a quella presente negli *Elementi* (I, 47) con la separazione del teorema del cateto come teorema autonomo (in termini di equivalenza di aree), mentre il teorema dell'altezza viene trattato in una sezione

* In collaborazione con Judit Jasso, Università di Perugia, jassojud@dmi.unipg.it

distaccata, dedicata al modo di trasformare un rettangolo in un quadrato. Gli stessi autori, nel 1945, usano già una denominazione simile a quella odierna (*teorema di Euclide* e *secondo teorema di Euclide*) dandone una motivazione di carattere storico:

> "Fra le proprietà di equivalenza delle superficie piane una delle più celebri e più importanti è quella fornita da un teor. relativo ai quadrati dei tre lati di un qualsiasi triangolo rettangolo, e per stabilirla, cominciamo col dimostrare, come lemma il teor. seguente, che è importante anche per se stesso e si fa risalire ad Euclide." (Enriques, Amaldi, 1945, p.144)

Il teorema del cateto viene quindi chiamato *"il teorema di Euclide"* e introdotto sempre in via geometrica per dimostrare il teorema di Pitagora; il teorema dell'altezza viene invece dimostrato a partire della similitudine di triangoli, dandone comunque subito anche l'enunciato in forma geometrica, come fece Euclide e con la motivazione dell'uso del nome odierno:

> "Il teor. prec. va ravvicinato al teor. di Euclide e si fa risalire anch'esso all'autore degli "Elementi", sicchè si suol designare col nome di *secondo teorema di Euclide*" (Enriques, Amaldi, 1945, p. 244)

Una traccia ancor più recente dell'uso dei due nomi si scorge in Artom (1937) che, in un'elencazione frettolosa del Teorema di Pitagora e le sue conseguenze, si riferisce ai due teoremi in questione come *primo* e *secondo teorema di Euclide*. Come fonte indica per il primo: Euclide, I, pr. 47 e per il secondo: Euclide, lemma alla Pr. X, 33.

L'enorme potenzialità didattica dei due teoremi in questione viene scoperta e messa in campo dai "didatti" dei vari secoli che, tramite essi, creano profondi collegamenti tra l'ambito geometrico e quello algebrico. Dal confronto delle due accezioni, il problema di costruzione del medio proporzionale tra due grandezze diventa un problema di trasformazione di un rettangolo in un quadrato e permette agli antichi greci di "superare" o meglio "evitare" in questo modo il problema dell'incommensurabilità (Mayer, Szabó, 1983, *Introduzione agli "Elementi"*). In termini algebrici odierni, invece, il problema di trasformazione di un rettangolo in un quadrato può anche essere sfruttato per l'estrazione di radice quadrata (Freguglia 1982, pp. 183-4), così come il problema del medio proporzionale può acquisire una formulazione in termini di media geometrica. Quest'ultima formulazione è quella più in uso nei libri di insegnamento attuali, per esempio, in Ungheria anche riguardo ai teoremi del cateto e dell'altezza.

Bibliografia

Artom E., *Proprietà elementari delle figure del piano e dello spazio*, in: Berzolari L., Vivanti G., Gigli D., *Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, Milano, Enrico Hoepli, vol II, parte I, 1937, ristampa anastatica, 1950.

Borgato M.T, *Alcune note storiche sugli Elementi di Euclide nell'insegnamento della matematica in Italia,* Archimede, 33, n. 4, 1981, pp. 185-193.

Enriques F., *Sull'insegnamento della Geometria razionale*, pp 19-30, in: F. Enriques, *Questioni riguardanti le Matematiche elementari*, raccolte e coordinate da F. Enriques, Vol I *Critica dei principi*, Bologna, Zanichelli, 1912.

Enriques F., Amaldi U., *Elementi di Geometria - ad uso delle scuole secondarie superiori*, Bologna, Zanichelli, (sesta edizione), 1915.

Enriques F., *Gli "Elementi" d'Euclide e la critica antica e moderna*, in 4 volumi, Roma, Stock, 1925, Bologna, Zanichelli, 1930, 1932, 1936.

Enriques F., Amaldi U., *Elementi di Geometria - ad uso delle scuole secondarie superiori*, 2 volumi Bologna, Zanichelli, (prima edizione) 1945.

Enriques F., *Le matematiche nella storia e nella cultura*, lezioni pubblicate per cura di Attilio Frajese, Zanichelli, Bologna, 1938.

Faifofer A., *Elementi di geometria ad uso degl'istituti tecnici (1° biennio) e dei licei*, Venezia, Tipografia Sorteni e Vidotti, decimaquinta ed., 1907.

Frajese A., Maccioni L., *Elementi di Euclide*, Torino, UTET, 1970.

Freguglia P., *La geometria tra tradizione e innovazione*, Torino, Bollati Boringhieri, 1999.
Freguglia P., *Fondamenti storici della geometria*, Milano, Feltrinelli, 1982.
Hajós Gy., *Bevezetés a geometriába*, Budapest, Tankönyvkiadó, 1971.
Joyce D.E., *Euclid's Elements*, http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/elements.html, 1998.
Kovács Z., *Geometria (Az euklidészi geometria metrikus megalapozása)*, Debrecen, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2002.
Mayer Gy., Szabó Á., *Euklidesz: Elemek*, Budapest, Gondolat, 1983.
Pepe L., *Scheda sugli "Elementi" di Euclide*, in *Formazione permanente degli insegnanti di matematica: progetto di una biblioteca distrettuale, bibliografia e schede*, Supplemento al Notiziario della Unione Matematica Italiana, 1979, VIII (a cura di G. Giorello, F. Lerda, L. Pepe, C. Sitia).
Pepe L., *Insegnamenti matematici e libri elementari nella prima metà dell'Ottocento: modelli francesi ed esperienze italiane*, in: *Da Casati a Gentile: momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia*, a cura di L. Giacardi, Lugano, Lumières Internationales, 2006, pp. 65-98.
Socci A., Tolomei G., *Gli Elementi d'Euclide: nuovamente tr. con note, aggiunte ed esercizi ad uso dei ginnasi e dei licei*, Successori le Monnier, 1899.

Alcuni aspetti della matematica nel contesto dell'Accademia Virgiliana di Mantova

PAOLA LANDRA
(Politecnico di Milano)
paola.landra@libero.it

L'Accademia Virgiliana di Mantova nacque ufficialmente il 4 marzo 1768 con un editto dell'imperatrice Maria Teresa d'Austria (1717-1780). Fin dall'inizio del 1600, però, a Mantova, vi era stata una vivace presenza di accademie (degli Invaghiti, dei Timidi) che svolgevano attività letteraria e scientifica.

Già nel dispaccio del 1767 del futuro imperatore Giuseppe II (1741-1790) inviato al conte Carlo di Firmian (1718-1782), rappresentante del governo imperiale a Mantova, si leggeva l'intenzione di "dare all'Accademia Letteraria detta de' Timidi di Mantova un maggior lustro"; la nuova denominazione fu quella di *Accademia Reale di Scienze, e Belle Lettere di Mantova*.

Le discipline interessate alle attività dell'Accademia erano la filosofia, le matematiche, la fisica sperimentale e la letteratura. In particolare, nelle matematiche, "prenderà l'Accademia per oggetto delle sue esercitazioni l'Astronomia, la Meccanica, la Geometria Teorico-pratica, la Statica, Idrostatica, Pneumatica, Idraulica, Idrometria, Ottica, Geografia, Cronologia, Balistica, Prospettiva, Architettura civile, Militare". Principalmente l'attività dell'Accademia consisteva in sessioni, aperte al pubblico o riservate agli accademici, e in concorsi.

Tale assetto rimase per lo più invariato fino al 1797, all'arrivo delle truppe napoleoniche. Chiamata *Accademia Virgiliana delle scienze e belle lettere, ed arti*, fino al 1814, con l'alternanza della dominazione francese e austriaca, ebbe "vita stentata ed inattiva". Nel 1863, l'avvento del Regno d'Italia permise la ripresa delle attività dell'Accademia, con il nome di *R. Accademia Virgiliana di Scienze, Belle Lettere ed Arti*, nome che fu mantenuto fino all'avvento della Repubblica italiana, quando fu denominata "Accademia Virgiliana di Scienze Lettere ed Arti"; nel 1983, assunse il nome attuale di "Accademia Nazionale Virgiliana di Scienze Lettere e Arti".

Presso l'Archivio dell'Accademia Nazionale Virgiliana, giacciono sessantasette dissertazioni di argomento matematico, scritte nella seconda metà del Settecento, per la partecipazione a concorsi vari o l'ammissione all'Accademia. Molte ancora, precedenti o successive, sono presenti a vario altro titolo. Le molteplici attività dell'Accademia negli anni è testimoniata anche dagli *Atti e memorie*, pubblicati fino ai giorni d'oggi, e da innumerevoli carteggi.

Gli aspetti della matematica trattati sia nelle dissertazioni, sia negli *Atti* sono particolarmente significativi. Basti pensare, per esempio, alla partecipazione alle attività dell'Accademia di scienziati quali Giuseppe Mari (1730-1807), Antonio Ludenna (1740-1820), Francesco Luini (1740-1792), Lorenzo Mascheroni (1750-1800), Agostino Masetti (1757-1833) o come Gilberto Govi (1826-1889), Giulio Vivanti (1859-1949), Gino Loria (1862-1954), Gino Fano (1871-1952), Adolfo Viterbi (1873-1917). Attraverso la loro opera e la loro attività si percorrono più di due secoli di progresso delle scienze matematiche pure o applicate, sotto l'egida dell'Accademia.

Questi scienziati partecipavano anche attivamente alla vita dell'Accademia suggerendo nuove iniziative. Emblematico in tal senso è l'intervento di Gino Loria nel 1930, presso l'allora Prefetto dell'Accademia Pietro Torelli (1880-1948), per promuovere una ricerca storica su Giovanni Ceva (1647-1734), che "benché nato a Milano, passò alla Corte di Mantova la maggior parte della sua vita", raggiungendo "un posto ragguardevole" tra le personalità scientifiche del diciassettesimo secolo.

Bibliografia

Archivio di Stato di Mantova.

Archivio dell'Accademia Virgiliana di Mantova.

Borgato M. T., *Agostino Masetti e i suoi progetti idraulici nel periodo napoleonico*, in *Contributi di scieziati mantovani allo sviluppo della matematica e della fisica*, Cremona, Monotipia cremonese, 2001, pp. 29-44.

Catalogo delle dissertazioni manoscritte, a cura di L. Grassi e G. Rodella, Mantova, Grassi, 1993.

Indici degli "Atti e memorie" dell'Accademia Nazionale Virgiliana 1863-2000, a cura di V. Rebonato, Firenze, Olschki, 2004.

Loria G., *Donne Matematiche*, *Atti e memorie della R. Accademia Virgiliana di Mantova*, biennio 1901-02, 1903, pp. 75-98.

Mercanti F., *Gino Loria, Mantua 1862 – Genoa 1954* (ad vocem), in *The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008)*, http://www.icmihistory.inito.it/, Fulvia Furinghetti and Livia Giacardi ed., 2008.

Mercanti F., *Mari, Giuseppe* (ad vocem), Dizionario biografico degli italiani, Roma, Treccani, 70, 2008, pp. 192-195.

Tomasini G., *Le donne in alcuni aspetti della cultura scientifica a Mantova*, in *Contributi di scienziati man-tovani allo sviluppo della matematica e della fisica*, Cremona, Monotipia cremonese, 2001, pp. 253-259.

Le antinomie del primo Novecento: un problema forse sopravvalutato

DOMENICO LENZI
(Università del Salento)
domenico.lenzi@unisalento.it

Tra la fine dell''800 e l'inizio del '900 una sorta di cataclisma scientifico sconvolse il mondo matematico: la scoperta di alcune contraddizioni (antinomie) insiemistiche, che mettevano in forse i lusinghieri risultati conseguiti da Georg Cantor.

Come è noto, tutto partì dall'antinomia di Russell, che era scaturita da un uso forse troppo disinvolto dei concetti insiemistici, che un po' ingenuamente aveva portato a considerare l'insieme $\boldsymbol{K}$ costituito dagli insiemi A individuati dalla proprietà di non appartenersi ($A \notin A$).

Era il 1902 e molti matematici intravvidero l'*inferno*; anche se David Hilbert ebbe giustamente a dire: *Nessuno potrà cacciarci dal Paradiso che Cantor ha creato.*

Tuttavia niente sarebbe stato più come prima. Di fronte alla matematica – caduta dal suo piedistallo di dea delle scienze – si apriva il purgatorio della quotidianità umana, che però essa ha affrontato con estrema dignità, lungo un percorso denso di accidenti e pericoli vari, ma anche di risultati significativi ed entusiasmanti.
Lo stesso Cantor – come egli scrisse in una lettera a Hilbert – già nel 1896 aveva evidenziato nella sua teoria una spiacevole antinomia, conosciuta come *Antinomie der Allmenge* (*l'antinomia della classe totale*, o *dell'insieme di tutti gli insiemi*); ma questo risultato rimase pressocché sconosciuto. Forse Cantor evitò di diffonderlo nella speranza di trovare egli stesso un "antidoto".
L'antinomia evidenziata da Cantor risiedeva nel fatto che, considerata *la classe totale* $\boldsymbol{\Theta}$ – onde risultava $\mathscr{P}(\boldsymbol{\Theta}) \subseteq \boldsymbol{\Theta}$ – si veniva a costruire facilmente una funzione suriettiva di $\boldsymbol{\Theta}$ su $\mathscr{P}(\boldsymbol{\Theta})$: bastava prolungare a tutto $\boldsymbol{\Theta}$ la funzione identica su $\mathscr{P}(\boldsymbol{\Theta})$, associando l'insieme vuoto a ogni eventuale elemento di $\boldsymbol{\Theta}$ non appartenente a $\mathscr{P}(\boldsymbol{\Theta})$. Il che contraddiceva la proprietà $|\boldsymbol{\Theta}| < |\mathscr{P}(\boldsymbol{\Theta})|$ proprio nella parte che afferma che non può esserci alcuna funzione suriettiva di un insieme sull'insieme delle sue parti (Cantor 1873).
Accanto alle altre antinomie spesso se ne cita una che si fa risalire a un articolo di Cesare Burali-Forti del 1897; il che può essere frutto di una lettura poco attenta dei contributi dello studioso toscano. Infatti Burali-Forti, in un suo scritto, si limitò a dimostrare – per assurdo – una proprietà riguardante quelli che lui chiamava *insiemi ordinati perfetti*, dicendo che essi erano anche degli *insiemi bene ordinati*.
Tuttavia gli insiemi ordinati perfetti di Burali-Forti non sono ben ordinati alla luce della definizione odierna. Solo in epoca successiva all'antinomia di Russell le argomentazioni presentate nel lavoro di Burali-Forti furono applicate agli attuali insiemi bene ordinati, probabilmente a opera dello stesso Russell.
Certo è che se allora ci fosse stata una maggiore chiarezza di idee, forse gli studi di matematica e di logica avrebbero avuto uno sviluppo meno convulso e più efficace.

Bibliografia

Burali-Forti C., *Una questione sui numeri transfiniti*, Rend. Circolo Mat. di Palermo, 11, 1897, pp. 154-164.

Burali-Forti C., *Sulle classi ben ordinate*, Rend. Circolo Mat. di Palermo, 11, 1897, p. 260.

Beth E.W., *I fondamenti logici della matematica*, Milano, Feltrinelli, 1963.

Frege G. *I principi dell'aritmetica*, in *Letture di Logica* (a cura di C. Mangione ed M. Franchella), Ambrosiana-Zanichelli, 1993.

Lombardo-Radice L., *Istituzioni di algebra astratta*, Milano, Feltrinelli, 1973.

Russell B., *The principles of mathematics*. http://fair-use.org/bertrand-russell/the-principles-of-mathematics/preface.

Russell B., Whitehead A. N., *Principia Mathematica*, London, Cambridge Univ. Press, 1980; 1ª ediz., 1910.

Russell B., *Introduzione alla Filosofia della Matematica*, Longanesi, 2004.

Schola et Vita (1926-1939) e il dibattito pedagogico internazionale

ERIKA LUCIANO
(Università di Torino)
erika.luciano@unito.it

Le riflessioni della Scuola di Peano sull'insegnamento della matematica investono il processo educativo nella sua interezza, e dunque anche l'ambito elementare e pre-scolare.

Influenzati dalla pedagogia positivistica italiana, ed anche dai lavori di J.F. Herbart e H.G. Wells, Cesare Burali-Forti e Angelo Ramorino attribuiscono ad esempio grande importanza alle indicazioni metodologiche poste a corredo dei loro testi di aritmetica per gli allievi delle Scuole Normali (1898).

Nel 1924, Peano stesso si inserisce nel dibattito sui manuali per la scuola elementare, suscitato dalla relazione ministeriale sui libri di testo curata da G. Lombardo-Radice e M. Cipolla, pubblicando due articoli e il volume di *Giochi matematici e problemi interessanti*.

Non mancano peraltro i collaboratori di Peano che si impegnano nella redazione di libri di aritmetica e di geometria per i più piccoli, dimostrando una sensibilità per la formazione matematica 'ingenua', all'epoca ancora insolita in Italia.

A questo proposito, di assoluta modernità appaiono le riflessioni di Rodolfo Bettazzi nel volume *Il fanciullo e la matematica* (1939), laddove si sottolinea l'importanza dell'approccio alla matematica nell'età prescolare, l'apporto dei genitori nel guidare alla scoperta del mondo matematico, l'utilità della collaborazione fra maestri, pedagogisti e famiglie attraverso incontri e seminari periodici e i pregi dell'aiuto domestico, volto non solo a 'correggere', ma soprattutto a 'interessare' il bambino, attraverso un costante 'dialogo' matematico e grazie ad ausili come i pallottolieri, i dischetti colorati, i modellini geometrici, ecc.

Agli insegnanti delle scuole primarie, agli alunni dei corsi normali e froebeliani, oltre che ai genitori, è anche indirizzata la traduzione del testo dei coniugi G. Chisholm – W. Young, *Geometria per i piccoli*, curata nel 1911 dalla collaboratrice di Peano, Luisa Viriglio (1879-1955), dietro suggerimento di Corrado Segre. La geometria degli origami e dei chirigami e l'uso di illustrazioni e disegni sono qui sfruttati abilmente per far nascere nel bimbo il "senso" geometrico e per indurlo a una visione globale dei problemi matematici, senza creare pseudo-intuizioni e automatismi. L'obiettivo è, in sostanza, quello di 'saper vedere' la matematica, prima ancora di 'saperla fare', nel senso di manipolazione di formule, algoritmi, principi e teorie.

Oltre che sul versante della riflessione teorica, gli allievi della Scuola di Peano intendono agire su quello della circolazione delle informazioni sui temi educativi, nel senso più ampio del termine. A questo proposito, un'esperienza particolarmente interessante è quella della rivista *Schola et Vita*.

Rivolta soprattutto ai maestri di scuola elementare, essa è fondata a Milano dal socialista Nicola Mastropaolo, con la collaborazione di Peano, ed appare fra il 1926 e il 1939. Sulle sue pagine trovano ospitalità recensioni di libri di testo, annunci e resoconti di congressi didattici, notizie sugli ordinamenti scolastici, sulla formazione degli insegnanti e sulle strutture a supporto dell'attività didattica nei vari paesi del mondo.

Non si tratta di un giornale di 'pedagogia della matematica' in senso stretto, bensì di una rivista di informazione internazionale, redatta in *latino sine flexione*, sulla 'pedagogia generale', declinata nelle varie forme dell'epoca: comparativa, sociale (scuole rurali, per lavoratori , ecc.), ludica, rivolta agli adulti, alle famiglie e persino 'pedagogia speciale', con numerosi interventi sull'educazione e il recupero dei soggetti 'anormali', tanto più significativi, se si pensa che apparivano in un contesto permeato dagli echi delle teorie lombrosiane e dai miti eugenetici.

Schola et Vita dà soprattutto la misura dell'ampiezza delle letture e della cultura pedagogica dell'*entourage* di Peano, che comprendeva autori come J.F. Herbart, H.G. Wells, J. Pestalozzi, M. Montessori, G. Vidari, R. Steiner e R. Baden-Powell.

Nell'ambito di questa comunicazione si intende:

- delineare i meriti e i limiti della riflessione sulla pedagogia della matematica maturata nella Scuola di Peano, inserendola nel contesto dell'epoca e valutando il retaggio che essa ha lasciato a livello nazionale e internazionale;
- descrivere la 'vita' e le caratteristiche di *Schola et Vita* sottolineando il ruolo giocato da Peano nella gestione di questo periodico, sia dal punto di vista scientifico sia da quello editoriale;

- valutare la diffusione di *Schola et Vita* in Italia e all'estero, nei canali didattici e linguistici, interrogandosi sul ruolo che essa ebbe nell'ambito della stampa pedagogica e sul pubblico di lettori cui era diretta.

La ricerca sarà condotta avvalendosi - oltre che delle fonti a stampa - dei documenti inediti conservati nel *Fondo Peano-Mastropaolo*, acquisito dal Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino nel 2008, e di quelli del *Lascito Peano*, custodito nel Centro di Documentazione Territoriale di Cuneo.

Il corposo carteggio di Peano con Mastropaolo, intercorso fra il 1921 e il 1932, e le corrispondenze di Peano con esponenti delle istituzioni internazionali attive sul fronte dell'educazione (*Bureau International d'Education di Ginevra*, *Institut J. J. Rousseau*, *Istituto Internazionale di Cooperazione Intellettuale*, …) e con membri dei comitati di riviste pedagogiche analoghe a *Schola et Vita* (*Juneco*, *Parametr*, *L'educazione del popolo* …) permetteranno di desumere una ricca serie di informazioni sulla rete di relazioni che si intrecciarono intorno alla redazione del periodico milanese e sulla composizione cosmopolita del suo comitato editoriale, oltre che sull'attività e sugli interessi scientifici e culturali di Peano negli ultimi anni della sua vita.

Bibliografia

Schola et Vita, Milano, 1926-1939, 38 volumi.

Chiosso G. (a cura di), *La stampa pedagogica e scolastica in Italia*, Brescia, ed. La Scuola, 1997.

Luciano E., *Aritmetica e Storia nei libri di testo della scuola di Peano*, in L. Giacardi (a cura di), *La matematica nella scuola italiana da metà '800 a fine '900: problemi, metodi, libri di testo e riforme*, Livorno, Pubblicazioni del Centro Studi Enriques 6, Agorà, 2006, pp. 269-303.

Luciano E., *Mathematics Textbooks for Schools (1898-1939): The cultural proposal of the School of Giuseppe Peano*, Poster presentato alla 6th European Summer University on the history and epistemology in mathematics education, Vienna, 19-23.7.2010, *Abstracts*, p. 65.

Luciano E., Roero C.S., *Cronologia della vita e degli Scritti di Giuseppe Peano*, Torino, Dipartimento di Matematica, 2008.

Ostenc M., *L'éducation en Italie pendant le Fascisme: Bilan et perspectives de recherches, Histoire de l'éducation*, 30, 1986, pp. 13-27.

Pasini E. (a cura di), *Il carteggio tra Giuseppe Peano e Nicola Mastropaolo*, in C.S. Roero (a cura di), *Le Riviste di Giuseppe Peano*, Torino, Dipartimento di Matematica , cd-rom n. 4, 2008.

Roero C.S. (a cura di), *Peano e la sua Scuola fra matematica, logica e interlingua. Atti del Congresso internazionale di Studi* (Torino 6-7 ott. 2008), Centro di Studi per la Storia dell'Università di Torino, Studi e Fonti XVI, Torino, Dep. Sub. Storia Patria, 2010.

Tommasi T., *I socialisti italiani e la scuola (1892-1925)*, Paedagogica Historica, International Journal of the History of Education, 18, 1, 1978, pp. 129-147.

Tra teoria e pratica: Boscovich e il moto delle acque

MARIA GIULIA LUGARESI
(Università di Ferrara)
giuli.lugaresi@gmail.com

Le opere di argomento astronomico e ottico furono raccolte da Ruggiero Giuseppe Boscovich (1711-1787) e pubblicate a Bassano nel 1785. Egli avrebbe voluto dare una sistemazione organica anche alla propria produzione in materia di idraulica, ma la morte sopraggiunse prima che il progetto potesse essere realizzato.

Le memorie idrauliche di Boscovich coprono un periodo di circa 30 anni, dal 1751, anno della prima consulenza relativa alla foce del Tevere a Fiumicino, fino al 1782, anno di uscita dell'opera *Riflessioni sulla relazione del sig. ab. Ximenes*, inserita nel *Piano di operazioni idrauliche per ottenere la massima depressione del Lago di Sesto, o sia di Bientina* (Lucca, presso Francesco Bonsignori). Durante questo arco di tempo Boscovich fu consultato molte volte in merito a questioni di idraulica pratica: fu autore di relazioni sui danni causati dal Tevere a Fiumicino, sulla regolazione di alcuni fiumi (Po, Adige) e torrenti (Caina, Nistore), su alcuni porti (Magnavacca, Rimini, Savona), sulla bonifica di vaste zone paludose (Bientina, Paludi Pontine).

Gli interventi più significativi riguardano la sistemazione di porti situati alla foce di un fiume. Durante il suo viaggio nei territori dello Stato Pontificio Boscovich ebbe modo di visitare personalmente alcuni importanti porti della costa adriatica e di constatare che molti di questi erano posti in prossimità della foce di un fiume. Vengono citati i porti di Senigallia, Pesaro e Rimini, tutti costruiti nelle vicinanze della foce di un fiume, rispettivamente i fiumi Misa, Foglia e Marecchia. Si tratta in tutti i casi di fiumi a carattere torrentizio, ossia corsi d'acqua che si caratterizzano per le grandi quantità di materiali (sassi, arene, ghiaia) che trasportano e che tendono a depositarsi in prossimità della foce, ostruendo l'accesso alla bocca del porto e causando spesso allagamenti

Per quanto riguarda il fondamento teorico su cui poggia la teoria idraulica di Boscovich, osserviamo che i tentativi fatti fino a quel momento per descrivere il moto delle acque mediante equazioni matematiche e leggi fisiche si rivelarono del tutto inadeguati, compresi i lavori dei Bernoulli e di Eulero. I riferimenti espliciti in Boscovich riguardano opere tecniche: l'*Architecture hydraulique* (1737-1739) di Bernard Forest de Bélidor, il *Traite élémentaire d'hydrodynamique* (1771) di Charles Bossut e soprattutto l'*Idrostatica* (Milano, 1765) di Giovanni Antonio Lecchi.

L'*Idrostatica* di Lecchi costituisce un punto di riferimento per la scienza idraulica in Italia durante il XVIII secolo; Boscovich collaborò alla sua stesura con una lettera indirizzata all'autore, nella quale vengono esposti principi e regole per la misura delle acque, quelle uscenti dai vasi e quelle correnti nei fiumi. Per le acque uscenti dai vasi Boscovich assunse per valido che la velocità fosse proporzionale alla radice quadrata dell'altezza (in analogia con Torricelli e con le conclusioni a cui era giunto anche Lecchi). Per le acque correnti negli alvei dei fiumi, non esistendo una regola generale sicura a cui si potessero ricondurre le velocità, si dovevano adottare misure attuali ricavate da osservazioni pratiche, applicate a singoli casi. Boscovich, quindi, per quanto fosse sostenitore del calcolo per garantire la validità delle teorie, si trovò smentito nel trattare la scienza delle acque poiché in essa a poco servivano l'algebra e la geometria. Solo un'attenta osservazione ed una paziente esperienza pratica potevano essere d'aiuto.

Tra i più significativi interventi di Boscovich va segnalato lo studio di numerosi porti italiani. Questi, trovandosi tutti in prossimità della foce di un fiume, erano in pessime condizioni. I fiumi infatti, soprattutto quelli a carattere torrentizio, per loro natura trasportano sempre grande quantità di materiali. In prossimità della foce la minor pendenza contribuiva a rallentare la corrente del fiume e quindi a facilitare la deposizione di questi materiali che formavano le cosiddette aggestioni (accumulo di materie). Si trovavano in questa situazione i porti di Magnavacca (l'attuale Porto Garibaldi), Rimini, Savona. Partendo dal presupposto che non era possibile rimuovere completamente le cause dei mali, si cercava di volta in volta di rimediare ai loro cattivi effetti.

Il porto di Rimini, sorto su un ramo deltizio del fiume Marecchia (fiume a carattere torrentizio), visse nel corso del XVIII secolo un periodo di degrado. Durante le piene del fiume, i ripari previsti (i cosiddetti moli guardiani) si rivelarono inefficaci. Secondo Boscovich l'unico modo per avere un porto buono e stabile era deviare il corso del Marecchia in modo che non entrasse più nel porto oppure spostare il porto in un altro sito più adatto. I suggerimenti da lui forniti si rivelarono efficaci, ma furono attuati solo nella prima metà del XX secolo con l'elaborazione di un piano per la deviazione del Marecchia.

La bonifica di vaste zone paludose costituisce un altro significativo tipo di intervento, per cui fu richiesta la consulenza di Boscovich. Si tratta delle memorie relative alle Paludi

Pontine, nel Lazio, e al lago di Bientina, in Toscana. Questa seconda memoria, redatta da Boscovich nel 1781, costituiva l'esame di un progetto di risanamento presentato da Leonardo Ximenes. Tale progetto consisteva nella creazione di un nuovo canale, che partisse dal fondo del lago di Bientina e, attraversando la pianura tra Lucca e il canale Ozzeri, in parte aperto e in parte sotterraneo, passasse sotto il Serchio. Il canale avrebbe poi consentito, attraverso un traforo nel monte Balbano di scaricare le acque nel lago di Massaciuccoli; da qui queste sarebbero state portate, per mezzo di canali già esistenti, alla foce di Viareggio.

I manoscritti di Boscovich sono conservati presso la Bancroft Library dell'Università della California, a Berkeley. È in corso un'Edizione Nazionale delle Opere e della Corrispondenza di R. G. Boscovich su CD-Rom.

Bibliografia

Bursill-Hall P. (a cura di) 1993, *R. J. Boscovich. Vita e attività scientifica. His life and scientific work*, Roma, Treccani.

Paoli G. 1988, *Ruggiero Giuseppe Boscovich nella scienza e nella storia del '700*, Roma, Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL.

Proverbio E. (a cura di) 2004, *Nuovo Catalogo della Corrispondenza di Ruggiero Giuseppe Boscovich,* con la collaborazione di Letizia Buffoni*,* Roma Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL.

Proverbio E. (a cura di) 2007, *Catalogo delle opere a stampa di Ruggiero Giuseppe Boscovich*, Roma, Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL.

L'entelechia nella matematica greca

SILVIO MARACCHIA
(Roma)
silvio_maracchia@libero.it

La matematica greca, grazie anche alle analisi di Aristotele, tra l'infinito potenziale e quello attuale, ha sempre privilegiato il primo. Nella presente comunicazione non si intende contraddire la consistenza di questa scelta, ma esaminare in quali circostanze l'infinito attuale, l'entelechia, è stato comunque considerato nell'antica matematica greca.

In matematica l'infinito si è raggiunto non tanto dal numero suscettibile di essere aumentabile, troppo connesso inizialmente alla sua corrispondenza con la numerosità degli oggetti, e neppure dalla possibile suddivisibilità di un oggetto materiale data la supposizione di elementi ultimi indivisibili ("monadi, atomi")[17]. Anche nelle prime rappresentazioni geometriche di linee e di figure, il processo di suddivisione aveva un termine nel punto "senza parti" secondo l'antica concezione pitagorica ripresa da Euclide anche nella sua mutata concezione razionale.

A nostro avviso, è stata la scoperta dell'esistenza di coppie di grandezze incommensurabili ad imporre la presenza dell'infinito anche nel finito![18]

Notiamo però che la presenza di un segmento nella geometria razionale rappresenta un infinito in sé attuale mentre la sua indebita suddivisibilità è un esempio di infinità potenziale.

[17] In quest'ottica, la possibilità dei numeri razionali di essere dimezzati raddoppiandone il denominatore non aveva un procedimento indefinito, senza un sostegno materiale, alla stessa stregua dell'aumento dei numeri naturali.

[18] Chi parla, ad esempio, di principi infiniti (e non illimitati) è Anassagora (500-430 a. C. circa), secondo la testimonianza di Simplicio (*Fis.* 27, 2; citazione tratta da *Anassagora, Testimonianze e Frammenti* a cura di D. Lanza, La Nuova Italia, 1966, pp. 46-47): «Anassagora per primo trasformò la dottrina dei principi (…) ponendo i principi infiniti e materiali».

Ricordiamo a questo proposito i triangoli o i segmenti di parabola e altro, "riempiti" da Archimede con infiniti segmenti[19]. Ritorneremo in seguito su questa affermazione.

La consapevolezza che i matematici greci ebbero per entrambi i tipi di infinito la si può dedurre dalle analisi di Aristotele che affronta l'argomento essenzialmente nel libro III della *Fi*sica[20].

"Vi è poi qualcosa di esclusivamente in atto (entelechia) e quello in potenza e in atto, e questo sia nella quantità che nella qualità e similmente nelle altre categorie dell'essere" (200 b 16-18). Poco dopo (201 a 19-23): "d'altronde alcune cose sono in potenza e in atto ma non insieme e non secondo lo stesso rapporto".

Aristotele dichiara inoltre che il problema dell'infinito deve essere comunque affrontato (202 b 30-36): "Poiché la scienza della natura studia le grandezze, il movimento e il tempo ciascuna di queste cose deve essere necessariamente o infinita o limitata quando anche accade che non ogni cosa sottostà a questa alternativa di essere infinita o limitata, come ad esempio una affezione o un punto (poiché queste cose non sono necessariamente l'una o l'altra), sembra conveniente per chi si occupa della natura, esaminare il problema dell'infinito, se è o non è e, se è, che cosa è." Cosicché, poco dopo (204 a 28-29), Aristotele afferma esplicitamente: "ma è impossibile che l'infinito sia in atto"; lo stesso numero, prosegue, può essere in potenza ma non in atto e quest'ultimo, inoltre, può essere un attributo ma mai una sostanza. Ma anche nel passo successivo (207 b, 11-12) ribadisce: "In quanto [il numero] è in potenza ma non in atto".

Con questi giudizi, giustificati dalle sue analisi, Aristotele influì sulla matematica greca. È però significativo che si parli comunque dell'infinito in atto anche se per escluderlo.[21].

Osserviamo, poi, che anche Platone più volte parla di "finito" e "infinito" (ad es. *Parmenide* (143 d-144 a). Scrive poi nel *Filebo* (23 c): "Non diciamo che il dio abbia rivelato l'infinito e il finito nelle cose che esistono? Perfettamente!".

Nello stesso Euclide, che appare seguire le conclusioni esplicite di Aristotele specialmente attraverso i suoi postulati, si possono intravedere motivi legati all'infinito in atto. Sarà questa la parte maggiormente sviluppata nella relazione che qui possiamo solo accennare[22].

Ricordiamo intanto che nel suo secondo postulato Euclide stabilisce la proprietà secondo la quale "una retta terminata si possa prolungare indefinitamente in linea retta" cioè la si possa prolungare tanto quanto può servire. Nella definizione XIV del primo libro, Euclide definisce inoltre che la "Figura è ciò che è compreso da uno o più termini." Siamo dunque in presenza di un infinito potenziale.[23]

---

[19] Cfr. E. Rufini, *Il "Metodo" di Archimede e le origini dell'Analisi infinitesimale nell'Atichità* (Stock, Roma, 1926) pp. 112 sgg. Notiamo che C. Boyer (*Storia del Calcolo*, Milano, Mondatori, 2007, p. 52) non è del tutto d'accordo su questo implicito infinito in atto che invece convince R. Netz e W. Noel (*Il codice perduto di Archimede,* Milano, Rizzoli, 2007 pp. 282 passim).

[20] Aristotele affronta l'infinito anche in *Metafisica,* XI; 9,10, capitoli che possono essere considerati estratti proprio dal libro III della *Fisica.*

[21] Si noti che tra i cinque modi, descritti da Aristotele, cui l'infinito può presentarsi (il tempo; la divisione di grandezze, anche matematiche; la possibilità del divenire che non si esaurisce; la possibilità di una tendenza ad un limite sono i primi quattro) vi è anche la sensazione dell'infinito nel nostro pensiero cosicché anche il numero e altre grandezze appaiono infinite (203 b 15 sgg). Questa sensazione psicologica riconosciuta da Aristotele appare significativa come sensazione, a nostro parere, proprio di un infinito in atto. C'è da dire però che al termine del libro terzo (208 a, 14 sgg.) Aristotele afferma piuttosto perentoriamente che «è fuori posto prestar fede al pensiero» nel senso che, come esemplifica subito dopo, pensare ad qualcosa non vuol dire che questo qualcosa esista; cfr. V. Vita, *L'infinito matematico in Aristotele,* Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche,VI, 1986, fasc. 2. p. 123.

[22] Gli storici della matematica non sono d'accordo se la famosa dimostrazione (IX, 20) in cui Euclide dimostra che dato un numero finito di numeri primi ve n'è almeno un altro che non appartiene ad essi, indichi un infinito potenziale di tali numeri, oppure, come penso anch'io, la consapevolezza della loro infinità in atto.

[23] Nella disuguaglianza stabilita da Euclide (def. XI e XI del primo libro degli *Elementi*) tra gli angoli ottuso e acuto rispetto ad un angolo retto, Enriques fa notare che il matematico greco esclude implicitamente la

Ma è proprio così? Se si esaminano i vocaboli usati da Euclide si può avanzare la fondata ipotesi che quel "continuamente" che traduce "katà to sunechès" possa rendersi con "*secondo la continuità*"[24] Come dire che la "retta terminata" possa proseguire "senza buchi". Si ammette per la retta (e non solo, penso, per la parte da prolungare) la continuità collegata a sua volta con la incommensurabilità. Un segmento, pertanto, rappresenta, come già detto, una infinità in atto relativamente agli infiniti punti che lo costituiscono.

In altre circostanze, allorché si considera curva di cui è possibile costruire, con riga e compasso, infiniti suoi punti, ma non tutti e in mancanza di una esplicita ammissione di continuità che potesse riempire, per dir così, i suoi infiniti buchi, tale curva non viene considerata costruibile nella sua interezza (scil. continuità). Questo accadde, ad esempio, per la famosa curva di Ippia di Elide atta a dividere, una volta considerata, un angolo qualsiasi in tre parti uguali.[25]

Ad ogni modo, anche se talvolta Aristotele considera la possibilità dell'infinito in atto, esso è comunque un attributo e non una sostanza "non è possibile - aveva già affermato (ivi 204 a 8-9) - che l'infinito sia separabile dalle cose sensibili e che esso sia infinito come cosa in sé". L'infinito per Aristotele è un procedimento che, aveva detto: "si manifesta per prima cosa nel continuo".

Si potrebbe dire che pur respingendo Aristotele l'infinito in atto (al contrario di altri filosofi) questo infinito lo ritrova, comunque, al principio o al termine di un processo di divisione o di accrescimento.[26]

A conclusione, possiamo anche ricordare il passo di Aristotele (ivi 203 b 30-32) assai significativo, a nostro parere, secondo il quale sia ad accettare l'infinito e sia a negarlo si cade comunque in aporie: "Sulla teoria dell'illimitato si cade poi in un'aporia e ciò sia a considerarlo esistente o no".

Notiamo che Cantor esprimerà una considerazione assai acuta e convincente che sembra concludere quanto abbiamo espresso sul segmento come grandezza in sé e sull'infinito in generale: "… l'infinito potenziale ha solo una realtà presa a prestito, dato che un concetto di infinito potenziale rimanda sempre ad un concetto di infinito attuale che lo precede logicamente e ne garantisce l'esistenza".[27] Così "dall'atto viene la potenza" osserva Aristotele (*Metafisica IX,* 1051 a 31).

Aristotele, nell'ottavo ed ultimo paragrafo del terzo libro della *Fisica*, sembra quasi rispondere a Cantor ed obiettare ad una tale argomentazione: "Né infatti il processo

considerazione di figure illimitate e ricorda che, fatte eccezioni per Anassimandro e Democrito, il considerare un mondo finito è un'esigenza razionale per Platone, Aristotele e Parmenide (cfr. *Gli Elementi di Euclide la critica antica e moderna*, Roma, Stock, 1925, po. 35-36).

[24] Fabio Acerbi nel suo *Euclide. Tutte le opere* (Bompiani, 2007, p 781) traduce, in questa interpretazione: «*senza soluzione di continuità*».

[25] La curva di Ippia è detta appunto "trisettrice" essendo nata per consentire la trisezione di un qualsiasi angolo, sebbene essa sia in grado di consentire la suddivisione di un qualsiasi angolo in parti purchè questa suddivisione la si sappia fare per un segmento. Tale curva si suole indicare come "curva di Ippia e Dinostrato" dato che essa fu usata da quest'ultimo anche per la quadratura di un qualsiasi cerchio.

[26] Thomas Heath fa una lunga esposizione dei passi di Aristotele tratti dalla *Fisica* e relativi all'infinito (pagine 102-113 della sua *Mathematics in Aristotle*). Ebbene, dopo il testo del brano 206 b 33- 207 a 2 (p. 107) («In verità, capita che l'infinito sia proprio il contrario di quel che si dice: Difatti l'infinito non è ciò di cui al di fuori non c'è nulla, ma ciò di cui al di fuori c'è sempre qualcosa»), Heath commenta: «La dichiarazione di Aristotele della sua opinione sull'infinito è di grande interesse dal punto di vista della matematica in riferimento specialmente ai paradossi di Zenone (e Democrito), all'assioma di Archimede e al metodo di esaustione di Eudosso e non è un pretesto per includere citazioni di tali estensioni.». Rinviamo anche al nostro *Aristotele e l'incommensurabilità* (Archive for History of Exact Sciences, 21, 1980, pp. 201-228). Così C. Boyer (*Storia del Calcolo*, Mondatori, 207, p. 43), commenta alcuni significativi brani di Aristotele (207 b).

[27] Abbiamo preso questa citazione da *La mente e l'infinito* di Rudy Rucker (Padova, Muzzio, 1991, p.4) che a sua volta rinvia all'opera di G. Cantor, *Gesammelte Abhandlungen*, Springer, Berlin, 1932, p. 404.

generativo inesauribile esige l'esistenza di un corpo sensibile che sia infinito in atto; poiché è possibile che l'annullamento di una cosa sia la generazione di un'altra" (208 a 8-11).

Non si tratta della scala di "infiniti" creata da Cantor, ma il brano di Aristotele è comunque sorprendente e significativo. A mio parere.

Ricerca e didattica di Giovanni Melzi a Brescia

FABIO MERCANTI
(Politecnico di Milano)
fabio.mercanti@polimi.it

Nato a Milano il 13 agosto 1931, Giovanni Melzi ivi si laureò in Matematica con Oscar Chisini su un argomento di Geometria algebrica. Dal 1954 fu assistente di Carlo Felice Manara alla cattedra di Geometria prima a Modena, poi a Pavia e a Milano. Dal 1967, vinto il concorso alla cattedra di geometria, insegnò a lungo alla Facoltà di Scienze dell'Università di Milano (Geometria), poi all'Università Cattolica nella sede di Brescia (Algebra, Logica e Istituzioni di Geometria superiore) e in quella di Milano (Matematica generale). Giovanni Melzi morì a Treviglio (Bergamo) il 31 maggio 1992.

Dalla sua produzione scientifica emerge l'immagine di una personalità decisamente complessa, ricca di interessi scientifici, didattici, musicali e culturali in generale. In linea di massima le sue ricerche si sono sviluppate in più direzioni, talvolta contemporaneamente e intersecate tra loro.

Si dedicò alla Geometria (1954-70 circa), raggiungendo risultati particolarmente significativi nella Geometria differenziale in grande (per esempio nella caratterizzazione integrale di ipersfere negli iperspazi euclidei e in iperspazi a curvatura costante, nello studio dei fasci di fibre vettoriali e tensoriali tangenti a una varietà differenziabile).

Ebbe anche, come essenziali centri di interesse, la divulgazione scientifica e gli studi epistemologici (1967-82 circa). Di questo periodo fu anche l'intensa partecipazione di Melzi alle attività della Mathesis, in particolare a quelle della sezione di Brescia. Partecipò con assiduità alla vita dell'associazione pubblicando alcuni articoli sul *Periodico di matematiche* e intervenendo con regolarità ai Congressi nazionali, ove proferì diverse relazioni inaugurali.

Ma il contributo che Melzi riteneva il più importante (1975-89 circa) riguardò lo studio di una assiomatica dell'apparato nervoso e dell'attività nervosa superiore, studio che si sviluppò in particolare nell'ambito del Seminario matematico di Brescia. Formulò il concetto di Neuromacchina, generalizzato in quello di Semiautoma prima e poi di Sistema digitale multicanale (si vedano *I supporti fisici dell'inferenza formale*, *Logica formale e attività nervosa superiore*, *Il problema fondamentale della teoria dei neuromodelli*, *Per una assiomatica dell'apparato nervoso*, *Una definizione assiomatica del concetto di neuromacchina*, *Sulla definizione di semiautoma*).

Nell'ultimo periodo della sua vita (1982-92) stava lavorando, fino a poche settimane dalla scomparsa, all'idea di poter usare i Sistemi digitali multicanale per lo studio delle proprietà dei messaggi trasmessi da una fonte ergodica di informazione e, in particolare, da una sorgente musicale (si vedano a tal proposito *Optical Illusions as an Example of Fuzzy perception* e *A neural Theory of Music and Derived Techniques of Composition*).

Egli stesso, in uno dei suoi inediti ultimi appunti, osservava che "il modello matematico di cui si parla è in realtà un *modello matematico della percezione in generale*, ma le restrizioni inerenti al prescelto caso particolare della percezione *acustica* sembrano ampiamente compensate dalla quantità e qualità dei risultati 'musicali' ottenibili per tale via, apparentemente riduttiva".

Bibliografia

Manara C. F., *Commemorazione di Giovanni Melzi tenuta il giorno 8 ottobre 1992 presso l'Istituto Lombar-do, Accademia di Scienze e Lettere*, in *Scritti in onore di Giovanni Melzi*, Vita e Pensiero, Milano, 1994, pp. 3-8.

Melzi G., *Fasci di fibre, fasci multipli e problemi di geometria differenziale in grande*, Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, vol. XXXIX, 1969, pp. 1-36.

Melzi G., *Sistemi dinamici digitali e loro possibili applicazioni,* Ratio Math., 2, 1991, pp. 157-160.

Melzi-Mercanti G., *An algebraic - combinatory Theory of real nervous System*, Rend. Sem. Mat. Brescia, 9, 1988, pp. 107-121.

Mercanti F., Janovitz A., *Un amico della Mathesis: ricordo di Giovanni Melzi*, Atti del Congresso nazionale Mathesis *La matematica tra tradizione e innovazione: un confronto europeo*, Bergamo, 2002, pp. 271-276.

Iacopo da San Cassiano, Francesco dal Borgo e Piero della Francesca: testo e disegni nella tradizione di Archimede nel Rinascimento

PIER DANIELE NAPOLITANI
(Università di Pisa)
napolitani@dm.unipi.it

Verso il 1452 Iacopo da San Cassiano traduce il corpus degli scritti archimedei. Il suo autografo, pochi anni dopo era nelle mani di Francesco dal Borgo, architetto di San Sepolcro e del suo parente Piero della Francesca. Entrambi ne trassero copia, ricostruendo le figure di Iacopo in modo da correggerne gli errori basandosi sulla lettura del testo archimedeo. Il lavoro di Piero e di Francesco è forse la prima testimonianza dello studio di Archimede nel Quattrocento.

Bibliografia

Banker J.R., *A Manuscripts of the Works of Archimedes in the Hand of Piero della Francesca*, The Burlington Magazine, CXLVII, March, 2005, pp. 165-69.

Clagett M., *Archimedes in the Middle Age*, vol. III, Philadelphia, The American Philosophical Society, 1978.

de' Rosmini C., *Idea dell'ottimo precettore nella vita e disciplina di Vittorino da Feltre e de' suoi discepoli,* Bassano, 1801.

Frommel Ch.L., *Francesco del Borgo: Architekt Pius' II. und Pauls II.*, I. *Der Petersplatz und weitere römische Bauten Pius'* II. *Piccolomini*, Röm. Jahrb. für Kunstgeschichte, XX, 1983, pp. 108-21 e II. *Palazzo Venezia, Palazzetto Venezia und San Marco,* ivi, XXI, 1984, pp. 73-164.

Netz R. (a cura di) *The Works of Archimedes: The two books On the sphere and the cylinder,* Cambridge University Press, 2004.

Rose P.L., *Humanist Culture and Renassaince Mathematics. The Italian Libraries of the 'Quattrocento'*, Studies in the Renaissance, XX, 1975, pp. 46-105.

Rose P.L., *The Italian Renaissance of Mathematics. Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo*, Geneve, Droz, 1975.

L'insegnamento della matematica e delle scienze nel carteggio Vailati – Schiaparelli

MARIA PAOLA NEGRI
(I.T.I.S. J.Torriani – Cremona)
dirigentescolastico@itistorriani.it

"Vorrei occuparmi delle classificazioni reali delle scienze che trovano concreta attuazione nella distribuzione effettiva, professionale e didattica delle conoscenze". Così il filosofo e matematico Giovanni Vailati scriveva all'astronomo Giovanni Schiaparelli il 4 agosto 1899.

Oggi, a più di un secolo di distanza da quella dichiarazione d'intenti, volendo ricostruire le coordinate storico-epistemologiche che hanno guidato le ricerche vailatiane sull'insegnamento della matematica, è parso opportuno seguire il filo conduttore che lo stesso cremasco aveva con chiarezza delineato per il proprio lavoro. Quali furono. dunque, i paradigmi epistemologici della riflessione vailatiana? In quali ambiti si svilupparono le sue indagini metodologiche sull'insegnamento della matematica e delle scienze? E ancor più, quali contributi, a tutt'oggi innovativi per il lavoro didattico, sono rintracciabili negli esiti delle riflessioni dei due studiosi? Una attenta lettura di questa missiva a Schiaparelli come pure la disamina della risposta dell'astronomo, studioso di Cantor, datata 11 agosto dello stesso anno, offrono preziose indicazioni sull'impianto generale della matematica, delle scienze e del loro insegnamento alla fine dell'Ottocento.

Questioni di metodo

L'affermazione di Peirce "Ignorance and error can only be conceived as a real knowledge of truth" sembra aver guidato Vailati e Schiaparelli nelle loro ricerche. In particolare, Vailati sottolinea come, in passato, alla logica sia stato attribuito un ruolo marginale. Al contrario, addentrandosi nella funzione didattica della analisi della natura gnoseologica dell'errore in matematica e nelle scienze, Vailati ribadisce come un'asserzione erronea, un ragionamento inconcludente di uno scienziato del passato possono essere tanto degni di considerazione quanto una scoperta o un'intuizione geniale dei tempi più recenti. La storia di ogni disciplina scientifica induce, infatti, lo studente a constatare personalmente la funzione euristica dell'errore.

La Storia della Matematica e delle Scienze nei percorsi didattici

Nel 1905 Vailati partecipa in qualità di membro effettivo ai lavori della Commissione Reale, insediata dall'allora Ministro della Pubblica Istruzione Leonardo Bianchi. In questi incontri, il filosofo ha modo di interrogarsi e confrontarsi con i colleghi sui principali problemi che investivano all'epoca la scuola italiana. Tra i tanti nodi problematici da sciogliere uno sembra essere particolarmente urgente: l'innovazione dell'insegnamento della matematica e delle scienze in un clima culturale che conserva la separazione tra gli ambiti umanistici e quelli scientifici. La possibile soluzione di questo problema è individuata da Vailati in un efficace rinnovamento della didattica della matematica e delle scienze, applicando quello che chiama il " metodo euristico ", "… quel metodo cioè d'esposizione e d'insegnamento attraverso il quale l'allievo arriva ad impossessarsi delle cognizioni che costituiscono un dato ramo di scienza passando attraverso le considerazioni che hanno guidato quelli che sono giunti ad esse per la prima volta". Tale metodo, puntualizza Vailati, presenta indiscutibili vantaggi rispetto al tradizionale modo d'esposizione, diremmo oggi tipico della lezione frontale, che descrive l'oggetto di studio sotto la forma logicamente migliore per chi, come l'insegnante, già conosce quell'argomento ed è in grado di sistematizzarlo. Ben diversa è però la situazione dello studente che deve affrontare quell'argomento per la prima volta. Questa attenzione di Vailati e Schiaparelli all'apprendimento significativo della matematica e delle scienze è parsa ancora oggi, anno 2010, ma anche primo anno scolastico per il nuovo indirizzo liceale delle "scienze applicate", molto attuale.

Bibliografia

Agazzi E., Palladino D., *Le geometrie non-euclideee i fondamenti della geometria da un punto di vista elementare*, Brescia, La Scuola, 1998.

Borga M., Palladino D., *Oltre il mito della crisi . Fondamenti e filosofia della matematica nel XX secolo*, Brescia, La Scuola, 1997.

Devlin K., *La lettera di Pascal*, Milano, Rizzoli, 2008.

Heiberg L., Zeuthen H. G. (a cura di), *P. Tannery ,Memoires scientifiques*, Paris, Gauthier-Villars, 1943, pp. 538-542.

Negri M.P., *Annibale Pastore, allievo di Peano, istanze e limiti della logica del potenziamento*, Bollettino della Società Filosofica italiana, n. 128, settembre-dicembre 1986, Roma, Ed. S.F.I..
Negri M.P., *Giovanni Vailati , la storia della scienza nei percorsi didattici,* in “Nuova Secondaria”, Brescia, La Scuola, 15 aprile 1999, n° 8.
Negri M.P., *La Storia delle Scienze nelle ricerche di Giovanni Vailati*, in M. De Zan (a cura di), *I mondi di carta di Giovanni Vailati*, Milano, Franco Angeli, 2000.
Negri M.P., *Il carteggio inedito Vailati – Schiaparelli*, Bollettino del Centro studi Vailati, Crema, n° 1, 2001.
Negri M.P., *La dimensione filosofica e storica nell'apprendimento della matematica*, in L. Bazzini, *Matematica e scuola, facciamo il punto*, Milano, F. Angeli, 2002.
Peirce Ch., *Collected Papers*, Cambridge, C. Hartshornee P. Wess, 1934, 5, 255.
Pizzamiglio P., *Guida alla Storia della scienza*, Brescia, Morcelliana, 2001.
Pizzamiglio P., *Matematica e storia*, Brescia, Editrice La Scuola, 2002.
Schiaparelli G.V., *Cenno dei recenti studi del dott. Cantor sulla storia dell'Agrimensura*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, Milano, s. II , vol. IX, 1876.
Vailati G., *Epistolario*, a cura di G. Lanaro, Torino, Einaudi, 1971.
Vailati G., *Scritti* , a cura di M. Quaranta, Bologna, Forni, 1987.
Vailati G., *Carteggio Vailati - Favaro*, Pisa, Domus Galileiana, Lettera n° 5111.

Lettere di matematici napoletani a Betti e a Cremona al tempo del Risorgimento d'Italia

NICLA PALLADINO[*]
(Università di Salerno)
nicla.palladino@unina.it

Nel presentare queste corrispondenze epistolari di matematici *napoletani* verso il toscano Enrico Betti e il lombardo Luigi Cremona, si è scelto di scrivere l'aggettivo *napoletani* in corsivo a ragione del fatto che non tutti gli interlocutori, dei quali si sono raccolte le lettere, sono strettamente napoletani o nati nel Regno di Napoli.

Non tutti gli interlocutori sono napoletani, ma tutti hanno a che fare con Napoli, la *capitale* (prima politica poi morale), sede dell'unica Università del Mezzogiorno peninsulare d'Italia, sostanzialmente fino alla Seconda Guerra Mondiale.

Le lettere qui raccolte coprono un periodo di circa quarant'anni: la più lontana nel tempo è una lettera di Giovanni Novi a Betti, del Dicembre 1850, mentre la più recente è quella di Giuseppe Battaglini a Cremona dell'Ottobre 1892.

Il carteggio è stato suddiviso in tredici sezioni: la prima comprende quarantasei lettere di Battaglini a Cremona. A seguire, sono raccolte lettere indirizzate a Betti da parte di De Gasparis, D'Ovidio, Govi, G. Janni (con, in appendice, due lettere di Janni a Camille Jordan), Novi (insieme alla prima sezione, questa costituisce la parte più corposa della raccolta), Padula, E. Pascal, Pinto (con, in appendice, una minuta di lettera di Betti a Leopold Kronecker), Rubini (con, in aggiunta, una minuta di Betti a Rubini), Sannia, Siacci (più una minuta di Betti a Siacci), Trudi.

Le lettere a Cremona sono conservate presso l'*Istituto Mazziniano* di Genova, *Legato Itala Cremona in Cozzolino*, mentre tutte le altre sono conservate presso la Scuola Normale Superiore di Pisa, nel *Fondo Betti*.

Diversi aspetti distintivi caratterizzano l'epistolario, aspetti che vengono naturalmente ad intrecciarsi con la situazione storica e culturale del periodo in cui gli interlocutori vivono ed operano: rilevante è l'amore per le scienze, che si mescola ad un amore incondizionato per le persone di scienza e per l'"Italia", che sembra emergere quale tratto distintivo della personalità di Novi.

[*] In collaborazione con Anna Maria Mercurio, Università di Salerno.

Dalle lettere che egli spedisce a Betti, affiora la sua personalità che permette di delinearlo come uomo dai sentimenti delicati e anche un po' malinconici. Questo suo carattere porta Novi a spronare molto Betti a darsi da fare per la carriera.

Scrive nel Dicembre del 1850: "il mio cuore ha sinceramente gioito nel vedere sorgere un nuovo e distinto ingegno che onorerà questa infelice e travagliata nostra Italia. Continuate, continuate caro Sig. Betti; il cielo secondi i vostri sforzi". O ancora (Aprile 1851): "sembra che il tempo di transizione in cui viviamo e il fosco orizzonte che ci circonda distrae dalle gravi meditazioni gl'intelletti più distinti". E ancora (Giugno 1851): "i vostri rapidi progressi mi cagionano un indicibile contento; per voi in prima, e poscia per questo nostro infelice paese, che povero presentemente di altre glorie, è a desiderare ardentemente che non le venga meno questa ultima [gloria] superstite di patria prediletta degli agili e vivaci intelletti".

Diverse lettere della corrispondenza riguardano il coinvolgimento dei matematici del periodo nella sistemazione e nei grandi cambiamenti che caratterizzarono l'Istruzione pubblica: si parla del progetto di Mossotti "nel fare una sola laurea che deve servire per gl'ingegneri" e del *Regolamento generale delle università del Regno d'Italia* da parte del Ministro della Pubblica Istruzione Matteucci, approvato nel 1862, col quale s'intendeva dare, tra l'altro, un ordinamento unico a tutte le università italiane.

Nella lettera che Battaglini manda a Cremona, il 18 Novembre 1862, si legge: "moltissimi tra gli onorevoli colleghi essendo mossi più da passione che da retto giudizio, si venne nella determinazione di nominare una Commissione, la quale ponesse in vista *le incongruenze, gli attentati alla libertà dell'insegnamento, le violazioni della Legge etc. etc.* che si credevano trovare nel detto Regolamento".

Particolarmente interessante, poi, sembra essere una lettera di Battaglini del Gennaio del 1867, in cui sono molto ben delineati il decorso e le sorti che il *Giornale di Matematiche* sta vivendo ed in cui si fa chiarezza sul vero stato del *Giornale* nei suoi primi anni di vita.

Nel carteggio si parla poi dell'"affare Padula", con cui veniva indicata l'"irregolarità" di Padula nel ricoprire contemporaneamente quattro incarichi ufficiali. Ciò comportava la difficoltà per Battaglini ad ottenere, presso l'Università di Napoli, la cattedra di Meccanica razionale, tenuta, dal 1860, da Padula stesso, volendo il Battaglini cedere quella di Geometria superiore a Cremona, il quale da Bologna si sarebbe volentieri trasferito a Napoli. Nel 1864 Padula perse solo una delle sue cariche e dunque il progetto di Battaglini non andò in porto.

Altri argomenti di particolare rilevanza di cui gli autori delle epistole parlano sono l'"affare Libri", l'insegnamento privato a Napoli, il giro di Cremona quale ispettore delle scuole secondarie, le ricerche in Geometria e in Algebra, le "magagne dei teoremi di Jonquières", il problema della risoluzione delle equazioni algebriche.

Bibliografia

Carbone L., Gatto R., Palladino F., *L'epistolario Cremona-Genocchi (1860-1886). La costituzione di una nuova figura di matematico nell'Italia unificata,* Firenze, Olschki, 2001.

Castellana M., Palladino F. (a cura di) *Giuseppe Battaglini. Raccolta di lettere (1854-1891) di un matematico al tempo del Risorgimento d'Italia*, Bari, Levante Editori, 1996.

Castelnuovo G., *Luigi Cremona nel centenario della nascita. Commemorazione*, Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei, s. VI, vol. XII, 1930.

Palladino N., Mercurio A.M., Palladino F. (a cura di), *Per la costruzione dell'Unità d'Italia. Le corrispondenze epistolari Brioschi-Cremona e Betti-Genocchi*, Firenze, Olschki, 2009.

Palladino N., Mercurio A.M., Palladino F., *Lettere di matematici napoletani a Betti e a Cremona al tempo del Risorgimento d'Italia,* volume in corso di stampa.

Le scuole tecniche in Italia prima dell'Unità nazionale

ELISA PATERGNANI
(Università di Ferrara)
elisa_patergnani@libero.it

La necessità di un'istruzione tecnica scolastica si manifestò in Europa solo agli inizi dell'Ottocento come conseguenza della rivoluzione industriale, che rese necessaria una formazione ben superiore a quella che si poteva acquisire nelle botteghe artigiane con l'apprendistato diretto. In Italia lo sviluppo degli insegnamenti tecnico-scientifici si accentuò a partire dalla fine degli anni trenta dell'Ottocento, in coincidenza col progresso commerciale ed industriale del Paese; da questo momento l'istruzione tecnica fu considerata un elemento essenziale per la crescita economica, culturale e sociale in alcuni stati italiani. Le richieste di questo tipo d'istruzione ebbero toni ed esiti diversi nei vari regni italiani. I risultati più significativi si ebbero nel Regno di Sardegna, nel Lombardo-Veneto e nel Granducato di Toscana dove si costituirono dei gruppi formati da imprenditori, tecnici, economisti che cominciarono ad affrontare concretamente il problema, incoraggiando e sostenendo scuole e istituzioni speciali. Nel Lombardo-Veneto il diffondersi dell'istruzione tecnica fu promosso da Carlo Cattaneo (1801-1869); questi, fedele nella scienza e fiducioso nel progresso tecnologico, sosteneva che per il raggiungimento della libertà e dell'indipendenza sociale fosse necessaria l'istruzione delle masse lavoratrici. Nel *Politecnico*, rivista da lui fondata nel 1839, diede ampio spazio ad argomenti di scienza e di tecnica, visti come strumenti per lo sviluppo e il rinnovamento sociale; sosteneva, infatti, che per il miglioramento economico fosse necessario applicare il lavoro alla scienza e promuovere sia lo studio delle scienze che il perfezionamento dell'industria. Nel 1845 assunse la carica di *Relatore* della *Società di incoraggiamento d'arti e mestieri*, società milanese fondata nel 1838 per iniziativa di un gruppo di commercianti e imprenditori animati da Enrico Mylius con lo scopo di favorire il perfezionamento tecnico-produttivo delle manifatture lombarde attraverso la distribuzione di doni onorifici e d'incoraggiamento e sovvenzioni a titolo gratuito ad artigiani, inventori, capi operai e operatori che si erano distinti per l'introduzione di elementi innovativi nei processi di produzione. Cattaneo diventò ben presto il principale animatore e divulgatore delle iniziative di questo sodalizio. Negli stessi anni, nel Regno di Sardegna Carlo Ignazio Giulio (1803-1859) progettava la prima scuola professionale di Meccanica e di Chimica Applicata alle arti (fondata a Torino il 3 maggio 1845) frequentata da quattrocento operai tra ebanisti, fabbri, tipografi, tornitori e orologiai. Nonostante una lunga e ricca carriera accademica la sua attenzione fu sempre rivolta alle applicazioni della scienza alla vita, per migliorare le condizioni di lavoro degli uomini e per contribuire allo sviluppo della patria. L'aspetto che lo interessava di più e su cui elaborò idee decisamente innovative fu lo stato dell'economia del Paese, infatti, in occasione della *IV Esposizione d'Industria e di Belle Arti al Real Valentino* tenuta a Torino nel 1844, fu incaricato di stendere una relazione in cui delineò con grande chiarezza lo stato economico del Paese e intuì le linee di sviluppo della rivoluzione industriale in Piemonte. Secondo Giulio la strada per rendere competitivo un sistema produttivo era potenziare la ricerca e quindi la qualità dell'istruzione.

Per il Granducato di Toscana va ricordato il pedagogista Enrico Mayer (1802-1877), figlio del tedesco Benedetto Giacomo Mayer e della francese Carolina Masson di Montebelliard, il quale dedicò la sua vita ai problemi relativi all'educazione occupandosi in particolar modo della diffusione degli asili infantili e collaborando all'istituzione di scuole di reciproco insegnamento nel Granducato. Grazie ai suoi viaggi in Europa, come precettore dei figli del duca del Württemberg e di Girolamo Bonaparte, Mayer ebbe modo di conoscere più da vicino le più vitali innovazioni didattiche e metodiche straniere, che poi diffuse largamente nel nostro Paese con i suoi scritti. In particolare nel periodico *Guida dell'Educatore*, diretto dall'abate Raffaello Lambruschini, pubblicò alcune parti di questi scritti, che poi raccolse in un'unica opera intitolata *Frammenti di un viaggio pedagogico*, una sorta di diario di bordo che descriveva i viaggi fatti dall'autore per raccogliere informazioni sull'istruzione nelle nazioni più progredite; l'intera opera fu pubblicata nel 1867 a Firenze. L'autore per i suoi studi si avvalse dell'aiuto di "uomini sapienti", che trovò a capo delle istituzioni pedagogiche nei diversi paesi da lui visitati. Attraverso le descrizioni contenute in questi racconti è possibile risalire alla struttura dei primi istituti nati per la formazione degli operai presso le principali città europee.

Si capisce pertanto come gli insegnamenti matematici fossero al centro dell'istruzione tecnica, così come le lingue antiche lo erano per le scuole classiche. Infatti, diversi manuali furono approntati per gli specifici insegnamenti matematici tra i quali, a cura di C. I. Giulio, una riedizione della *Geometria* di Clairaut. Come per tutti gli insegnamenti matematici i principali riferimenti negli insegnamenti tecnici vanno ricercati in opere della tradizione politecnica francese.

Bibliografia

Abate M., *Carlo Ignazio Giulio*, Studi Piemontesi, Vol. III, 1973, pp. 82-88.

Giacardi L. (a cura di), *Da Casati a Gentile. Momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia*, Lugano, Lumières Internationales, 2006.

Giulio C.I., *Giudizio della regia camera di agricoltura e di commercio di Torino e notizie sulla patria industria*, (Quarta esposizione d'industria e belle arti al Real Valentino, 1844), Torino, Dalla stamperia Reale, 1845, pp. III-XXI.

Giulio C.I., *Per l'apertura delle scuole di meccanica e di chimica applicate alle arti* (Lezione Proemiale), Torino, Stamperia Reale, 1845, pp. 1-44.

Giulio C.I., *Relazione sul primo anno di corso nella R. Scuola di Meccanica applicata alle arti*(fatta all'illustrissimo Sig. reggente), Torino, Dalla Stamperia Sociale degli Artisti tipografi, 1846, pp. III-XXXV.

Janovitz A., *Insegnamenti Matematici a Mantova nella seconda metà dell'Ottocento*. (cd prodotto dall'autore).

Lacaita C.G. (a cura di), *Carlo Cattaneo*, *Scritti scientifici e tecnici*, Vol. I, 1823-1848, Firenze, 1969, p. 446.

Lacaita C.G., *Istruzione e sviluppo industriale in Italia 1859-1914*, Monza, Giunti-Barbèra, 1973, pp. 11-30.

Lacaita C.G. (a cura di), *Carlo Cattaneo, L'innovazione come leva dello sviluppo*, Firenze, Le Monnier, 2001, pp. 71-74.

Mayer E., *Frammenti di un viaggio pedagogico*, Firenze, M. Cellini & C., 1867.

Pepe L., *Insegnamenti matematici e libri elementari nella prima metà dell'Ottocento. Modelli francesi ed esperienze italiane*, in Giacardi *cit*., pp. 65-98.

Scoth R., *L'istruzione tecnica in Italia al costituirsi della scuola statale (1859-1877): gli insegnamenti matematici*, L'Educazione matematica, XXVII, 2006, pp. 33-48.

Boscovich come professore

LUIGI PEPE
(Università di Ferrara)
pep@unife.it

Ruggiero Giuseppe Boscovich fu ammesso come novizio tra i Gesuiti a Roma il 31 ottobre 1725; nell'anno 1727/28 frequentò presso il Collegio Romano il primo anno di retorica, nel triennio 1729-1732 vi compì il corso filosofico. Per due anni insegnò poi grammatica al Collegio e per altri due anni "humanae litterae" a Fermo. Ritornato al Collegio nel 1736-37 insegnò nuovamente grammatica e l'anno dopo "humanae litterae". Nel triennio 1738-1741 compì il corso teologico. Nell'anno 1741-42 iniziò ad insegnare matematica al posto del suo maestro Orazio Borgondio. Boscovich mantenne questo insegnamento fino al 1760, supplito nel 1751-52 dal suo allievo Carlo Benvenuti (1716-1789) durante la sua missione per la misura del meridiano tra Roma e Rimini. Ritornato all'insegnamento nel 1753 pose mano definitiva al suo trattato di geometria e algebra, uscito nel 1754, e alla relazione sulla misura del meridiano (1755). Benvenuti, passato all'insegnamento filosofico, fu duramente censurato per aver professato il moto della Terra, mentre per Boscovich si aprivano altri orizzonti. Inviato a Lucca per la questione del lago di Bientina (1756), poi a Vienna (1757) fu di nuovo a Roma tra maggio 1758 e luglio 1759. La sua attività di professore di matematica al Collegio romano era però alla fine. Dopo una serie di viaggi e di missioni in Europa (era a Londra nel 1760) si trasferì a Pavia e a Milano nel 1764 e, tra l'Università e Brera, trascorse gli anni movimentati che portarono alla soppressione della Compagnia e al suo trasferimento in Francia nel 1773. [28]

Quindi Boscovich rimase al Collegio Romano per quasi 34 anni e fu professore di matematica per oltre 20. In questo periodo diede alle stampe le sue prime memorie, delle quali diverse di matematica pura, e tre delle sue opere maggiori: *Elementa universae matheseos* (1754), *De litteraria expeditione per pontificiam ditionem* (1755), *Philosophiae naturalis theoria* (1759). [29]

Ricostruire la genesi delle prime memorie di Boscovich ha quindi un interesse molto grande, sia per seguire la sua evoluzione intellettuale, sia per avere un quadro degli insegnamenti scientifici nel Collegio Romano tra il 1730 e il 1760: un quadro che vede affiancati elementi di conservazione e di innovazione.

L'elenco cronologico delle prime opere a stampa di Boscovich è strettamente legato ai suoi insegnamenti al Collegio Romano: la prima è una composizione letteraria *Carmina* (1735), seguita da un'esercitazione astronomica *De maculis solaribus* (1736) e da una dissertazione di alcuni suoi allievi sul moto di Mercurio secondo il sistema eliocentrico e geocentrico: *De Mercurii novissimi infra Solis transitu* (giugno 1737). E dopo di questa veniva la prima dissertazione matematica, legata proprio a temi astronomici: *Trigonometriae sphaericae constructio.*

Durante gli anni del suo insegnamento al Collegio Romano Boscovich orientò un numero notevole di dissertazioni verso temi di geometria, meccanica, ottica. A completamento di questa fase iniziale della sua attività scientifica e, quasi interamente della sua attività didattica, egli diede alle stampe un'opera in tre volumi, che rientra nella migliore produzione di libri elementari di matematica del secolo XVIII: gli *Elementa universae matheseos* di Boscovich (1754)

Pietro Riccardi nella sua *Biblioteca matematica italiana* registra tre edizioni degli *Elementa universae matheseos*:[30]

I. - Roma, Salomoni, 1752, tomi 2

II. – Roma, Salomoni, 1754, tomi 3

III. - Venezia, Perlini, 1757, tomi 3.

A proposito dell'edizione veneziana aggiungeva: "Edizione scorretta e meno bella delle precedenti". Angelo Fabroni aveva già giudicato questa edizione "mendosissima".[31]

---

[28] Ugo Baldini, *Boscovich e la tradizione gesuitica in filosofia naturale: continuità e cambiamento*, in *R. J. Boscovich, vita e attività scientifica (His Life and Scientific Work),* a cura di Piers Bursill-Hall, Roma, Istituto dell'Enciclopedia Italiana, 1993, pp. 81-132. Luigi Pepe, *Matematica e fisica nei collegi del Settecento,* Studi Settecenteschi, 18, 1998, pp. 407-420. Si veda anche: Idem, *Rinascita di una scienza: matematica e matematici in Italia (1715-1814*), Bologna, Clueb, 2007.

[29] *Catalogo delle opere a stampa di Ruggiero Giuseppe Boscovich*, a cura di Edoardo Proverbio, Roma, Accademia Nazionale delle Scienze, detta dei XL, 2007. Pietro Riccardi, *Biblioteca matematica italiana dalla origine della stampa ai primi anni del secolo XIX*, voll. 2, ristampa anastatica, Milano, Görlich, 1952.

[30] Riccardi, *op. cit*., I, 177.

[31] *Catalogo delle opere a stampa di Ruggiero Giuseppe Boscovich*, *cit*., p. 130.

La stampa dell'opera fu autorizzata dalla censura ecclesiastica nel mese dicembre 1751. I volumi datati 1752 sono molto rari: un esemplare si trova presso la biblioteca del Dipartimento di matematica 'Guido Castelnuovo' dell'Università 'La Sapienza' di Roma. Si deve quindi ritenere che la stampa sia avvenuta nel 1752 nella tipografia di Generoso Salomoni, che lavorava spesso per il Collegio Romano e l'anno prima aveva stampato la traduzione italiana degli *Elementi di geometria* di Clairaut a cura di un allievo di Boscovich: Carlo Benvenuti (1716-1789).

Con la stampa romana degli *Elementa universae matheseos* (1754) si esauriva sostanzialmente l'attenzione di Boscovich verso la matematica pura. Gli restavano estranei i progressi notevolissimi dei metodi analitici nello studio delle equazioni differenziali ordinarie e alle derivate parziali e del calcolo delle variazioni che si venivano compiendo tra il 1740 e il 1760 ad opera di d'Alembert, Eulero, Daniele Bernoulli e di un giovanissimo Giuseppe Luigi Lagrange (1736-1813). L'aggiornamento matematico di Boscovich, iniziato in ritardo, come egli confidava all'allievo Francesco Puccinelli, fu interrotto da una serie di incarichi per perizie che gli giunsero da diversi Stati.[32]

Egli fu incaricato senza soluzione di continuità della riparazione del porto fluviale del Tevere a Fiumicino (1752), della misura del meridiano a nord di Roma (1751-55), della questione delle acque lucchesi (1756), di una missione a Vienna, dove fece stampare le lezioni di ottica dell'astronomo Lacaille (1757) e pubblicò la sua opera più celebre *Philosophiae naturalis theoria* (1758). Quando egli partì per Vienna la sua cattedra di matematica al Collegio Romano venne assegnata per supplenza a suo fratello Bartolomeo, che si considerava egli stesso inadatto. Ritornato a Roma per circa un anno tra il 1758 e il 1759 Ruggiero si sentiva ormai sul piede di partenza. Nel settembre del 1759 partiva per Parigi: durante il viaggio incontrò a Bologna Francesco Algarotti e a Marsiglia Esprit Pezenas. Giunto a metà novembre nella capitale francese, centro allora degli studi matematici, strinse amicizia con Clairaut e conobbe diversi accademici tra i quali d'Alembert con il quale ebbe un primo rapporto cordiale: " trovai infinitamente più umano di quello che credevo, e mi fece molte cortesie ed espressioni."[33]

Conobbe anche Buffon e Madame du Boccage, rimanendo a Parigi fino a marzo 1760. Da qui passò a Londra dove soggiornò per la restante parte dell'anno. Vi incontrò i matematici Thomas Simpson e Edward Waring, ma anche lo scienziato americano Benjamin Franklin e il pittore Joshua Reynolds. Visitò Cambridge, Oxford e Greenwich, dove incontrò l'astronomo James Brandley. A fine anno partì per i Paesi bassi austriaci; fu poi in Lorena e in Germania. Nel biennio 1761-63 compì il suo viaggio a Costantinopoli e nell'est Europa, inizialmente progettato per osservare il transito di Venere. A dicembre 1762 era a Cracovia e tra gennaio e maggio 1763 a Vienna. Ormai Boscovich non desiderava più tornare a Roma e quindi accettò di buon grado la cattedra di matematica all'Università di Pavia, che gli fu offerta dal governo austriaco. Il trasferimento in questa Università (1764) non lo ricondusse però agli studi matematici, per la notevole arretratezza allora delle strutture scientifiche di quell'Università. Preferì invece stabilirsi a Milano dove attese alla fondazione dell'Osservatorio astronomico di Brera. Qui favorì gli studi matematici di un promettente allievo, Francesco Luino, e gli approfondimenti teorici nel campo dell'idrodinamica del confratello Giovanni Antonio Lecchi (1702-1776). Ormai però i suoi interessi principali si erano spostati risolutamente nel campo dell'astronomia e nell'ottica, mentre i suoi studi di matematica pura divenivano sempre più

[32] *Ruggiero Giuseppe Boscovich, lettere per una storia della scienza (1763-1786),* a cura di Rita Tolomeo, Roma, Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL, 1991, p. 62.

[33] Germano Paoli, *Ruggiero Giuseppe Boscovich, nella scienza e nella storia del '700*. Roma, Accademia nazionale delle Scienze detta dei XL, 1988. Per il giudizio su d'Alembert cfr. p. 114. Si veda anche Luigi Pepe, *Boscovich and the mathematical historiography of his time. An unpublished letter by d'Alembert*, in *R. J. Boscovich vita e attività scientifica cit*., pp. 491-509.

occasionali e circoscritti, non in grado com'era di affrontare, su questo terreno, la competizione con le nuove leve scientifiche: Lagrange, Condorcet, Laplace, Monge.

Bibliografia

Baldini U., *Boscovich e la tradizione gesuitica in filosofia naturale: continuiità e cambiamento*, in *R. J. Boscovich, vita e attività scientifica (His Life and Scientific Work),* a cura di Piers Bursill-Hall, Roma, Istituto dell'Enciclopedia Italiana, 1993, pp. 81-132.

Paoli G., *Ruggiero Giuseppe Boscovich, nella scienza e nella storia del '700*, Roma, Accademia nazionale delle Scienze detta dei XL, 1988.

Pepe Luigi, *Boscovich and the mathematical historiography of his time. An unpublished letter by d'Alembert*, in *R. J. Boscovich vita e attività scientifica* cit., pp. 491-509.

Pepe L., *Matematica e fisica nei collegi del Settecento*, Studi Settecenteschi, 18, 1998, pp. 407-420.

Pepe L., *Rinascita di una scienza: matematica e matematici in Italia (1715-1814*), Bologna, Clueb, 2007.

Proverbio E. (a cura di), *Catalogo delle opere a stampa di Ruggiero Giuseppe Boscovich*, Roma, Accademia Nazionale delle Scienze, detta dei XL, 2007.

Riccardi P., *Biblioteca matematica italiana dalla origine della stampa ai primi anni del secolo XIX*, voll. 2, ristampa anastatica, Milano, Görlich, 1952.

Tolomeo Rita (a cura di), *Ruggiero Giuseppe Boscovich, lettere per una storia della scienza (1763-1786)*, Roma, Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL, 1991, p. 62.

L'insegnamento della Matematica nell'Istituto dei Cadetti Matematici Pionieri (Modena, 1824-1848) attraverso i manoscritti di Teobaldo Soli

ELENA RINALDI
(Università di Modena)
elena.rinaldi08@libero.it

L'Istituto dei Cadetti Matematici Pionieri rappresenta per il Ducato Estense un mezzo per riuscire a sedare gli animi giovanili dopo i moti del 1821. Infatti è proprio la volontà di ottenere "ubbidienza e docilità" che spinge il Duca Francesco IV a creare questo Convitto Militare.

Ciò che forse il Duca estense non poteva immaginare è la notorietà che tale Istituto mantiene negli anni. La scuola infatti vanterà riconoscimenti grazie ai numerosi allievi che hanno dimostrato eccellenza nella professione intrapresa dopo gli studi. Ciò ha portato i posteri a dare parte del merito di questo fenomeno alla qualità della formazione che essi hanno ricevuto nell'Istituto Modenese, tanto da essere definito "un Politecnico nel Ducato estense". Tra i personaggi di rilievo in campo matematico: Pietro Obici, Camillo Pagliani, Cesare Razzaboni, Pietro Riccardi, Ferdinando Ruffini.

È dunque di notevole interesse lo studio delle modalità con cui avviene l'educazione degli allievi, cercando di capire l'organizzazione dell'Istituto, i contenuti proposti alle classi, le modalità di verifica e di valutazione di questi. Un'altra giustificazione della riuscita didattica risiede nella qualità del personale docente nominato. Tra i nomi dei professori si leggono infatti quelli di Giambattista Amici, Araldi Antonio, Marianini Stefano, Geminiano Riccardi, Tramontini Giuseppe. L'analisi di tutte queste componenti fornisce uno strumento per comprendere le fondamenta sulle quali poggia l'eccellenza didattica della Scuola modenese.

Da ciò che si può leggere dai chirografi che hanno decretato la nascita dell'Istituto e che ne hanno delineato via via la struttura, gli allievi sono tenuti a rispettare una rigida disciplina militare e contemporaneamente a conseguire un'ottima formazione scientifica. La durata del corso di studi è di cinque anni, dei quali il primo, chiamato Anno Preparatorio, è finalizzato all'allineamento degli allievi in modo da possedere tutti le medesime abilità di calcolo e di ragionamento per poter proseguire negli altri quattro corsi. Negli anni successivi sono previsti i seguenti insegnamenti:

- 1° anno: Introduzione al Calcolo Sublime; L'Architettura didascalica pratica e teorica
- 2° anno: Calcolo Sublime; L'Architettura didascalica pratica e teorica
- 3° anno: La Meccanica; L'Architettura applicata ad edifizj statici, e dinamici
- 4° anno: L'Idraulica; L'Architettura applicata ad edifizj statici, e dinamici

La verifica dei contenuti avviene tramite un quesito proposto tutti i Giovedì e relativo ogni volta ad una materia diversa. È proprio lo studio di questi quesiti che ha permesso di conoscere i contenuti insegnati nell'Istituto. La fonte risiede nei manoscritti dell'allievo Teobaldo Soli, allievo dell'Istituto dal 1836 al 1841. Tale materiale fa parte del Fondo Soli, donato all'Accademia di Scienze, lettere ed Arti di Modena nel 1927 dalla famiglia Soli ed attualmente ivi conservato. È infatti grazie all'analisi dei "Problemi del Giovedì" svolti dal Soli che si è cercato di delineare un quadro significativo degli insegnamenti impartiti nella classe 1836-1841. Dalla trascrizione dei manoscritti dell'Anno preparatorio si leggono quesiti di matematica dilettevole, di conversione di unità di misura, di calcolo di superfici piane, oltre a quelli di geometria euclidea. Nel primo Corso invece sono presenti problemi inerenti il Calcolo Combinatorio e la teoria delle equazioni. Il secondo Corso verte sulla geometria analitica mentre il terzo è suddiviso in due parti, una relativa al Calcolo Integrale e l'altra alla Meccanica. Infine i quesiti dedicati al quarto Corso mostrano una parte di Meccanica sublime e un'altra, più applicativa, dedicata all'Idraulica. Nel Fondo Soli sono inoltre conservati i manoscritti relativi ai temi d'esame svolti dal Soli al termine dei cinque anni di studi. La trascrizione di questi rivela la presenza di diversi argomenti che spaziano dalla geometria analitica, al calcolo delle differenze finite, fino ad arrivare al calcolo integrale, ovvero descrivono ampiamente gli argomenti fondamentali affrontati nei cinque anni scolastici.

Queste informazioni potrebbero costituire un primo passo per ricostruire le lezioni anche di altri professori della scuola oppure per comparare la didattica dell'Istituto modenese con quella di altre Scuole ottocentesche.

Bibliografia

Barbieri A., *Arte ed artisti a Modena*, Soc. Tip. Ed. Modenese, Modena, Mucchi, 1985.

Barbieri A., *Modenesi da Ricordare, Scienziati*, S.T.E.M., Modena, Mucchi, 1968.

Barbieri F., Cattelani Degani F., *Iconografia Matematica Estense*, cd rom, Dipartimento di Matematica Pura ed Appicata G. Vitali, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, 2003.

Canevazzi G., *La scuola militare di Modena*, Modena, Ed Ferraguti, (1° vol.) 1914, (2° vol.) 1920.

Cattelani Degani F., Cassanelli E., *I manoscritti Matematici di Paolo Cassiani*, cd rom, Dipartimento di Matematica Pura ed Appicata G. Vitali, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Accademia Nazionale di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, 2007.

Cattelani Degani F., Barbieri F., *Giuseppe Davia alla corte di Francesco III D'Este* in *Il Carrobbio, traduzioni problemi immagini dell'Emilia Romagna,* Bologna, Patron Editore, 1995.

Cattelani Degani F., *Camillo Pagiani e la sua storia dellAritmetica* in R. Franci, P. Pagli, L. Toti Rigatelli, *Itinera Mathematica, studi in onore di Gino Arrighi per il suo 90° compleanno,* Centro studi sulla Matematica Medioevale, Università di Siena, Tipografia senese, 1996, pp. 277-305.

Cattelani Degani F., Uccellari L., *Gli studi matematici nell'Università di Modena dall'Unità d'Italia alla nascita del Dipartimento* in *La Matematica a Modena dal Medio Evo all'attuale dipartimento,* Università di Modena, Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata G. Vitali, Modena, Ed. Il Fiorino, 1998.

Cavani F., *Commemorazione del Prof. Comm. Ing. Pietro Riccardi,* Bologna, Soc. Tip. già compositori, 1899.

Cavani F., *Della vita e delle opere del Prof. Ing. Pietro Riccardi,* Bologna, Soc. Tip. già compositori, 1899.

Cavani F., *Elogio di Cesare Razzaboni,* Bologna, Soc. Tip. già compositori, 1899.

Chiappini L., *Gli Estensi,* Varese, Dall'Oglio, 1967.

C.L.I.O. *Catalogo dei libri dell'Ottocento 1801/1900*, Milano, Ed. Bibliografica, 1991.
Colombini S., *La presenza di memorie fisico-matematiche negli Atti dell'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena. I contributi di Araldi Senior e Junior,* Tesi di Laurea. Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, a.a. 1999-2000.
Dizionario biografico degli italiani, a cura dell'Istituto dell'Enciclopedia Italiana fondato da Giovanni Treccani, Roma, Soc. Grafica Romana.
Frascaroli E., *La Scuola dei Cadetti Matematici Pionieri. Un Politecnico nel Ducato Estense*, Carpi, Litografia Nuovagrafica, 1998.
Lammino P., *Le scienze Matematiche nelle Scuole Miltari di Modena (1798-1848),* Tesi di Laurea. Università degli Studi di Modena, a.a. 1997-1998.
Missere Fontana F., *Cultura architettonica e scientifica nelle carte e nei libri della famiglia Soli (1771-1927), Catalogo del "Fondo G.Soli" della Biblioteca Nazionale di Scienze, Lettere ed Arti,* Modena, Mucchi Editore, 2004.
Riccardi P., *Cenni Storici sull'Istituto dei Cadetti Matematici Pionieri di Modena,* Modena, Zanichelli, 1864.
Riccardi P., *Elogio di Antonio Araldi,* Modena, 1866.
Rosario F., *Tavole dei Logaritmi,* Torino, S. Lattes Editori.
Rosini G. *Biografia del Professore Pietro Obici*, Pisa, Tipografia Nistri, 1851.
Ruffini P., *Opere Matematiche a cura del Prof. Dr. Ettore Bortolotti,* Tomo primo, Palermo, Tipografia Matematica, 1915.
Storchi F., *Elogio del Cav. Prof. Giambattista Amici* discorso letto per l'inaugurazione degli studi universitari in Modena il giorno 7 novembre 1878.
Vaccà L., *Cenno storico della R.Università di Modena,* Modena, 1872.

Il contributo degli statistici allo sviluppo del pensiero matematico dell'800

FRANCA ROSSETTI
(I.T.I.S. Hensemberger, Monza)
carmenpetruzzo@yahoo.it

Applicazioni attuali della matematica in campo economico, sociale, medico e perfino psicologico sono il risultato di separate ricerche che diversi personaggi, che si sono tra l'altro occupati anche di statistica, hanno compiuto con l'intento di investigare aspetti complessi della realtà in cui erano immersi.

Viene, in questa sede, presentata una galleria di quei personaggi che, nell'800, con i loro studi e le loro esperienze hanno contribuito maggiormente allo sviluppo dell'aspetto applicativo odierno della matematica.

Bibliografia essenziale

Bortkiewiez-Ladislaus, *Legge dei piccoli numeri*, 1898.
Boyer C.B., *Storia della matematica*, Mondadori, 1991.
Kline M., *Storia del pensiero matematico*, Torino, Einaudi.

René Thom: forme, catastrofi e complessità

ARCANGELO ROSSI
(Università del Salento)
rossi@le.infn.it

Secondo René Thom, il normale lavoro di rifinitura/applicazione di teorie matematiche è cosa diversa dalla sua teoria delle catastrofi, grande quadro interpretativo ed esplicativo della struttura della realtà in termini matematici topologico-qualitativi. Contro la concezione puramente quantitativa della matematica come mero strumento di calcolo e di previsione, egli sosteneva una concezione della stessa riconciliata con la metafisica quale schema esplicativo universale.

Thom utilizzava cioè, al pari di Aristotele, il concetto di bordo o confine per definire le realtà individuali mediante le forme che le definiscono, rappresentabili in termini geometrico-topologici.

La realtà si manifesterebbe quindi attraverso le forme distintive che essa assume. Queste forme permettono altresì di costruire analogie tra una cosa e l'altra, tra un concetto e l'altro. Thom studiò a partire da qui il passaggio continuo tra spazi anche di diversa dimensione (questa ricerca sul "cobordismo" gli fruttò nel 1958 la medaglia Fields), fino ad individuare poche forme universali che rappresentano catastrofi o transizioni brusche, ma pur sempre continue, di forme.

Lo studio delle forme in situazioni irregolari, accidentali e perfino caotiche aveva per la verità portato già prima (cfr. J. H. Poincaré e J. Hadamard, tra '800 e '900) ad individuare evoluzioni catastrofiche strutturalmente invarianti in termini di divergenze dovute a dipendenza sensibile da piccole variazioni delle condizioni iniziali. Il problema è che in tali casi non vi sono leggi esatte ma solo tendenze evolutive asintotiche che non permettono predizioni esatte.

Conviene quindi procedere dall'osservazione globale delle grandi strutture alla loro descrizione locale sempre più fine.

Sempre più si constata infatti una complessità, se si vuole definire la realtà scientificamente: la scienza cerca infatti soluzioni, ma si trova spesso di fronte ad aporie che le rivelano illusorie.

La teoria delle catastrofi fornisce dunque un modello o meccanismo qualitativo piuttosto che equazioni che descrivano e prevedano quantitativamente cambiamenti, non essendo scontato che matematizzare significhi quantificare piuttosto che porre relazioni in generale.

A tal proposito, una analogia è una relazione qualitativa e può essere espressa anche, sebbene mai del tutto, matematicamente.

Ad esempio, dire con Aristotele che la sera è la vecchiaia del giorno o che la vecchiaia è la sera della vita, significa elaborare un'analogia in due formulazioni, di cui la seconda si impone tuttavia come più convincente della prima, nonostante la semplice uguaglianza fra due rapporti che l'analogia esprime dal punto di vista puramente matematico La filosofia, che qui si esprime, è per Thom più difficile della matematica usata.

Alla base della sintesi fisico-matematica c'è comunque per Thom una metafisica che realizza un bisogno universale di unificazione.

Bibliografia

Arnold V.I., *Teoria delle catastrofi*, Torino, Bollati-Boringhieri, 1990.

Boi L. (a cura di), *Paesaggi della complessità*, Milano, Mimesis, 2010.

Thom R., *Prédire n'est pas expliquer*, Paris, Eshel, 1991 (seconda edizione: Paris, Flammarion, 1993); prima edizione italiana (a cura di A. Guerraggio e P. Nastasi): *Prevedere non significa spiegare*, PRISTEM/Storia. Note di matematica, storia e cultura, 1996, n. 10-11; seconda edizione italiana (a cura di G. De Cecco, G. Del Re e A. Rossi): *Prevedere non è spiegare*, Quaderno 3/2008 del Dipartimento di Matematica "Ennio De Giorgi" dell'Università del Salento, Lecce, 2008.

Thom R., *Stabilità strutturale e morfogenesi. Saggio di una teoria generale dei modelli*, Torino, Einaudi, 1980.

Thom R., *Les Mathèmatiques dans la science de la nature*, in E. Donini, A. Rossi, T. Tonietti (a cura di), *Matematica e fisica. Struttura e ideologia*, Bari, De Donato, 1977.

Tonietti T., *Catastrofi. Una controversia scientifica*, Bari, Dedalo, 1983.

I programmi di matematica per gli istituti tecnici italiani del 1871: ricadute didattiche di un progetto avveniristico

ROBERTO SCOTH
(Cagliari)
biscoth@libero.it

> "L'istruzione tecnica ha per fine di dare ai giovani che intendono dedicarsi a determinate carriere del pubblico servizio, alle industrie, ai commerci ed alla condotta delle cose agrarie, la conveniente coltura generale e speciale. Essa è di due gradi, e vien data tanto pel primo, quanto pel secondo nello stadio di tre anni. L'istruzione del primo grado verrà data in stabilimenti speciali, sotto il nome di Scuole tecniche […]. L'istruzione del secondo grado verrà data in stabilimenti particolari, sotto il nome di Istituti tecnici […]".

Con questa formula - e riprendendo in gran parte il testo del disegno di legge Cibrario, giacente fin dal 1854 agli atti del Parlamento subalpino - la legge Casati nel 1859 introduceva nell'ordinamento scolastico italiano il sistema dell'istruzione tecnica secondaria.

Contrariamente alle scuole tecniche, che per molto tempo mantennero il loro impianto originario, gli istituti tecnici nel loro primo decennio di vita furono sottoposti a ben quattro importanti modifiche strutturali: nel 1860, quando vennero divisi in quattro differenti "sezioni", una delle quali, quella *fisico-matematica*, si sarebbe contraddistinta negli anni per l'elevato spessore degli insegnamenti scientifici; nel 1864 e nel 1865, quando furono trasformati in vere e proprie scuole professionali ed il numero delle sezioni venne prima portato a trentuno e successivamente ridotto a nove; e nel 1871, quando si fece un parziale ritorno al modello del 1860, con la creazione di cinque indirizzi ed il ripristino della sezione *fisico-matematica*, ulteriormente potenziata in attesa di una norma che la trasformasse in un corso di studi propedeutico alle Scuole d'applicazione per ingegneri.

I programmi di matematica emanati nel 1871 ebbero il carattere dell'eccezionalità, per la quantità e la modernità degli argomenti proposti, in particolare quelli della sezione *fisico-matematica*, dove il curricolo di algebra comprendeva fra l'altro: numeri complessi, determinanti, serie numeriche, metodi per la ricerca delle radici approssimate di un'equazione, analisi indeterminata di primo grado e frazioni continue, ma dove, soprattutto, il programma di geometria faceva riferimento ad un sistematico impiego dei metodi proiettivi, esteso anche ad altri ambiti disciplinari, come quelli del calcolo grafico e della statica grafica.

A questa particolare fase della storia dell'insegnamento della geometria in Italia e all'impegno in campo didattico del principale artefice dei curricoli del 1871 - il matematico Luigi Cremona (1830-1903) - sono stati recentemente dedicati alcuni lavori. Poca luce è stata fatta, invece, sulle effettive ricadute didattiche di questi programmi, che furono ben presto ridimensionati con i nuovi regolamenti per gli istituti tecnici emanati nel 1876 e nel 1877. Scopo di questa comunicazione è quello di documentare gli effetti delle innovazioni volute da Cremona alla luce di alcune fonti ufficiali dell'epoca.

Bibliografia

Di Sieno S. 2006, *Luigi Cremona e la formazione tecnica pre-universitaria nella seconda metà dell'Ottocento*, in L. Giacardi (a cura di), *Da Casati a Gentile. Momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia*, pp. 99-124.

Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio (MAIC) 1869, *Gl'Istituti Tecnici in Italia*, Firenze, Tipografia di G. Barbèra.

MAIC 1871, *Ordinamento degli istituti tecnici. Ottobre 1871*, Firenze, Tipografia Claudiana.

MAIC 1871-1877, *Relazioni sugli esami di licenza negli istituti tecnici e di marina mercantile del Regno*.

MAIC 1876, *Disposizioni intorno agli esami di licenza negli istituti tecnici, di Marina mercantile e nelle Scuole nautiche e speciali del Regno*, Roma, Tip. Eredi Botta.

MAIC 1878, *L'ordinamento e i programmi di studio negli istituti tecnici 1876-1877*, Roma, Tip. Eredi Botta.
Morpurgo E. 1875, *L'istruzione tecnica in Italia. Studi di Emilio Morpurgo, Segretario Generale, presentati a S. E. il ministro Finali*, Roma, Tip. Barbèra.
Menghini M. 2006, *The Role of Projective Geometry in Italian Education and Institutions at the End of the 19th Century*, International Journal for the History of Mathematics Education, I, 1, pp. 35-55.
Scoth R. 2006, *L'istruzione tecnica in Italia al costituirsi della scuola statale (1859-1877): gli insegnamenti matematici*, L'educazione matematica, XXVII, 2, 3, pp. 33-48.
Scoth R. 2009, *L'insegnamento della geometria descrittiva in Italia (1859-1923): da Casati a Gentile*, Tesi, Dottorato di Ricerca in Storia, Filosofia e Didattica delle Scienze, Rel. Polo M., Università di Cagliari, a.a. 2007/2008.
Scoth R. 2010, *Questioni didattiche e divulgazione scientifica: gli interventi di Luigi Cremona sull'"Effemeride della Pubblica Istruzione" (1860-1865)*, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, XXX, 1, in press.
Scoth R. 2010, *La matematica negli istituti tecnici italiani. Analisi storica dei programmi d'insegnamento (1859-1891)*, Supplemento a L'educazione matematica, XXXI, 2, (in press).
Soldani S. 1981, *L'istruzione tecnica nell'Italia liberale (1861-1900)*, Studi Storici, 22, 1, pp. 79-117.

Gli interessi in astronomia di 'Gioseffo' Mari nella Mantova tra '700 e '800

GIULIANA TOMASINI
(Politecnico di Milano)
giuliana.tomasini@virgilio.it

Giuseppe 'Gioseffo' Mari venne alla luce a Canneto, l'attuale Canneto sull'Oglio (MN), il 9 Febbraio 1730. Accolto nella Compagnia di Gesù nel 1744, nel 1746 fu novizio a Bologna; tra il 1747 e il 1754 studiò nella scuola gesuitica bolognese, apprendendo l'algebra e la geometria da Vincenzo Riccati (1707-1775) e insegnò nel Collegio di Brescia. Negli anni successivi fu presente nel Collegio di Reggio Emilia e ancora nella scuola di Bologna.

Divenuto sacerdote, a Mantova fu, dal 1762 al 1771, lettore di matematica nel Collegio mantovano e, dall'anno successivo ebbe l'incarico dell'insegnamento della matematica, della fisica sperimentale e dell'idraulica, scienza alla quale è legato in modo particolare il suo nome, che divenne famoso in tutta l'Italia.

Nel 1773, anno della soppressione dell'ordine dei Gesuiti, Mari andò a abitare presso l'amico Luigi Asti; nel 1780 divenne Regio Matematico del Magistrato Camerale di Mantova, con decreto dall'Imperatrice Maria Teresa. Dal 1782 fu accolto presso la famiglia del Conte Anselmo Zanardi. Nel 1804 con l'avvento del sitema metrico anche a Mantova, ebbe l'incarico di occuparsi della sua diffusione. Morì a Mantova, dopo pochi anni, il 9 Giugno 1807.

Oltre alle opere date alle stampe, tra cui le più importanti sono:

- *Le teorie idrauliche concordate colle sperienze proposte a' suoi discepoli*, I, II, Guastalla, Costa, 1784-1804.
- *L'idraulica pratica ragionata proposta a' suoi discepoli*, I, II, III, IV, Guastalla, Costa, 1784-1802

si ricordano le sue dissertazioni che giacciono, manoscritte, presso l'Archivio dell'Accademia Nazionale Virgiliana di Mantova, allora Accademia Reale di Scienze, e Belle Lettere, dove Mari ricoprì tra il 1775 e il 1794 la carica di Censore, e poi di Direttore, della Facoltà di Matematica.

Tra le dissertazioni che ivi egli lesse, tra il 1769 e il 1804, si sono considerate le seguenti:

- *'Dissertazione in difesa delle due leggi Astronomiche Newtoniane dedotte dalle Kepleriane'*, del 1775;

- *'Sulla forza centrifuga'*, del 1790;
- *'Delle cagioni diradatrici delle tenebre dell'Ecclissi 11 Febbraio 1804'*, del 1804,

in quanto mostrano interessi di Mari al di fuori di quelli idraulici, con particolare riguardo all'astronomia e alla dinamica.

Nella prima, *Dissertazione in difesa delle due leggi Astronomiche Newtoniane dedotte dalle Kepleriane*, a meno di cinquant'anni dalla morte di Newton, Mari auspicò "di obbligar le scienze a rendere il debito onore a questo grand'uomo", dato che allo stesso non bastò "il concetto di sua profondissima dottrina. Scatenossi contro di lui una gran truppa di persone, che tutte insieme non l'ugguagliavano in sapere, ma il vincevano in audacia e in presunzione". Nella trattazione Mari pose in correlazione le leggi di Keplero con le leggi di Newton, esponendo alcuni esempi relativi al campo gravitazionale e al movimento dei pianeti, con considerazioni che coinvolgevano il concetto "di una forza centrifuga che vaglia ad elider la centrale".

Nella seconda, *Sulla forza centrifuga*, Mari utilizzò ancora esempi meccanici e astronomici per rendere chiara la sua esposizione e per spiegare la "natura di quella forza, che dicesi centrifuga, di quella cioè, di cui è animato un corpo, che viaggia per una linea curva, e sempre tende a sottrarsi dal centro del suo moto". Tra gli esempi, per spiegare il concetto di forza centrifuga illustrava "il fenomeno de' corpi, che girano sulla superficie della terra nel suo moto diurno. Per questa rotazione terrestre, oggi è oramai fuor di dubbio, che qualunque corpo pesa meno all'equatore, che in qualunque parallello, come a cagion d'esempio al parallello di Mantova, lontano 45° poco più, e meno anche in Mantova, che a Pietroburgo, il cui parallello dista dal nostro 15°".

Nella terza, *Delle cagioni diradatrici delle tenebre dell'Ecclissi 11 Febbraio 1804*, letta tre soli anni prima della sua morte, Mari disquisì su alcuni fenomeni da lui osservati durante l'eclissi di sole verificatasi a Mantova l'11 febbraio del 1804. Egli si soffermò sul fenomeno delle eclissi, dandone una spiegazione in termine di parallasse, "siccome, la parallasse diminuisce la latitudine Settentrionale; per cio alla sopradetta somma si fa la addizione della parallasse di latitudine, la massima possibile. E siccome altresì la parallasse aumenta la latitudine meridionale, sottraesi dalla fatta somma la massima parallassi di latitudine. Così nell'uno, e nell'altro caso si ottiene la vera latitudine, oltre la quale non è luogo ad Ecclissi". Inoltre, discettò sulle misure dei raggi della terra e della luna, esprimendosi però ancora in miglia, essendogli stato affidato solamente in quell'anno l'insegnamento del calcolo decimale.

Bibliografia essenziale

Archivio Accademia Nazionale Virgiliana.

Archivio di stato di Mantova.

Archivio di stato di Milano.

Archivum Romanum Societatis Jesu.

Baldini U., *S. Rocco e la scuola scientifica della provincia veneta: il quadro storico (1600-1773)*, in *Gesuiti e università in Europa (secoli XVI-XVIII),* Bologna, CLUEB, 2002, pp. 283-325.

Borgato M.T., *Agostino Masetti e i suoi progetti idraulici nel periodo napoleonico*, in *Contributi di scienziati mantovani allo sviluppo della matematica e della fisica*, Cremona, Monotipia cremonese, 2001, pp. 29-44.

Pepe L., *Istituti nazionali, accademie e società scientifiche nell'Europa di Napoleone*, Firenze, Olschki, 2005.

Tomasini G., *Notizie sulla vita e sulle opere di 'Gioseffo Mari' matematico e idraulico nella Mantova del Settecento*, Ratio Mathematica, Journal of fondations and applications of mathematics - Rivista on line, www.eiris.it/ratio_mathematica_archivio.html, 18, 2008, pp. 107-132.

Zagar F., *Astronomia sferica e teorica,* Bologna, Zanichelli, 1948.

La scuola di Cremona attraverso la corrispondenza con i suoi allievi

MARIA ALESSANDRA VACCARO
(Università di Palermo)
vaccaro@math.unipa.it

> "Per dar vita ad una scuola non basta il valore del maestro, né basta che egli sappia tracciare un piano di ricerche così vasto da superare la propria forza di lavoro. Occorre altresì che egli riesca a comunicare la sua passione e la sua fede ai discepoli e sappia esigerne e dirigerne la collaborazione. Queste doti possedeva in grado eminente Luigi Cremona".

Queste parole di Guido Castelnuovo caratterizzano bene il ruolo di Cremona nella formazione della scuola italiana di geometria algebrica.

Questa comunicazione vuole indicare un percorso di ricerca incentrata sulla formazione del primo gruppo di allievi diretti di Luigi Cremona (escludendo cioè gli allievi indiretti, i Segre, i Castelnuovo, gli Enriques e i Severi, che rappresentarono l'apice della geometria algebrica italiana).

Per iniziare a portare avanti questo compito mi sono avvalsa dell'ampio materiale presente nell'Archivio dell'Istituto Mazziniano di Genova (lascito Itala Cozzolino Cremona).

Per prima cosa occorre restringere il campo di indagine.

Intenderemo per "allievi" di Cremona coloro che hanno studiato direttamente con lui e in particolare quelli che ne hanno seguito, almeno per una fase della loro carriera, fedelmente le orme. Tali allievi vanno divisi in tre gruppi:

- gli allievi bolognesi. Di questo gruppo il solo ad avere avuto un ruolo rilevante negli sviluppi futuri della geometria algebrica è Eugenio Bertini (1846-1933), che resta il più significativo degli allievi diretti;
- gli allievi del Politecnico di Milano, tutti giunti al Politecnico per perfezionarsi. Fanno parte di questo gruppo Angelo Armenante (1844-1878, che peraltro si era laureato a Napoli; Ferdinando Aschieri (1844-1907, laureato a Pisa); Giuseppe Jung (1845-1926, laureato a Napoli); Giulio Ascoli (1843-1896, laureato a Pisa e poi prestissimo dedicatosi soprattutto all'Analisi);
- gli allievi romani: Riccardo De Paolis (1854-1892); Ettore Caporali (1855-1886); Giuseppe Veronese (1854-1917); Giovan Battista Guccia (1855-1914).

Di quasi tutti questi studiosi l'archivio contiene un buon numero di lettere. Precisamente 14 di Bertini (dal 1866 al 1878, ma ne sono documentate molte altre); 15 di Armenante (dal 1870 al 1876); 5 di Aschieri (dal 1876 al 1900); ben 148 di Jung (dal 1869 al 1901, il corpus più cospicuo presente nell'archivio); 13 di Ascoli (dal 1869 al 1876); una di De Paolis (del 1887, una sola, ma molto significativa in quanto sviluppa in dettaglio il programma di ricerca di quello che di lì a poco avrà tra i suoi allievi); 48 di Caporali (dal 1876 al 1886, data del suo tragico suicidio); di Veronese non esistono lettere.[34]

In totale si tratta di un corpus di 244 lettere che danno un'idea abbastanza completa del ruolo giocato da Cremona nello sviluppare quello che fu il primo nucleo di giovani geometri algebrici italiani.

In questa comunicazione, oltre a dare una panoramica complessiva della corrispondenza in questione, affronterò le tematiche geometriche trattate da alcuni di questi matematici, soprattutto da Bertini e da De Paolis.

[34] Sulla corrispondenza con Guccia si veda il sunto di Cinzia Cerroni.

Storia dell'insegnamento della matematica nella Venezia Giulia dagli inizi del '900 alla Riforma Gentile: documenti e risultati

VERENA ZUDINI (*)
(Università di Milano-Bicocca)
verena.zudini1@unimib.it

Riteniamo che sia importante studiare, accanto alla storia della matematica, la storia della sua didattica, approfondendo per quanto possibile lo sviluppo dei metodi di insegnamento della disciplina. Riflettere sulle conseguenze delle scelte del passato può evitare di ripetere errori già commessi, ma può anche far comprendere come alcuni atteggiamenti didattici oggi considerati superati in altre epoche abbiano avuto un senso, aprendo la via a una loro rivalutazione.

Illustreremo le ricerche da noi condotte in questo campo, spiegando l'origine del nostro interesse per tale tipo di studi, le metodologie adottate e i risultati conseguiti (esposti in Zuccheri & Zudini, 2010).

Abbiamo iniziato lavorando su materiale documentario inedito della Sezione triestina della "Mathesis" (periodo 1919-1951), da noi riordinato e inventariato. Da questo e da altro materiale documentario e librario abbiamo ottenuto indicazioni sul cambiamento delle istituzioni scolastiche e dei programmi didattici di matematica nella città di Trieste e nella regione circostante (la "Venezia Giulia") dopo il 1918, con il passaggio dall'Impero asburgico al Regno d'Italia. Sotto l'amministrazione austriaca, vi erano scuole secondarie pubbliche con lingua d'insegnamento tedesca, ma anche italiana, soggette agli stessi programmi di insegnamento e alla stessa normativa. Con il passaggio al Regno d'Italia, le scuole con lingua d'insegnamento tedesca vennero soppresse e si pose il problema di adeguare la normativa e i programmi di insegnamento a quelli in uso nel Regno d'Italia. Vari elementi testimoniano l'intensa attività svolta dagli insegnanti di matematica delle scuole secondarie triestine di lingua italiana per realizzare tale adeguamento. Ciò fu fatto cercando di mantenere il più possibile le peculiarità dei programmi vigenti sotto l'amministrazione asburgica, che gli insegnanti della Sezione Triestina della "Mathesis" ritenevano molto pregevoli, apprezzando la metodologia di insegnamento austriaca, diversa da quella in uso nel Regno d'Italia. Per comprendere i motivi di tale atteggiamento di matrice non politica (nel periodo asburgico vari insegnanti della Sezione triestina, a causa dei loro sentimenti filo-italiani, erano stati puniti con l'allontanamento dall'insegnamento e con il carcere) abbiamo approfondito l'indagine confrontando la situazione locale con quella internazionale del tempo: l'inizio del XX secolo fu un momento fondamentale per lo sviluppo della didattica della matematica, in particolare nel mondo mitteleuropeo, con la costituzione della CIEM–IMUK (in seguito, ICMI), il cui primo presidente Felix Klein fu promotore di un'importante riforma nell'insegnamento della matematica in Germania (Schubring, 2008). In Austria si tenne conto delle nuove idee affermatesi in contesto internazionale nella riforma fatta nel 1909-1910 dal Ministro Marchet; anche nel Regno d'Italia si sentiva la necessità di una riforma didattica, che, tuttavia, alla fine della Prima Guerra Mondiale, non era stata ancora realizzata (Giacardi, 2006). Abbiamo quindi approfondito il quadro che ne risultava per le conseguenze a livello locale.

In base alla Riforma Marchet, nelle scuole secondarie austriache erano stati introdotti i primi elementi di calcolo differenziale e integrale (assenti, con rare eccezioni, dai programmi ufficiali di insegnamento delle scuole del Regno d'Italia). Abbiamo quindi esteso la nostra indagine descrivendo lo stato dell'insegnamento dell'analisi a Trieste prima della Prima Guerra Mondiale.

* In collaborazione con Luciana Zuccheri, Università di Trieste, zuccheri@univ.trieste.it

La ricerca si è infine focalizzata sull'individuazione dei principi metodologici utilizzati a Trieste prima della Prima Guerra Mondiale nell'insegnamento della matematica nella scuola secondaria, sulla base di un testo (Jacob, 1913) contenente un metodo pratico di insegnamento della matematica per il "Gymnasium" austriaco, la cui prefazione è opera del celebre fisico e filosofo austriaco Ernst Mach, alle cui teorie cognitive si fa riferimento, oltre che a teorie pedagogiche di altri autori.

Bibliografia

Giacardi L. 2006, *L'insegnamento della matematica in Italia dall'Unità all'avvento del fascismo*, in L. Giacardi (a cura di), *Da Casati a Gentile. Momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia* (pp. 1-63). Lugano, Lumières Internationales.

Jacob J. 1913, *Praktische Methodik des mathematischen Unterrichts*, Prefazione di E. Mach, Wien, A. Pichlers Witwe & Sohn.

Schubring G. 2008, *The origins and early incarnations of ICMI*, in M. Menghini, F. Furinghetti, L. Giacardi, F. Arzarello (a cura di), *The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and Shaping the World of Mathematics Education* (pp. 113-130), Roma, Istituto della Enciclopedia Italiana fondata da Giovanni Treccani.

Zuccheri L., Zudini V. 2010, *Discovering our history: A historical investigation into mathematics education*, The International Journal for the History of Mathematics Education, *5*, 1, pp. 75-87.