SOCIETÀ ITALIANA DI STORIA DELLE MATEMATICHE

La matematica nell'età di Galileo
La matematica tra Ottocento e Novecento

Cagliari 13-15 Novembre 2014
Facoltà di Ingegneria - Dipartimento di Storia, beni culturali e territorio
Università di Cagliari

SUNTI DELLE CONFERENZE

L'Algebra tra Cinquecento e Seicento

PAOLO FREGUGLIA
(DISIM Università di L'Aquila)
paolo.freguglia@technet.it

Tra XVI e XVII secolo l'algebra subisce profonde trasformazioni: da un lato con Rafael Bombelli (*L'Algebra*, 1572) si ottiene una sintesi efficace dell'algebra numerica (*logistica numerosa*) e dall'altro con François Viète (*Ars Analytica*, dal 1591) si assiste alla nascita dell'algebra letterale (*logistica speciosa*). In ambedue i casi, seppur con diverse modalità, rimane un forte legame con la geometria classica. Nei primi decenni del Seicento si hanno sviluppi in varie direzioni tra conservazione e innovazione ed un ruolo importante fu giocato dagli allievi di Viète (Vaulézard, Vasset, Hume, Ghetaldi, ecc.).

Dalla geometria classica alla matematica moderna (1591-1637)

ENRICO GIUSTI
(Il Giardino di Archimede, Firenze)
giusti@math.unifi.it

Il periodo di meno di cinquant'anni che va dall'*Isagoge* di Viète alla *Géométrie* di Descartes segna la nascita della matematica moderna. Il Cinquecento aveva visto da una parte l'assimilazione della geometria classica, dagli *Elementi* di Euclide alla *Collezione matematica* di Pappo, e dall'altra l'emergere dell'algebra come scienza autonoma, indipendente dalle discipline dell'abaco nelle quali era rimasta confinata durante il Medioevo. Se l'algebra - scienza senza fondamenti - aveva registrato, con la soluzione delle equazioni di terzo e quarto grado, i primi successi rispetto alla tradizione precedente, i metodi e i canoni del procedere dimostrativo restavano quelli degli autori classici, Euclide e Archimede in primo luogo. Pur nella loro perfezione formale, questi metodi mostravano sempre più evidenti i segni di un esaurimento creativo: il loro superamento caratterizzerà la nascita della matematica moderna. Non si tratta di un movimento univoco: molto spesso le proposte innovative di alcuni autori verranno ignorate, se non respinte da altri. Né simili saranno gli esiti: se alcune innovazioni - la geometria cartesiana in primo luogo, ma non solo - resteranno praticamente inalterate fino ai nostri giorni, altre andranno modificandosi e saranno assorbite da teorie successive; altre infine andranno declinando per divenire obsolete.

Bibliografia essenziale

Andersen K., *Cavalieri's Method of Indivisibles,* Arch. Hist. Ex. Sci., 31, 1985.
Bos H., *Redefining Geometrical Exactness: Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction*, Springer Verlag, 2001.
Freguglia P., *Algebra e geometria in Viète,* Boll. Sto. Sci. Mat., IX, 1989.
Giusti E., *Bonaventura Cavalieri and the theory of indivisibles*, Roma, Cremonese, 1980.

Giusti E., *Il problema della velocità in Galilei*, in *20 conferenze nel Politecnico di Milano*, Milano, 1986.
Giusti E., *La Géométrie di Descartes tra numeri e grandezze*, Giornale critico della Filosofia Italiana 66, 1987.
Giusti E., *Algebra and geometry in Bombelli and Viète*, Boll. Sto. Sci. Mat., XII, 1992.
Giusti E., *Symétries et démonstrations dans la théorie des centres de gravité: Maurolico et Valerio*, Actes du Colloque «Symétries», Liège, Brepols, 2005.
Jullien V., *Descartes, la Géométrie de 1637*, PUF, 1996.
Napolitani P.D., *Metodo e statica in Valerio,* Boll. Sto. Sci. Mat., II, 1982.
Napolitani P.D., Saito K., *Via regia o labirinto? Il De centro gravitatis solidorum di Luca Valerio*, Boll. Sto. Sci. Mat., XXIV, 2004.

Aspetti del Calcolo delle Variazioni nel diciannovesimo secolo

MARIANO GIAQUINTA
(Scuola Normale Superiore Pisa - Centro di ricerca matematica E. De Giorgi)
m.giaquinta@sns.it

Saranno illustrate alcune delle linee di ricerca dominanti nel calcolo delle variazioni dopo Lagrange fino alle soglie della visione funzionale, da una parte, e geometrica, dall'altra, del ventesimo secolo.

I matematici italiani e la Grande Guerra tra continuità e rotture

ROSSANA TAZZIOLI
(Université de Lille 1)
rossana.tazzioli@math.univ-lille1.fr

In questa conferenza mi propongo di discutere l'atteggiamento dei matematici italiani di fronte alla Prima Guerra Mondiale, concentrandomi su alcune questioni chiave: le loro difficoltà e incertezze di fronte all'intervento italiano in guerra; il loro impegno nella guerra come matematici e come militari; le loro idee sull'ostracismo anti-tedesco del dopoguerra.

Cercherò di rispondere alle seguenti questioni storiografiche: Ci sono stati dei cambiamenti nel 'mestiere di matematico' prima e dopo la guerra? I matematici italiani hanno (e in che modo) utilizzato la loro esperienza di guerra? I matematici si distinguono (e come) dagli altri intellettuali italiani nel loro atteggiamento di fronte alla guerra?

SUNTI DELLE COMUNICAZIONI

La matematica nell'inchiesta Scialoja (1872-1875)

FRANCESCO MARIA ATZENI
(Università di Cagliari)
francescomaria.atzeni@gmail.com

Nel 1872 il Ministro della Pubblica istruzione Antonio Scialoja promosse un'inchiesta conoscitiva sullo stato dell'istruzione secondaria in Italia[1]. L'indagine, affidata a una Commissione formata da nove membri, si svolse attraverso la somministrazione di un questionario al quale furono invitati a rispondere insegnanti, presidi, autorità scolastiche, ma anche organismi scientifici, esperti in questioni d'istruzione, educatori, intellettuali o semplicemente 'padri di famiglia' interessati a fornire il proprio contributo. Le risposte ai settantasette quesiti del questionario furono raccolte dalla Commissione in varie forme: per iscritto, attraverso audizioni orali, mediante visite ispettive ad alcuni istituti scolastici preventivamente deliberate.

Fra i nove commissari, scelti da Scialoja in modo da rappresentare quanto meglio possibile le aree culturali del paese, figurava Luigi Cremona, certamente il matematico italiano più attivo in quegli anni sul fronte della didattica e delle problematiche scolastiche. Cremona fu probabilmente l'ideatore di quella parte del questionario riguardante espressamente le scienze matematiche, tesa - fra l'altro - ad accertare l'efficacia del metodo euclideo nell'insegnamento della geometria imposto dai programmi liceali del 1867, da lui stesso stesi per la parte matematica.

Le carte superstiti relative all'inchiesta - che si impantanò a causa dell'enormità dell'impresa, della mancanza di risposte che potessero indicare delle chiare linee di riforma e della fine del dicastero Scialoja - sono oggi custodite presso l'Archivio Centrale dello Stato[2], dopo che la pubblicazione ufficiale degli atti iniziata nel 1875 rimase incompiuta.

Scopo di questa comunicazione è quello di fornire ragguagli sul contenuto dei documenti relativamente alle questioni legate all'insegnamento della matematica e di effettuare una prima ricostruzione, nell'ambito di una ricerca ancora in corso, dell'attività svolta da Luigi Cremona in seno alla commissione.

Bibliografia essenziale

Archivio Centrale dello Stato, *Guida ai fondi*, http://search.acs.beniculturali.it/OpacACS/resources/pdf/Guida_ai_fondi_ACS_2012_Pubblico.pdf, 2012

Commissione d'inchiesta sulla istruzione secondaria maschile e femminile. *Quesiti*, s.n., s.l., s.a. (ma 1872).

Ministero della Pubblica istruzione, *Inchiesta sulla istruzione secondaria maschile e femminile. Risposte orali e scritte ai quesiti proposti dalla Commissione*, Roma-Firenze, Tip. Bencini, 1875.

Montevecchi L., Raicich M. (a cura di), *L'inchiesta Scialoja sulla istruzione secondaria maschile e femminile (1872-1875)*, Archivio Centrale dello Stato, Fonti per la storia della scuola, vol. IV, Roma, Ministero per i Beni culturali e ambientali, 1995.

[1] Rimasero esclusi dall'inchiesta gli istituti tecnici, all'epoca dipendenti dal Ministero di Agricoltura, industria e commercio.

[2] MPI, *Div. Scuole medie (1860-1896), Commissione d'inchiesta sulla istruzione secondaria maschile e femminile (1872-75)*, bb. 4-13.

Tra indivisibili e infinitesimi: la sfida di Evangelista Torricelli

TIZIANA BASCELLI
(Università di Padova)
tiziana.bascelli@virgilio.it

Si presenta il metodo degli indivisibili di Torricelli come risultato dell'analisi del comportamento degli indivisibili di Cavalieri e come sviluppo delle potenzialità insite nelle tecniche convenzionali della geometria del Seicento.
Punti essenziali dell'intervento:

1. Torricelli utilizza gli indivisibili di Cavalieri nella Proposizione XI del suo *De dimensione parabolae* senza spiegare come sia possibile 'sommare tra loro' un numero infinito di linee per ottenere un 'aggregato'. Per chiarire questo passaggio chiave, è indispensabile rintracciare i concetti che Torricelli assume implicitamente nel suo lavoro geometrico e le diverse tappe della sua riflessione sull'infinitamente piccolo in geometria.
2. Considero il Lemma 15 della sua *Quadratura parabolae pluribus modis per duplicem positionem, more antiquorum absoluta*, in cui Torricelli calcola l'area di un triangolo curvilineo applicando tecniche tradizionali. Si considera, poi, come si comporta il metodo degli indivisibili applicato a questo triangolo e si scopre che possono insorgere paradossi se il metodo degli indivisibili viene utilizzato con superficialità.
3. Passo in rassegna gli appunti in cui Torricelli studia i risultati paradossali dell'applicazione degli indivisibili, come il suo *Campo di tartufi* e *Contro gl'infiniti*.
4. La questione centrale consiste nel capire quando una proprietà vera per i singoli oggetti rimane vera anche per il loro aggregato (*De indivisibilium doctrina perperam usurpata*). La strategia di Torricelli consiste nel costruire delle corrispondenze biunivoche tra linee e/o superficie in modo da tenere sotto controllo il corretto uso degli indivisibili.
5. Torricelli mostra che una medesima sezione della figura piana o del solido produce risultati corretti o paradossali in funzione delle circostanze geometriche in cui viene effettuata. Per lui, una possibile causa di questo comportamento dipende dal fatto che gli indivisibili non sono uguali tra loro, neanche quando sono dello stesso tipo (*Delle tangenti delle parabole infinite per lineas supplementares*).
6. Descrivo le proprietà degli indivisibili di Torricelli e illustro alcuni esempi di applicazione.

Bibliografia essenziale

Bascelli T., *Torricelli's Indivisibles*, in V. Jullien (a cura di), *17th- Century Indivisibles Revisited*, Basel, Birkhauser, forthcoming 2014.

Bortolotti E., *Evangelista Torricelli*, Matematica elementare, 2, f. 8-9-10, 1923, pp. 113-123.

Bortolotti E., *La memoria* De Infinitis Hyperbolis *di Torricelli*, Archivio di storia della scienza, 6, 1925, pp. 49-58.

Bortolotti E., *I progressi del metodo infinitesimale nell'*Opera geometrica *di Evangelista Torricelli*, Periodico di matematiche, s. 4, 8/1, 1928, pp. 19-59.

Bortolotti E., *Le* Coniche *di Apollonio e il problema inverso delle tangenti di Torricelli*, Archeion, 12, 1930, pp. 267-271.

Bortolotti E., *L'Œuvre géométrique d'Evangéliste Torricelli*, Monatshefte für Mathematik und Physik, 48, 1939.

De Gandt F., *Les indivisibles de Torricelli*, in F. De Gandt (a cura di), *L'Œuvre de Torricelli: science galiléenne et nouvelle géométrie*, Nice, Les Belles Lettres, Publications de la Faculté des Lettres et Sciences Humaines de Nice, I, 32, 1987, pp. 147-206.

De Gandt F., *L'évolution de la théorie des indivisibles et l'apport de Torricelli*, in M. Bucciantini, M. Torrini (a cura di), *Geometria e atomismo nella scuola galileiana*, Firenze, L.S. Olschki, 1992, pp. 103-118.

De Gandt F., *Force and Geometry in Newton's Principia*, trad. di C.W. Princeton, Princeton, University Press, 1995.

Festa E., *La notion d''agrégat d'indivisibles' dans la constitution de la cinématique galiléenne: Cavalieri, Galilée, Torricelli*, Etudes sur Galilée, 45, f. 2-3, 1992, pp. 307-336.
Giusti E., *Evangelista Torricelli continuatore di Galileo*, Torricelliana, 40, 1989, pp. 13-25.
Loria G., *Evangelista Torricelli e la prima rettificazione di una curva*, Atti della Reale Accademia dei Lincei, V, 6, 1897, pp. 318-323.
Torricelli E., *Opere*, a cura di G. Loria, G. Vassura, 4 voll., Faenza, G. Montanari, 1919-1944.

Qualche cenno sulla storia della teoria della misura e dell'integrazione tra la fine dell'Ottocento e l'inizio del Novecento

LOREDANA BIACINO
(Università di Napoli)
loredana.biacino2@unina.it

Tra la fine dell'Ottocento e i primi decenni del Novecento si verifica un formidabile sviluppo della matematica e in particolare dell'analisi matematica, che, non senza resistenze, abbandona i vecchi schemi concettuali e si apre all'approfondimento e alla generalizzazione sia delle già ben note tematiche, sia dei nuovi spunti di ricerca. Si tratta di un processo molto rapido di cambiamento cui contribuisce in maniera decisiva lo sviluppo dei fondamenti. Vengono infatti al pettine alcuni nodi concettuali che ineriscono al lavoro di rifondazione della matematica iniziato con la teoria degli insiemi di Cantor oppure in parte si collegano a precedenti interessi fondazionali nell'ambito dell'analisi, coronando studi precedenti soprattutto della scuola francese (si pensi a Darboux) e della scuola italiana in cui avevano campeggiato la figura di Ulisse Dini (1845-1918) e quelle dei suoi allievi Cesare Arzelà (1847-1912), Vito Volterra (1860-1940), Salvatore Pincherle (1853-1936).

Nell'Ottocento si era verificato un grande fiorire di studi concernenti le equazioni differenziali ordinarie e alle derivate parziali, che erano state introdotte e studiate sin dal Settecento: ad esse si vennero ad aggiungere nuove equazioni funzionali, come ad esempio le equazioni integrali: questo portò alla nascita di 'una nuova branca della matematica': così si esprimeva Hadamard nella relazione al Congresso internazionale dei matematici che si tenne a Bologna nel 1928, riferendosi all'analisi funzionale e ai lavori di Pincherle e Volterra.

Di pari passo con lo sviluppo dello studio delle equazioni funzionali si andava sviluppando la nuova teoria della misura per merito di Peano, Jordan e Borel e al già ben noto integrale di Riemann si venne sostituendo l'integrale di Lebesgue, con un fermento di studi molto generali aventi per oggetto le funzioni reali: uno dei risultati di questi studi fu l'istituzione di un nuovo insegnamento, la teoria delle funzioni, appositamente creato per Borel alla Sorbona nel 1909.

Nella presente comunicazione si tratta della nascita e dell'evoluzione della teoria della misura, della teoria dell'integrazione secondo Lebesgue e dei suoi sviluppi.

Bibliografia essenziale

Baire R., *Sur les fonctions de variables réelles*, Annali di Matematica, 3, 1, 1899, pp. 1-123.
Borel E., *Leçons sur la théorie des fonctions*, Paris, Gauthier-Villars, 1898.
Jordan C., *Cours d'Analyse de l'école polytechnique*, t. 2, Paris, Gauthier-Villars, 1883.
Jordan C., *Cours d'Analyse de l'école polytechnique*, t. 1, Paris, Gauthier-Villars, 1893.
Lebesgue H., *Intégrale, Longueur, Aire,* Ann. di Matematica pura e applicata, s. 3, 7, 1902.
Lebesgue H., *Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives*, Paris, Gauthier-Villars, 1904.
Lebesgue H., *Notices d'Histoire de Mathématiques*, Genève, L'enseignement mathématique, 1958.
Levi B., *Sopra l'integrazione delle serie*, pp. 775-780.
Levi B., *Sulla definizione dell'integrale*, Annali di Matematica pura e applicata, s. 4, 1, 1923-24, pp. 58-82.
Peano G., *Applicazioni geometriche al calcolo infinitesimale*, Torino, Fratelli Bocca Editori, 1887.

Riesz F., *L'évolution de la notion d'intégrale depuis Lebesgue*, Annales de l'institut Fourier, t. 1, 1949, pp. 29-42.
Vitali G., *Opere sull'analisi reale e complessa - Carteggio*, a cura dell'UMI, Cremonese, 1984.

Eulero e la teoria matematica delle assicurazioni

MARIA TERESA BORGATO
(Università di Ferrara)
bor@unife.it

Eulero ha dedicato diversi lavori alla statistica matematica e alla scienza attuariale, in particolare in cinque memorie si occupa delle assicurazioni in caso di vita o di morte: rendite vitalizie immediate o differite, assicurazioni e rendite in caso di decesso, su una o più teste. In particolare ideò il progetto di una tontina perpetua. Due di queste memorie sono legate al progetto di un'assicurazione per le vedove. Tutte presentano un impianto teorico comune, basato sulle tavole di mortalità e il calcolo attuariale.

Nella prima memoria (*Recherches générales sur la mortalité et la multiplication du genre humain*, Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Berlin, 1767) Eulero pone i principi del calcolo delle rendite, introducendo i simboli (1), (2), (3), … (n), … per indicare la probabilità di sopravvivere di un neonato fino all'età n (cioè il rapporto tra il numero dei sopravvissuti di età n e il numero N degli individui che costituiscono la popolazione iniziale). Qui Eulero risolve problemi come: trovare la probabilità che un individuo di m anni viva ancora altri n anni, oppure muoia a un'età fissata; determina la *vita probabile* (o vita mediana) a un'età data ossia risolve il problema di trovare a quale anno un uomo di età data può sperare di arrivare, in modo che sia ugualmente probabile che muoia prima o dopo questo termine. Risolve il problema base delle rendite vitalizie, ossia quello di determinare la rendita annua corrispondente ad un capitale iniziale assegnato, ed inoltre quello delle rendite vitalizie su un neonato, che iniziano ad essere pagate dopo un certo numero di anni. In termini moderni Eulero determina: 1°) la rata della rendita vitalizia immediata corrispondente ad un determinato capitale e 2°) la rata di una rendita vitalizia differita di n anni, a favore di un neonato, equivalente al capitale versato, a fondo perduto, alla nascita.

Nella seconda parte della memoria Eulero si occupa propriamente della legge di crescita demografica ed enuncia la celebre proposizione, per cui una popolazione aumenta, ad intervalli di tempo uguali, in progressione geometrica, quando nessun ostacolo ne limiti la crescita. Eulero suppone che: 1) la popolazione formi un insieme chiuso, cioè non vi sia né emigrazione né immigrazione, 2) la legge di mortalità resti costante, 3) ci sia proporzionalità diretta tra il numero dei vivi e il numero delle nascite per anno. Eulero sviluppa anche un metodo semplice per ottenere, in base a questa legge, una tavola di mortalità immediatamente applicabile, bastandogli un censimento generale e una lista mortuaria per l'anno seguente il censimento.

Nella seconda memoria *Sur les rentes viagères*, che segue nello stesso volume, Eulero risolve il problema inverso, ossia determina il premio corrispondente ad una rendita vitalizia immediata di rata annua fissata r. Trova la formula ben nota e costruisce tabelle di questi premi in dipendenza dell'età, servendosi delle tavole di mortalità di Kersseboom.

Più complesso, poiché tiene conto di due vite, è il progetto di una cassa pubblica per le pensioni alle vedove che ispirò due altre memorie di Eulero. Il progetto era stato sollecitato da Federico II, che intendeva istituire un fondo pubblico di questo tipo in Prussia, dopo una precedente sperimentazione in altra forma e analoghi esempi in altri stati germanici (Calenberg). Eulero inoltre nel 1768 era stato coinvolto da Kritter nella polemica del fondo pensioni per le vedove di Hannover, che sarebbe fallito definitivamente nel 1779. La memoria di Eulero vide la luce solo dopo il suo trasferimento in Russia e fu pubblicata in tedesco ad Amburgo (*Der Herrn Leonhard Eulers nöthige Berechnung zur Einrichtung einer*

Witwencasse, Neues Hamburgisches Magazin, 1770). Fu ripubblicata in francese a San Pietroburgo, con l'aggiunta di alcune tavole per il calcolo delle rendite (di N. Fuss), nella prima parte di un volume che rappresenta il maggior contributo di Eulero alla matematica attuariale e alla teoria delle assicurazioni: *Eclaircissemens sur les établissement publics en faveur tant des veuves que des morts, avec la description d'une nouvelle espèce de Tontine aussi favorable au Public qu'utile à l'Etat* (St. Petersbourg, de l'Imprimerie de l'Académie Impériale des Sciences, 1776).
Il problema generale è espresso da Eulero come segue:

> si tratta di procurare a una persona *B* di età *b* una rendita vitalizia di 100 rubli per anno, ma che non può cominciare che dopo la morte di un'altra persona *A*, di *a* anni di età. Si chiede a quale prezzo deve essere stimata al presente la speranza della detta persona *B*, per arrivare a godere di detta pensione.

Eulero determina, in dipendenza dall'età di *A* (che rappresenta generalmente il marito) e di *B* (la moglie), il premio da versare, sia in un'unica risoluzione (*premio unico puro*) che in rate annuali durante la vita di *A* (*premio annuale*), od anche parte in un modo e parte in un altro. Per proporzionalità, il metodo si applica ad una rendita di ammontare qualunque.

Nella seconda parte *Sur l'établissement d'une Casse pour les morts*, Eulero trae occasione dalla fondazione a San Pietroburgo, da parte del pastore luterano Ioachim Brot, di una confraternita composta di 550 persone, in cui ogni socio si impegnava a pagare 2 rubli ogni volta che uno di essi moriva. Dei 1100 rubli così raccolti ad ogni decesso, 1000 andavano alla famiglia del morto e 100 erano versati ad una chiesa per le funzioni funebri. Ogni socio defunto doveva essere rimpiazzato da uno nuovo. Le casse funerarie di questo tipo avevano una tradizione sia in Germania (*Frankenkassen*) che in Russia. Eulero dimostra che una tale cassa non poteva sopravvivere a lungo e la storia delle centinaia di casi simili gli ha dato ragione. L'obiezione principale di Eulero consisteva nel fatto che nello schema prescelto per la raccolta dei soldi, era avvantaggiata la persona che moriva più presto, poiché riusciva a partecipare ad un numero basso di collette. Siccome la somma pagata agli eredi era fissa, alcune persone potevano trovarsi nella situazione in cui le quote versate superavano quella pagata ai loro eredi, cioè si creava un problema di pagamenti eccessivi. Euler risolve il seguente problema: la persona dell'età *a* partecipa alla Società e desidera che dopo la sua morte i suoi eredi ricevano la somma prestabilita; si deve stabilire quanti soldi lui debba versare nella cassa, in un'unica soluzione o annualmente, supposto noto l'interesse che si può ricavare dal capitale in aumento.

Nella terza parte (*Plan d'une nouvelle espèce de tontine, aussi favorable au Public qu'utile à l'Etat*) viene sviluppata l'idea originale di una nuova tontina. Il principio delle ordinarie tontine di stato è il seguente: un gran numero di persone forma una società chiusa che versa allo Stato una certa somma, a fondo perduto, in cambio della quale lo Stato paga ogni anno una rendita fissa *s*, da ripartirsi tra i soci viventi. Poiché il numero di questi diminuisce progressivamente, la parte di ogni socio sopravvissuto aumenta d'anno in anno. I soci sopravvissuti sono gli eredi dei soci estinti, e l'ultimo che rimane riceve tutta la somma *s* fino alla sua morte, e dopo l'estinzione totale della società, il capitale resta allo Stato. Eulero immagina una tontina perpetua cui è possibile accedere in ogni momento e i cui membri possono conoscere in anticipo quanto aumentano le rendite ogni anno.

Bibliografia

Borgato M.T., *Euler, Lagrange and Life Insurance*, in V.N. Vasilev et al., *Leonhard Euler: 300th anniversary*, St. Petersburg, Nestor-Istorija, 2009, pp. 115-127.

Borgato M.T., *Lagrange et les fonds de pension pour les veuves*, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, 33/1, 2013, pp. 39-109.

Du Pasquier L.G., *La statistique mathématique. Les assurances sur la vie humaine*, in *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, *Préface de l'Éditeur*, s. I, t. VII, Lipsiae et Berolini, Teubner, 1923, pp. XXXV-LIII.

Zaharov A.S., Nikolaeva V.V., Леонард Эйлер и первые общества страхования жизни **в** России (о причинах появления работ Л**.** Эйлера по страхованию жизни в 1776 г**.**), *Leonhard Euler e la prima compagnia di assicurazione sulla vita in Russia (sulle cause della comparsa delle opere di L. Eulero nel ramo vita nel 1776)*, in V. Vasilyev et al., *Leonhard Euler: 300th anniversary*, St. Petersburg, Nestor- Istorija, 2009, pp. 104-114.

Archimede nel Metrikon di Erone e <Il libro> di Archimede ad Eratostene nel Palinsesto

GIUSEPPE BOSCARINO
(Sortino, SR)
gpp.bos@libero.it

Si argomenta che, pur con alcune novità di lettura apportate dalla pubblicazione della Lettera ad Eratostene nel *Palinsesto* di Archimede, con la mirabile scoperta del suo *tis tropos tes teorias en tois mathemasi dià ton mekhanikòn (un certo modo della teoria nelle cose matematiche mediante enti meccanici*) agli inizi del Novecento, rimangano importanti questioni storico-filologiche e filosofico- epistemologiche, discusse già in parte in miei scritti.

Si portano importanti testimonianze tratte dal *Metrikon* di Erone di Alessandria a favore di nostre traduzioni del lessico di Archimede e di nostre interpretazioni, non senza porre sotto indagine nello stesso tempo la personalità e l'importanza di Erone d'Alessandria nella storia del pensiero filosofico, scientifico e tecnologico greco-ellenistico in sintonia con la personalità di Archimede e la tradizione di pensiero italica della scienza.

Bibliografia

Acerbi F., *Metodo*, Torino, Boringhieri, 2013.

Boscarino G., *Le implicazioni filosofiche del concetto di numero,* Mondotre, 7, 1991, pp. 7-22.

Boscarino G., *Tradizioni di pensiero. La tradizione filosofica italica della scienza e della realtà*, Sortino, La scuola italica, 1999.

Boscarino G., *The Mystery of Archimedes. Archimedes, Physicist and Mathematician, Anti-platonic and Anti-Aristotelian Philosopher*, in *The Genius of Archimedes*, Dordrecht, Springer, 2010.

Boscarino G., *The onto-epistemological background of Archimedes' mathema,* Logic and Philosophy of Science, 9, n. 1, 2011, on line, pp. 111-129.

Boscarino G., *At the Origins of the Concepts of Máthema and Mekhané: Aristotle's Mekhanikà and Archimedes' Tropos Mekhanikòs*, in *Explorations in the History of Machines and Mechanisms Proceedings of HMM 2012*, Dordrecht, Springer, 2012.

Boyer C., *Storia della matematica*, Milano, Mondadori, 1982.

Geymonat L., *Storia della matematica*, in *Storia delle scienze*, Torino, Utet, 1965.

Heath T.L., *The works of Archimedes*, New York, Dover, 1897.

Heath. T.L., *A History of Greek Mathematics*, Cambridge, University Press, 1981.

Heronis Alexandrini, *Opera quae supersunt omnia*, vol. III, *Metrikon*, A, B, C, Lipsiae, Teubner, 1903.

Heronis Alexandrini, *Codex Costantinopolitanus*, *Metrica,* vol. II, a cura di E.M. Bruins, Leiden, E.J. Brill, 1964.

Kline M., *Storia del pensiero matematico*, vol. 1, Torino, Einaudi, 1991.

Loria G., *Le scienze esatte nell'antica Grecia*, Milano, Hoepli, 1914.

Mugler C., *Les oeuvres d'Archimède,* 4 voll., Paris, Les Belles Lettres, 1970-72.

Netz R., *The Archimedes Palimpsest*, vol. II, Cambridge, University Press, 2011.

Pappus d'Alexandrie, *La Collection mathématique,* VIII, Paris, Blanchard, 1982.

Vitrac B., *Mécanique et mathématiques à Alexandrie: le cas de Héron,* online, 2003.

Vitrac B., *Faut-il réhabiliter Héron?*, Paris, Centre Louis Gernet, online, 2008.

L'evoluzione di un problema nel corso del tempo: il problema di Apollonio dall'antichità ai frattali

ALDO BRIGAGLIA
(Università di Palermo)
brig@math.unipa.it

Il problema a cui faccio riferimento è quello di determinare una circonferenza tangente a tre altre, che Pappo riferisce all'opera perduta di Apollonio *Le tangenze*. Su questo problema, affrontato, con molte varianti, da innumerevoli matematici nel corso della storia, si sono confrontati metodi di soluzione diversi (geometria euclidea classica o geometria cartesiana, o metodi inversivi o ancora studi relativi alla sfera di Riemann e ad iterazioni nel piano complesso, fino a contribuire alla realizzazione di famosi frattali come il canestro di Apollonio). Cercherò di seguire l'*iter* storico, da Adriano Romano a Viète a Ghetaldi e a Torricelli, a Descartes nelle lettere ad una principessa tedesca, a Newton nell'*Arithmetica universalis* e nei suoi appunti manoscritti, a Jakob Steiner (1826) a dilettanti come Philip Beecroft e il premio Nobel per la chimica Frederick Soddy, fino ad arrivare a Coxeter (1968) e alle generalizzazioni di Lagarias ed altri (2001).

Bibliografia

Beecroft H., *Properties of Circles in Mutual Contact*, Lady's and Gentleman's Diary, 139, 1842, pp. 91-96; 1846, p. 51.
Coolidge J. L., *A treatise on the circle and the sphere*, Oxford, Clarendon Press, 1916.
Coxeter H.S.M., *The problem of Apollonius*, Amer. Math. Monthly, 75, 1968, pp. 5-15.
Descartes R., *Correspondance avec Elisabeth*, Philosophie, 2010.
Lagarias J., Mallows C., Wilks A., *Beyond the Descartes Circle Theorem*, The American Mathematical Monthly, 109, 2002, pp. 338-361.
Mumford D., Series C., Wright D., *Indra's Pearls: The Vision of Felix Klein*, Cambridge, University Press, 2002.
Pedoe D., *On a theorem in geometry*, Amer. Math. Monthly, 74, 1967, pp. 627-640.
Soddy F., *The Kiss Precise*, Nature, June 20, 1936, p. 1021.
Steiner J., *Einige geometrische Betrachtungen*, J. reine Angew. Math., 1, 1826, pp. 161-184, 252-288.
Viète F., *Apollonius gallus*, Paris, 1600.
Wilker J. B., *Four proofs of a generalization of the Descartes circle theorem*, Amer. Math. Monthly, 76, 1969, pp. 278–282.

Error Hunting. Misunderstandings, mistakes and misprints in Sigler's Translation of Fibonacci's Liber Abaci

EVA CAIANIELLO
(EHESS Paris)
eva.caianiello@gmail.com

The printed edition of *Liber Abaci* by B. Boncompagni has been translated from Latin into English for the first and only time by L.E. Sigler in 2003. As L.E. Sigler asserts in his introduction (p. 10): 'The Latin edition contains many misprints, mostly numerical, and itself notes several mistakes (*sic*), without the obvious correction of them but there is not one case where the misprint or mistake causes an unsolvable ambiguity. The context is always sufficient to restore correct values […]'.

If it is quite true that it is always possible to restore correct values starting from the context, Sigler doesn't always work in this way. Many are the cases in which the mathematical mistake persists - for example because of a wrong transcription, the lack of control in a calculation or an imperfect revision. We must highlight that Sigler's premature death prevented him to complete the translation and to fill critical gaps. Nevertheless, Sigler has the merit of having greatly improved *Liber*'s mathematics in comparison with Boncompagni's edition, but mistakes remain in the translation on the syntactic as well as on the semantic levels: terms used in Fibonacci's epoch, concepts related to the different aspects of mathematical activity, whole periods are wrong or translated in an excessively free way. Among other examples, in Chap. 8, some metrological units are completely erroneous as well as some classifications related to interest transactions in Chap. 12.

We must recognize that the translation of Boncompagni's text, based on a single manuscript, forbade Sigler to clarify the lacking or ambiguous parts of the text with other more correct lessons, which are present in some manuscripts. A better translation could be facilitated by establishing a critical text founded on the collation of the manuscripts.

A non-Latin reader should keep in mind the above considerations and be cautious in assimilating uncritically all the contents of the text, although he should always acknowledge that Sigler's work has the merit of providing the keys to one of the most important Mathematical Latin texts of the late Middles Ages.

Because of the undoubtable importance of the work, it is more than ever necessary to amend the errors in the English text that could be passed on to an unaware public. In this presentation, I give a few samples to highlight certain types of error, and provide possible solutions.

Bibliografia

Aïssani D., Valerian D., *Mathématiques, commerce et société à Béjaia (Bugia) au moment du séjour de Leonardo Fibonacci (XII–XIII siècle)*, Bollettino di storia delle scienze matematiche, 23, 2003, pp. 9-31.

Balducci Pegolotti F. (1301-1350), *La Pratica della mercatura*, a cura di Allan Evans, Cambridge, Mass., Medieval academy of America, 1936.

Boncompagni B. (1857-1862), *Scritti di Leonardo Pisano matematico del secolo decimo terzo. 2 vols.: I. Il Liber abaci pubblicato secondo la lezione del Codice Magliabechiano C. 1., 2616, Badia Fiorentina, n. 73 da B. Boncompagni; II. La Practica geometriae. Opuscoli: Flos, le Questiones avium e il Liber quadratorum, pubblicati da B. Boncompagni*, Roma, Boncompagni Tipografia delle Scienze matematiche.

Burattini E., Caianiello E., Carotenuto C., Germano G., Sauro L., *Per un'edizione critica del Liber Abaci di Leonardo Pisano, detto il Fibonacci*, in G. Matino (a cura di), *Forme e modi delle lingue dei testi tecnici antichi*, Napoli, D'Auria, 2012, pp. 51-138.

Burattini E., Caianiello E., Carotenuto C., Germano G., *Studies on Fibonacci's Liber Abaci*, Saggi - Sezione monografica *Reti Medievali Rivista,* 14, 2, 2013, http://rivista.retimedievali.it.

Caianiello et alii, *L'algèbre au Maghreb et son développement en Europe*, in *L'âge d'or des sciences en pays d'Islam, les manuscrits scientifiques du Maghreb,* sotto la direzione di D. Aissani e M. Djehiche, Algérie, Ministère de la culture, 2012, pp. 33-45.

Caianiello E., *Leonardo of Pisa and the Liber Abaci. Biographical elements and the project of the work*, in A. Bernard, C. Proust (a cura di), *Scientific sources and teaching contexts throughout history: problems and perspectives*, Boston Studies in the Philosophy of Science, vol. 301, Springer, 2013, pp. 217-246.

Hocquet J.-Cl., *La métrologie historique*, Paris, PUF, 1995 (Que sais-je ?, 2972).

Oaks J.A., Alkhateeb H. M., *Simplifying equations in Arabic algebra,* Historia Mathematica, 34, 2007, pp. 45-61.

Oaks J.A., *Algebraic Symbolism in Medieval Arabic Algebra*, Philosophica, 87, 2012, pp. 27-83.

Sigler L., *Fibonacci's Liber Abaci. A translation into Modern English of Leonardo Pisano's Book of Calculation*, New York, Springer-Verlag, 2002.

Travaini L., *Monete e storia nell'Italia medievale,* Roma, Istituto poligrafico e Zecca dello Stato, 2007.

Per una biografia scientifica di Salvatore Ortu Carboni

GIUSEPPE CANEPA - GIUSEPPINA FENAROLI - ROBERTO SCOTH
(Università di Genova - Università di Cagliari)
pat.giuseppe@libero.it - fenaroli@dima.unige.it - robertoscoth@unica.it

Scopo del nostro intervento è una presentazione dell'attività didattica e scientifica di Salvatore Ortu Carboni (Sassari 1859 - Genova 1939). Laureatosi in Matematica a Napoli con Ettore Caporali, nel 1884 iniziò la carriera come insegnante di Matematica nel Ginnasio di Sassari e dopo trasferimenti in varie città italiane giunse a Genova come vincitore di cattedra. Ricoprì incarichi affidatigli dal Ministero della pubblica istruzione, si occupò di problemi didattici sull'ordinamento generale degli studi di matematica nelle scuole secondarie, di questioni professionali degli insegnanti e di organizzazione delle istituzioni scolastiche scrivendo lavori per varie riviste italiane specialistiche e pubblicando pregevoli testi per l'insegnamento. Fu attivo membro dell'Associazione Mathesis. Nel 1904 fu incaricato e nel 1912 divenne ordinario di Matematica presso la Scuola superiore d'applicazione di studi commerciali di Genova dove fu il primo in Italia a tenere uno specifico insegnamento di matematica finanziaria. Si occupò di applicazioni della matematica a problemi finanziari e attuariali sviluppate in modo organico e sistematico sulla base di nozioni fondamentali di Analisi matematica. Importanti il *Trattato di matematica finanziaria* (1907, 1915², 1929ʳ) contenente una teoria matematica dell'interesse, con varie applicazioni, e trattazioni di questioni sui prestiti, e il volume *Matematica e tecnica attuariale. Assicurazioni su la vita umana* (1926) con utilizzo del calcolo delle probabilità e della statistica matematica. Dal 1919 al 1930 diresse con Filadelfo Insolera il *Giornale di matematica finanziaria*. Fu socio effettivo dell'Istituto italiano degli attuari fin dalla fondazione (1929) e può essere considerato a pieno titolo uno dei pionieri della scienza attuariale italiana.

Bibliografia essenziale

Fascicolo del prof. Salvatore Ortu Carboni, Archivio dell'Università di Genova.

Studi in onore del professore Salvatore Ortu Carboni, a cura dell'Istituto Superiore di Scienze economiche e commerciali di Genova, Roma, 1935, pp. IX-XXIV.

Del Vecchio E., *Due Maestri dell'Ateneo Genovese: Prof. Salvatore Ortu Carboni - Prof. Enrico Lenzi,* in *Onoranze al Prof. Salvatore Ortu Carboni e al Prof. Enrico Lenzi dell'Ateneo Genovese*, Giornale di Matematica Finanziaria, 4, 1, 1955, pp. 7-24.

Fenaroli G., *Salvatore Ortu Carboni*, DBI, Ist. della Enciclopedia Italiana, vol. 79, 2013, pp. 764-766.

Insolera F., *Salvatore Ortu Carboni,* Giornale di Matematica Finanziaria, 2, 1939, pp. 37-40.

Lenzi E., *Necrologio di Salvatore Ortu Carboni,* Annuario dell'Università di Genova, a.a. 1939-40, Genova, 1940, pp. 389-391.

Massa Piergiovanni P. (a cura di), *Dalla Scuola Superiore di Commercio alla facoltà di Economia 1884-1986*, Atti della Società Ligure di Storia Patria, Fonti e Studi per la Storia dell'Università di Genova, Nuova Serie, XXXII (CVI), f. 1, 1992.

Il sistema delle frazioni in Fibonacci: origini ed eredità

CONCETTA CAROTENUTO
(Università di Napoli Federico II)
concettacarotenuto@libero.it

Dal quinto capitolo del *Liber Abaci* si introduce la nozione di frazione che sarà molto utile al Pisano a partire dall'ottavo capitolo, quando si riveleranno indispensabili nei complicati calcoli dei cambi di monete da utilizzare nelle transazioni commerciali. Le frazioni servono anche per indicare le parti decimali di un numero, quelle per intenderci che nella notazione moderna seguono la virgola: si generano così quei numeri 'misti' ovvero composti da un intero più una parte frazionaria. Ad esempio dove noi scriviamo 11,8 Fibonacci scriveva $\frac{5}{6}$ 11: si noti che il Pisano, e in questo è evidente l'eredità araba di una scrittura che procede da destra a sinistra, poneva abitualmente la parte o le parti frazionarie di un numero misto davanti alla parte intera. Fibonacci procede con cautela: la notazione delle frazioni è sconosciuta ai mercanti occidentali che già dovevano digerire la novità del sistema di numerazione indo-arabo. Va qui anzitutto rilevato che già l'uso della linea di frazione, usata regolarmente da Fibonacci, costituisce un'innovazione: essa era nota nel mondo arabo prima di lui, ma fu solo nel XVI secolo che entrò nell'uso generale. In realtà l'argomento è particolarmente delicato anche per il lettore moderno, dal momento che il sistema cui fa riferimento il Pisano è completamente diverso da quello attuale e ne approfondiremo le peculiarità nel corso della relazione. Mi soffermerò sul concetto di 'frazione continua', del tutto ignoto alla matematica moderna: si tratta di una linea di frazione 'allungata' che prevede due o più numeratori e denominatori. In realtà la frazione allungata è la scrittura sintetica di un algoritmo più complesso che prevede la somma di tre frazioni in cui i numeratori sono quelli della frazione continua mentre i denominatori sono, procedendo da sinistra a destra, per la prima il prodotto dei tre denominatori, per la seconda del secondo e del terzo e per la terza solo del terzo. Inoltre ci occuperemo delle frazioni a numeratore unitario: questo tipo di frazione infatti era preferito dal Pisano e dai suoi contemporanei perché meglio si adattavano al loro modo di effettuare i calcoli. Fibonacci doveva prediligere le frazioni a numeratore unitario e riteneva che anche i suoi lettori fossero della sua opinione. Infatti il *Liber Abaci* contiene tavole di conversione per passare da frazioni comuni a frazioni con numeratore unitario.

A questo punto sarà possibile sintetizzare le peculiarità della scrittura delle frazioni da parte di Fibonacci:

1. l'autore non usa frazioni decimali (se non occasionalmente);
2. le frazioni sono sempre minori dell'unità (le nostre frazioni proprie);
3. la maggior parte delle frazioni contenute nei testi dei problemi sono frazioni unitarie, mentre le frazioni contenute nelle soluzioni non hanno questa limitazione;
4. all'epoca di Fibonacci non erano ancora stati inventati i segni di operazione e la successione di due frazioni stava a indicare la loro somma.

Bibliografia

Allard A., *Les sources arithmétiques et le calcul indien dans le Liber Abaci*, in *Il tempo, le opere, l'eredità scientifica, Atti del Congresso internazionale di Pisa*, Pisa, 1994.

Ambrosetti N., *L'eredità arabo-islamica nelle scienze e nelle arti del calcolo dell'Europa medievale*, Milano, 2008.

Antoni T., *Leonardo Pisano detto il Fibonacci e lo sviluppo della contabilità mercantile del '200* in M. Morelli, M. Tangheroni (a cura di), *Il tempo, le opere, l'eredità scientifica*, Pisa, 1994.

Beit-Arié M., *Transmission de textes par scribes et copistes. Interférences incoscientes et critiques*, in *Les Problèmes posés par l'édition critique des textes anciens et médiévaux*, Louvain-LaNeuve, 1992.

Berschin W., *Traduzioni in latino nel secolo XIII* in C. Leonardi, G. Orlandi (a cura di), *Aspetti della letteratura latina nel secolo XIII. Atti del primo Convegno internazionale di studi dell'associazione per il Medioevo e l'Umanesimo latini (AMUL) Perugia 3-5 ottobre 1983*, Spoleto, 1992.

Bocchi A., *Geometria*, Volgare in Lingua e Stile, 2, 2009.

Boyer B.C., *Storia della matematica*, Milano, 1976.

Boncompagni B., *Scritti di Leonardo Pisano*, Roma, Tipografia Scienze Matematiche e Fisiche, 1857.

Burattini E., Caianiello E., Carotenuto C., Germano G., *Per un'edizione critica del Liber Abaci di Leonardo Pisano detto il Fibonacci*, in G. Matino, R. Grisolia (a cura di), *Forme e Modi dei testi tecnici antichi*, Napoli, 2012.

Devlin K., *I numeri magici di Fibonacci*, Bergamo, 2012.

Djebbar A., *L'algèbre arabe*, Parigi, 2005.

Folkerts M., *Leonardo Fibonacci's knowledge of Euclid's Elements and of other mathematical texts* in *Leonardo Fibonacci, Matematica e società nel Mediterraneo nel secolo XIII*, Roma, 2005, pp. 93-114.
Geronimi N., *Giochi matematici del medioevo*, Milano, 2006, p. XXXVII.
Holtz L., *Autore, copista, anonimo*, in *Lo Spazio letterario del Medioevo*, Roma, 2005, pp. 325-352.
Norberg D., *Manuale di latino medievale*, a cura di M. Oldoni, Cava de' Tirreni, 1999.
Scarpa F., *La traduzione specializzata*, Milano, 2008.
Simi A., *L'eredità della Practica geometriae di Leonardo Pisano nella geometria del basso Medioevo e del primo Rinascimento*, BSSM, XXIV, f. 1, 2004.
Smith D.E., *History of Mathematics*, vol. II, Boston, 1925.
Tucci U., *Manuali d'aritmetica e mentalità mercantile tra Medioevo e Rinascimento* in M. Morelli, M. Tangheroni (a cura di), *Il tempo, le opere, l'eredità scientifica*, Pisa, 1994.
Sigler L.E., *Fibonacci's Liber Abaci, A traslation into Modern English of Leonardo Pisano's Book of Calculation*, New York, Berlin, Heidelberg, 2002.

Eugenio Elia Levi: una vita non del tutto egoista

Andrea Celli - Maurizio Mattaliano
(CNR - Istituto per le Applicazioni del Calcolo, Roma)
a.celli@iac.cnr.it

Eugenio Elia Levi è stato uno dei più importanti matematici italiani a cavallo tra XIX e XX secolo. Egli ha portato significativi contributi in diversi campi della matematica e si può ritenere che questi contributi sarebbero stati ancora più significativi se la sua attività scientifica non fosse stata tragicamente interrotta dalla guerra.

A fronte dell'importanza scientifica di questo autore, la bibliografia al suo riguardo è estremamente esigua, se si escludono le commemorazioni pubblicate subito dopo la sua morte e la raccolta delle sue *Opere*, curata da Mauro Picone per l'UMI.

Il fatto che lo stesso Picone considerasse E.E. Levi tra i propri 'maestri', ponendolo almeno alla pari di Luigi Bianchi e Ulisse Dini, ha spinto gli autori ad un lungo, paziente e - per certi versi - fortunato lavoro alla ricerca di maggiori informazioni su questo matematico. Il primo risultato è stato il reperimento di molti carteggi inediti, provenienti da archivi pubblici e privati, che sono oggetto di una monografia in corso di stampa. A questa seguirà un volume di scritti che si potrebbero definire dimenticati. Il risultato finale che si auspica è quello di stimolare un rinnovato interesse degli storici su Eugenio Elia Levi.

Già un primo, rapido esame del materiale trovato permette di comprendere meglio la personalità di E.E. Levi nei suoi rapporti con gli altri matematici, con personaggi della cultura dell'epoca e con i famigliari e soprattutto il suo impegno politico interventista. Ne emerge una personalità di tutto rilievo, tesa a reinterpretare le tradizioni matematiche, culturali e religiose in modo dinamico e volto alla costruzione di un futuro migliore. Anche lo scontro tra i suoi ideali di interventista democratico e la tragica realtà della guerra viene vissuto profondamente, cercando di condividere e migliorare la situazione dei soldati ai suoi ordini e rifiutando ogni proposta che potesse metterlo 'al sicuro'. La sintesi migliore della sua personalità è forse nella chiusura della sua lettera-testamento: "Ricordatemi dunque e pensatemi come una vita non del tutto egoista: è questo l'unico desiderio che mi sia possibile formulare, e del resto il succo della vita è tutto qui".

Bibliografia

Celli A., Mattaliano M., *Eugenio Elia Levi: Le speranze perdute della matematica italiana*, Milano, edizioni EGEA, in corso di stampa.

Max Dehn e i Principi della Geometria

CINZIA CERRONI
(Università di Palermo)
cinzia.cerroni@unipa.it

Max Dehn nacque ad Amburgo nel 1878 e morì a Black Mountain, North Carolina nel 1952. Fu allievo di Hilbert a Gottinga, dove ebbe il titolo di dottorato all'età di ventuno anni, con la tesi: *Die Legendreschen Sätze über die Winkelsumme im Dreieck* sui fondamenti della geometria. Nel 1901 ottenne l'abilitazione all'Università di Monaco, con una dissertazione nella quale risolse il terzo dei ventitré problemi di Hilbert, che riguardava i fondamenti della geometria. In particolare Dehn dimostrò che l'Assioma di Archimede è necessario per dimostrare che due tetraedri hanno lo stesso volume se hanno le stesse aree di base e le stesse altezze. Dal 1901 al 1911 fu *Privatdozent* all'Università di Monaco e diventò nel 1913 professore ordinario all'Università di Breslavia. Nel 1921 si trasferì all'Università di Francoforte sul Meno. Egli si interessava alla storia della matematica antica e moderna e fondò nel 1922 il seminario di Storia della Matematica. Nel 1935 fu costretto a lasciare l'Università per motivi razziali. Nel 1939 emigrò dalla Germania a Copenhagen e successivamente a Trondheim in Norvegia, dove ebbe una posizione al Politecnico fino al 1940. Nel 1941, quando le truppe tedesche invasero la Norvegia, emigrò negli Stati Uniti. Qui ebbe una vita itinerante, fino a che non trovò una posizione che lo soddisfacesse. Lavorò all'Università Statale di Idaho a Pocatello, all'Illinois Istituto Tecnologico a Chicago e al Collegio di St John's ad Annapolis, in Maryland. Nel 1945, finalmente, ebbe una posizione al Collegio Black Mountain, in North Carolina, dove rimase fino alla morte. Gli studi di Dehn vanno dai fondamenti della geometria (geometria non archimedea) alla topologia (teoria dei nodi). Inoltre, si interessava di filosofia della matematica e rifletteva criticamente sui principi della Geometria e sulla loro evoluzione.

All'Università di Austin, Texas, nel Briscoe Center for American History si trova un Archivio di documenti di Max Dehn[3]. Tra i documenti, c'è il manoscritto, non datato, dal titolo: *Die Veränderung der Mathematischen Methodik Durch die Entdeckung der Nicht-Euklidischen Geometrie*[4]. Scopo di questa comunicazione è l'analisi del manoscritto, alla luce delle ricerche di Dehn sui fondamenti della geometria. In esso Dehn analizza l'evoluzione del metodo matematico, e dei sistemi di assiomi, dagli elementi di Euclide alla geometria proiettiva e alla topologia:

> I filosofi interessati a questioni gnoseologiche hanno analizzato attentamente tale metodo, giungendo in alcuni casi a porre i risultati così raggiunti a fondamento del loro stesso sistema. Sorprende tuttavia che questi studiosi non abbiano tenuto nella giusta considerazione il fatto che il metodo matematico, da quando i Greci hanno inventato la matematica, non è affatto rimasto lo stesso; […] È però significativo e particolarmente importante che le stazioni principali di questo processo di cambiamento siano state caratterizzate da scoperte matematiche.

Bibliografia

Dehn M., *Die Legendreschen Sätze über die Winkelsumme im Dreieck*, Math. Ann., 53(3), 1900, pp. 404-439.
Dehn M., *Über den Rauminhalt*, Math. Ann., 55(3), 1901, pp. 465-478.
Magnus W., *Moufang R.,Max Dehn zum Gedächtnis*, Math. Ann., 127, 1954, pp. 215-227.

[3] Un catalogo è nel sito http://www.lib.utexas.edu/taro/utcah/00192/cah-00192.html
[4] Il cambiamento della metodologia matematica in seguito alla scoperta della geometria non-euclidea

'De l'aigreur dans vos plumes': la controversia tra James Gregory e Christiaan Huygens intorno alla quadratura del cerchio

DAVIDE CRIPPA
(SPHERE UMR 7219, Universite' Denis Diderot, Paris 7)
davide.crippa@etu.univ-paris-diderot.fr

Il presente intervento sarà dedicato alla controversia che oppose, tra la fine del 1668 e i primi mesi del 1669, James Gregory e Christiaan Huygens rispetto all'impossibilità di risolvere algebricamente la quadratura di un settore arbitrario del cerchio e delle coniche a centro.

L'impiego di metodi algebrici nell'analisi dei problemi geometrici portò in età moderna, e in particolare con Viète e con Descartes, all'emergere dell'ideale che 'tutti' i problemi geometrici avrebbero potuto essere risolti seguendo i precetti del metodo analitico.

Questa ambiziosa dichiarazione era però oggetto di discussione presso i matematici del secolo XVII. Ad esempio, era possibile trattare con l'algebra dei segmenti cartesiana un problema come la quadratura del cerchio, o di un suo settore arbitrario? Questa è la domanda che si pone James Gregory nell'*incipit* del suo trattato *Vera Circuli et Hyperbolae Quadraturae* (Frambotti, 1667), e a cui darà, nel corso delle prime undici proposizioni, risposta negativa, formulando un teorema circa l'impossibilità di risolvere la quadratura di un settore arbitrario di una conica a centro (cerchio, ellisse o iperbola) con i metodi della geometria cartesiana.

Tale risultato, in particolare, fu oggetto di ripetute obiezioni da parte di Christiaan Huygens. Quest'ultimo scrisse, a partire dal luglio 1668 e fino all'inizio dell'anno successivo, aspre critiche a quest'opera, pubblicate come lettere all'editore del *Journal des Sçavans,* Jean Galloys. A sua volta, Gregory rispose in maniera altrettanto dura, per mezzo di lettere indirizzate al direttore delle *Philosophical Transactions of the Royal Society.*

Questo scambio di lettere ingenerò una controversia, che vide la partecipazione di altre figure eminenti, quali John Wallis, il Lord Visconte Brouncker, Henri Oldenburg e John Collins, molti dei quali, pur mobilitandosi, inizialmente, in favore di James Gregory, riconobbero nel corso della polemica le ragioni di Huygens. Nel mio intervento, discuterò la struttura della prova di impossibilità presentata da Gregory, le principali obiezioni contro questa prova avanzate da Huygens e da Wallis, l'evoluzione della controversia e i nodi rimasti aperti al momento della sua chiusura nel febbraio 1669.

Bibliografia

Dehn M., Hellinger D.E., *Certain mathematical achievements of James Gregory*, The American Mathematical Monthly, 50(3), 1943, pp. 149–163.

Dijksterhuis E.J., *James Gregory and Christiaan Huygens*, in *The James Gregory Tercentenary Memorial Volume*, London, 1939.

Gregory J., *Exercitationes geometricae*, Giulielmi Godbid, 1668a.

Gregory J., *Geometriae pars universalis inserviens quantitatum curvarum transmutationi et mensurae*. Frambotti, 1668b.

Gregory J., *Vera circuli et hyperbolae quadratura in propria sua proportionis specie, inuenta, & demonstrata*, Patavii, ex typographia Iacobii de Cadorinis, 1667.

Gregory J. (Turnbull ed.), *The James Gregory Tercentenary Memorial Volume*, London, 1939.

Huygens C., *Oeuvres complètes publiées par la Société hollandaise des sciences*, 22 voll., The Hague, M. Nijhoff, 1888-1950.

Malet A., *Studies on James Gregorie*, PhD thesis, Princeton University, 1989.

Scriba C.J., *James Gregorys frühe Schriften zur Infinitesimalrechnung*. Selbstverlag des Mathematischen Seminars, 1957.

Wallis J., *Correspondence of John Wallis (1668-1671)*, vol. III, Oxford, Oxford University Press, 2012.

Poligoni di Poncelet: una lunga storia tra Ottocento e Novecento

ANDREA DEL CENTINA
(Università di Ferrara)
cen@unife.it

Nel 1822 Poncelet pubblicò il *Traité sur les propriétés projectives des figures*, dove, per la prima volta, appariva il seguente teorema: date nel piano due coniche non singolari C e D, se esiste un poligono di n lati simultaneamente inscritto in C e circoscritto a D, allora esistono infiniti tali poligoni, e ogni punto di C è vertice di un tale poligono. Questo teorema è oggi noto come *porisma di Poncelet*, o *teorema di chiusura di Poncelet*, ed i poligoni in questione sono detti *poligoni di Poncelet*. Egli 'dimostrò' il teorema sulla base del controverso *Principio di continuità*, che pose a fondamento dell'intero trattato. Poncelet aveva ottenuto una prima dimostrazione del teorema tra il 1813 e il 1814, al tempo della sua prigionia in Saratov. In occasione del bicentenario di questa fondamentale scoperta ho voluto ripercorrere la storia del teorema, delle sue varie dimostrazioni ed estensioni, dalle origini fino ai giorni nostri, una lunga storia che ha visto coinvolti matematici di grande fama. Nel 1828 Jacobi rivelò come il problema dell'esistenza dei poligoni di Poncelet fosse legato alla teoria delle funzioni ellittiche, dando una dimostrazione del teorema, nel caso particolare in cui C e D sono due circonferenze una interna all'altra, utilizzando la funzione *amplitudin*e.

In questa comunicazione mi soffermo sul contributo che due italiani, Nicola Trudi e Francesco Gerbaldi, diedero - tra Ottocento e Novecento - alla dimostrazione del teorema e alla soluzione di certi problemi ad esso connessi.

Venticinque anni dopo la pubblicazione di Jacobi, simultaneamente ma indipendentemente uno dall'altro, N. Trudi e A. Cayley ne completarono l'opera considerando il caso generale di due coniche. Entrambe le dimostrazioni utilizzano, anche se sotto aspetti diversi, il teorema di addizione degli integrali ellittici di Euler. Nella nota storica inserita nel primo volume di *Applications d'analyse et de géométrie* (1862), Poncelet citò i lavori di Jacobi, Cayley ed altri, ma non citò Trudi, che amareggiato cercò di rivendicare il suo risultato con altre due memorie, purtroppo rimaste anch'esse sconosciute.

Gerbaldi, nel 1919, riprendendo certe sue ricerche precedenti, in un bel lavoro di carattere algebrico applicò le *frazioni continue di Halphen* alla determinazione del bi-grado del covariante il cui annullamento garantisce l'esistenza di un n-gono interscritto alle due coniche. Questo calcolo gli consentì di risolvere un'importante questione di geometria enumerativa.

Bibliografia essenziale

Del Centina A., *Poncelet's porism, a long story of renewed discoveries*, 2014, in preparazione.

Gerbaldi F., *Le frazioni continue di Halphen in relazione alle corrispondenze (2,2) involutorie e coi poligoni di Poncelet*, Rend. Circolo Matematico Palermo, 43, 1919, pp. 78-104.

Trudi N., *Rappresentazione geometrica immediata dell'equazione fondamentale della teorica delle funzioni ellittiche con diverse applicazioni*, Memorie Reale Ac. Sc. Di Napoli, 1, 1853 (1856) pp. 63-100.

Alcuni aspetti dell'opera di Ernesto Padova

LUCA DELL'AGLIO
(Università della Calabria)
dellagliomdl@hotmail.com

Allievo di Enrico Betti a Pisa, Ernesto Padova rappresenta una figura di importanza non secondaria nel panorama della matematica italiana post-Unitaria, con ricerche che presentano, da vari punti di vista, caratteristiche molto avanzate per l'epoca. Scopo della presente comunicazione è di prendere in esame alcune di queste ricerche, in particolare in relazione allo sviluppo della meccanica e della geometria differenziale nella seconda parte del XIX secolo.

Bibliografia essenziale

Beltrami E., *Personale accademico. Ernesto Padova*, Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei, s. 5, 5_1, 1896, pp. 284-285.

Ricci-Curbastro G., *Commemorazione del Prof. Ernesto Padova*, Padova, Tipografia G.B. Randi, 1897, pp. 5-41 (in *Opere*, II, pp. 62-77).

Tricomi F.G., *Matematici italiani del primo secolo dello Stato unitario*, Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino, Classe di Scienze fisiche matematiche e naturali, IV, 1962, pp. 1-120.

The Notion of 'Adjunction' in the History of Mathematics, Philosophy and the Theory of Conflict Resolution

ANTONINO DRAGO
(Università di Napoli)
drago@unina.it

The most impressive advancement of modern mathematics was the invention of infinitesimal analysis. Berkeley's critical analysis suggested that its genius is a twofold mistake. Lazare Carnot's celebrated interpretation of calculus translated Berkeley's criticism from a matter of calculations to a method of arguing on constructive objects: given a problem, the addition of the adjunction to the system simplifies the search for the wanted solution; once it is obtained, one comes back to the original system by eliminating the adjunction through a constructive process, e.g. the limit. (1)

He applied this method of arguing also in geometry (continuous deplacements of elements of a given figure) (2) and mechanics (geometrical motions) (3). His son applied it when founding thermodynamics (adiabatic transformations). (4) (Here later Mach recognised a general method for arguing in science. (5)) Galois's theory relied on the 'adjunction' (emphatically written by him) of roots. (6) Kolmogorov proved the consistency of the LEM by the adjunctions of 'pseudotruths'. (7)

This same method, but in an idealised version, may be recognised in each deductive theory; a first principle appeals to an ideal notion (e.g. in Newton's mechanics, motion without friction); then, a further principle suppresses previous idealization (friction is introduced as a macroscopic force). (8) Klein's Erlangen program relied upon the adjunction of the conics at infinity. (9) Goedel described the mathematical activity as relying on the adjunction of ideal elements, provided that one proves the consistency of the resulting system. (10) The idealistic infinitesimals which in calculus of past times were introduced as adjunctions and then suppressed, have been rehabilitated by non-standard analysis. (11)

After having discovered in Kant the notion of 'adjunction', then by Hegel elevated to an *Aufhebung* of Absolute Spirit, the philosopher Capitini conceived it inside the interpersonal relationships, as the move capable to non-violently resolving a conflict. (12) In Freud's theory the analyst looks for the resolution of an intimate conflict inside a man through the adjunctions of the dreams to the objective behaviours. (13) The same L. Carnot applied the method to his celebrated defensive strategy of a stronghold (the sallies breaking a besieger's step-by-step advancement). (14)

Bibliografia

1) Carnot L., *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal*, Paris, Courcier, 1813, pp. 217-251.

2) Boiano L., Drago A., *La valorizzazione del metodo sintetico nella geometria di L. Carnot*, in B. Rizzi et al. (a cura di), *Matematica moderna e insegnamento,* Roma, Ed. Luciani, 1993, pp. 257-265.
3) Drago A., *A new appraisal of old formulations of mechanics*, Am. J. Phys., 72, 2004, pp. 407-9.
4) Drago A., Pisano R., *Interpretazione e ricostruzione delle Réflexions di Sadi Carnot mediante la logica non classica*, Giornale di Fisica, 41, 2000, pp. 195-215.
5) Mach E., *Principles of Heat*, 1886, Boston, Reidel, 1996, ch. XIX.
6) Galois E., *Ecrits et Mémoires Mathématiques*, Paris, Gauthier-Villars, 1961, p. 45.
7) Kolmogorov A.N., *On the principle of the excluded middle* (1925), in J. van Heijenoort (a cura di), *From Frege to Gödel*, Harvard, U.P., 1967, pp. 414-447.
8) Drago A., *A Characterization of Newtonian Paradigm*, in P.B. Scheurer, G. Debrock (a cura di), *Newton's Scientific and Philosophical Legacy,* Dordrecht, Kluwer Acad. P., 1988, pp. 239-252.
9) Klein F., *Erlangen Program*. http://arxiv.org/abs/0807.3161.
10) Gödel K., *Collected Works*, (1931a), Oxford, Oxford U.P., 2001.
11) Drago A., *Verso la conoscenza dei fondamenti della matematica: l'analisi infinitesimale di Lazare Carnot*, in L. Magnani (a cura di), *Conoscenza e Matematica*, Marcos y Marcos, 1991, pp. 469-484.
12) Capitini A., *L'avvenire della dialettica*, Riv. Fil., 50, 1959, pp. 224-230.
13) Drago A., *"Sulla negazione" di S. Freud e i fondamenti della scienza*, in G. Sala, M. Cesa-Bianchi (a cura di), *La presenza di Gustavo Iacono nella psicologia italiana,* Rho, La Milanesa, 1992, pp. 137-150.
14) Drago A., *Mécanique et défense dans la pensée de Lazare Carnot*, in J.-P. Charnay (a cura di), *Lazare Carnot ou le savant-citoyen,* Paris, P. Université Paris-Sorbonne, 1990, pp. 557-576.

Le lezioni di Felix Klein a Leipzig

Maria Rosaria Enea
(Università della Basilicata)
maria.enea@unibas.it

Nel 1891 Ernesto Cesàro chiede all'amico e collega Francesco Gerbaldi di tradurre per lui, dal tedesco, le lezioni tenute da Felix Klein a Leipzig nel primo semestre del 1880-81, *Einleitung in die geometrische Funktionentheorie* [Introduzione alla teoria geometrica delle funzioni].

Gerbaldi conosceva bene il tedesco, era infatti uno dei tanti giovani ricercatori italiani che avevano trascorso lunghi periodi di perfezionamento all'estero: nel 1882-83 aveva seguito a Leipzig proprio le lezioni di Klein e a Berlino quelle di Kronecker e Weierstrass.

L'interesse di Cesàro per un corso di analisi complessa, quale fu quello tenuto da Klein, è sicuramente legato alle sue ricerche in Teoria dei Numeri.

Il lavoro che qui presentiamo prende le mosse proprio dalla traduzione italiana del *Funktionentheorie*, fatta da Gerbaldi, conservata nel Fondo Cesàro a Napoli. L'interesse storico di questa traduzione, la prima in una lingua diversa dal tedesco, è giustificato dal legame che queste lezioni hanno con quelli che furono, come osserva lo stesso Klein, i migliori risultati della sua produzione scientifica, i *teoremi di uniformizzazione*, chiavi di volta nella teoria delle *funzioni automorfe* nell'ambito della teoria generale delle funzioni di variabile complessa di Bernhard Riemann. A far da retroscena a queste ricerche fu la *friendly rivalry* con Poincaré.

Prendendo spunto da tutto ciò abbiamo voluto raccontare anche una parte, poco conosciuta fuori dalla Germania, della vita di Klein: il suo arrivo all'Università di Leipzig, le innumerevoli attività didattiche e seminariali qui organizzate e la creazione di un *Seminario Matematico*. Ci soffermeremo anche su alcuni aspetti del discorso inaugurale, incentrato sul rapporto della matematica con le applicazioni.

Bibliografia

Courant R., *Felix Klein*, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 34, 1925, pp. 197-213.

Enea M.R. (a cura di), *Francesco Gerbaldi e i Matematici dell'Università di Palermo*, Note di Matematica, Storia e Cultura, Pristem/Storia, 34-35, Milano, 2013.

Enea M.R. (a cura di), *Per una teoria geometrica delle funzioni. Le lezioni di Felix Klein a Leipzig*, L'Algebra e le sue Applicazioni: tra Classico e Moderno, Collana diretta da A. Ragusa, Aracne 2014.

Fricke R., Klein F., *Vorlesungen über die Theorie der automorphen Functionen*, 2 voll., Leipzig, Teubner, 1897-1912.

Klein F., *Űber eine neue Art der Riemann'schen Flächen*, Mathematische Annalen, 7, 1874, pp. 558-566; 10, 1876, pp. 398-417.

Klein F., *Zur Theorie der elliptischen Modulfunctionen*, Mathematische Annalen, 17, 1880, pp. 62-70.

Klein F., *Über Funktionentheorie in geometrischer Behandlungsweise*, Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Göttingen, Cod: MS Klein, XIV E Funktionentheorie I (1880/81 Leipzig), Kleins Vorbereitungen der Vorlesung gleichen Titels.

Klein F., *Funktionentheorie in geometrischer Behandlungsweise* I und II, Leipzig 1880/1881, Bibliotek der Sektion Mathematik der Karl-Max_Universität Leipzig, Normalhefte I und II von E.J.M. Lange in einer Abschrift (handschriftlich) von A. Mayer.

Klein F., *Funktionentheorie in geometrischer Behandlungsweise*, Handschriftenabteilung der Universitätsbibliothek Leipzig, Nachlass O. Wiener 48, 2 Nr. 6, Klein Funktionentheorie. Teilweise Stenographische Abschrift O. Wieners der Ausarbeitung dieser Kleinschen Vorlesung (1. Und 2. Semester) von E.J.M. Lange.

Klein F., *Űber Riemanns Theorie der algebraischen Funktionen und ihrer Integrale*, Teubner, 1882.

Klein F., *Einleitung in die geometrische Funktionentheorie*. Vorlesung gehalten in Leipzig während des Wintersemesters 1880/81 von F. Klein. Göttingen: 1892 Autographie einer Überarbeitung von P. Epstein der Ausarbeitng dieser Vorlesung durch E. J. M. Lange.

König F., *Die Entstehung des Mathematischen Seminars an der Universität Leipzig im Rahmen des Institutionalisierungsprozesses der Mathematik an den deutschen Universitäten des 19. Jahrhunderts*, Dissertation zur Promotion, Leipzig, Universität 1891.

König F., *Die Gründung des Mathematischen Seminars der Universität Leipzig*, in *100 Jahre Mathematisches Seminar der Karl-Marx-Universität Leipzig*, Hrsg. H. Beckert, H. Schumann, Berlin, Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1891, pp. 43-71.

König F. (a cura di), *Funktionentheorie in geometrischer Behandlungsweise*, Kleins Vorlesungs, gehalten in Leipzig 1880/81, Teubner Archiv zur Mathematik, Band 7, Leipzig, 1897.

Poincaré H., *Sur les fonctions fuchsienne*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 92, 1881, pp. 333-335, 395-398; 93, 1881, pp. 301-303; 94, 1882, pp. 1038-1040.

Poincaré H., *Sur les groupes kleinéens*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 93, 1881, pp. 44-46.

Poincaré H., *Sur l'Uniformisation des Fonctions analytiques*, Acta Mathematica, 31, 1907, pp. 1-63.

Thiele R., *Felix Klein in Leipzig*, Leipzig, Edition am Gutenbergplazt, 2011.

Il dibattito Jourdain-Réthy sul principio di minima azione: sviluppi teorici del calcolo delle variazioni in meccanica fra ottocento e novecento

FABER FABBRIS
(Ricercatore indipendente)
faber.fabbris@yahoo.fr

Dopo il periodo di 'fondazione' (1744-1834), ad opera di Eulero, Lagrange ed Hamilton, ed i contributi chiarificatori di Jacobi e Rodriguez, il 'Principio di minima azione' lascia il centro della scena fisico-matematica. Sarà Helmholtz a mettere di nuovo chiaramente in evidenza, nel 1887, che il confronto di traiettorie di pari energia totale non è compatibile con la simultanea variazione tra 'estremi fissi' della variabile t. Sulla scia di questo primo importante contributo si apre un dibattito tra il matematico ungherese Moritz Réthy (1846-

1925) ed il britannico Philip Edward Bertrand Jourdain (1879-1919), noto soprattutto come logico, e seguace di Bertand Russell. Si analizzano in particolare quattro articoli apparsi sui *Mathematischen Annalen* fra il 1897 ed il 1908 ed i diversi punti di vista ivi espressi. Il nodo del dibattito verte sull'equivalenza tra il principio di minima azione e quello di Hamilton, sulle generalizzazioni del primo al caso di funzioni delle forze non solo posizionali, e conseguentemente sulla natura del processo di variazione, con particolare riguardo al suo significato fisico. Questo scambio si colloca in una più generale riflessione sui rapporti tra calcolo delle variazioni e fondamenti della fisica, che vedrà partecipare molti dei protagonisti della matematica e della fisica a cavallo fra i secoli XIX e XX.

Bibliografia essenziale

Jourdain P.E.B., *On the General Equations of Mechanics,* Quarterly Journal of Mathematics, 36, 1904, pp. 61-79.

Jourdain P.E.B., *The derivation of Equations in Generalised Coordinates from the Principle of Least Action and Allied Principles,* Mathematische Annalen, 62, 1906, pp. 413-418.

Jourdain P.E.B., *On those Principles of Mechanics which depend upon Processes of Variation*, Mathematischen Annalen, 65, 1908, pp. 513-527.

Jourdain P.E.B., *Maupertuis and the Principle of Least Action*, The Monist, 22, 3, 1912, pp. 414-459.

Hamilton W.R., *On a General Method in Dynamics* […], Philosophical Transactions of the Royal Society, 124, 1834, pp. 247-308.

Hamilton W.R., *Second Essay on a General Method in Dynamics*, Philosophical Transactions of the Royal Society, 125, 1835, pp. 95-144.

Helmholtz H., *Zur Geschichte der Princips der kleinsten Action*, Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1887, pp. 225-236.

Holder, O., *Über die Principien von Hamilton und Maupertuis*, Nachrichten von der Geselllschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, 1896, pp. 122-156.

Jacobi C.G.J., *Note sur l'intégration des équations différentielles de la dynamique*, Comptes Rendus de l'Académie des sciences de Paris, 5, 1837, pp. 61-67.

Jacobi C.G.J., *Vorlesungen über der Dynamik*, in C.W. Borchardt, K. Weierstrass, E. Lottner, A. Clebsch (a cura di), *C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke*, Supplementband, 8, Berlin, Reimer, 1884.

Lanczos C., *The Variational principles of mechanics*, New York, Dover, 1970.

Martin-Robine F., *Histoire du Principe de moindre action*, Paris, Vuibert, 2006.

Réthy M., *Über das Princip der kleinsten Action und das Hamilton'sche Princip*, Mathematischen Annalen, 48, 1897, pp. 514-546.

Réthy M., *Über das Prinzip der Aktion und über die Klasse mechanischer Prinzipien, der es angehört,* Mathematische Annalen, 58, 1904, pp. 169-194.

Réthy M., *Bemerkungen zur Note des Herrn Philip E. B. Jourdain über das Prinzip der kleinsten Aktion,* Mathematische Annalen, 64, 1907, pp.156-159.

Rodrigues O., *De la manière d'employer le principe de moindre action, pour obtenir les équations du mouvement rapportées aux variables indépendantes*, in M. Hachette (a cura di), *Correspondance sur l'École Impériale Polytechnique*, Paris, Courcier, 1816, v. 3, 2, pp. 153-159.

Voss A., *Ueber die Principe von Hamilton und Maupertuis*, Nachrichten von der Geselllschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, 1895, pp. 322-327.

Voss F., Cosserat E. e F., *Principes de la Mécanique rationnelle*, in J. Molk, P. Appell (a cura di), *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées*, Paris, Jacques Gabay, 1915, ristampa 2005.

Ernesto Cesàro e la teoria delle serie divergenti

GIOVANNI FERRARO

(Università del Molise)

giovanni.ferraro@unimol.it

La moderna teoria delle serie divergenti nasce nel 1890 con la pubblicazione da parte di Ernesto Cesàro di *Sur la multiplication des séries* dove viene definita quella che oggi è nota come C-sommabilità. Tale nozione è per Cesàro il frutto di una lunga evoluzione che lo conduce dalle ceneri di un vecchio formalismo di gusto settecentesco verso una nuova concezione che è come una tappa significativa del processo di sviluppo verso il nuovo formalismo del Novecento e verso la matematica delle strutture.

Nel sec. XVIII era diffusa una distinzione tra un modo formale e un modo quantitativo di intendere l'uguaglianza di espressioni analitiche. Nella concezione formale l'uguaglianza $f(x)=\sum f_n(x)$ indica che $\sum f_n(x)$ è derivata da un'espressione analitica f(x) mediante regole che rappresentano sostanzialmente un'estensione infinitaria delle regole valida per espressioni finite. Nella concezione quantitativa $f(x)= \sum f_n(x)$ indica un'uguaglianza tra quantità.

All'inizio dell'Ottocento sulla concezione formalista si abbatte il veto di Cauchy, che nel suo corso di Analisi algebrica, in nome del rigore in matematica, ritiene che la validità di certe formule sia sottoposta ad opportune condizioni e che un'uguaglianza f(x)=g(x) verificata per alcuni valori della variabile non può essere estesa indefinitivamente.

Il programma di Cauchy fu da molti sentito come eccessivamente restrittivo. Infatti in tutto l'Ottocento sotto vari aspetti permase una notevole tradizione formalista la cui manifestazione più nota è il calcolo degli operatori. Il formalismo ottocentesco assunse un atteggiamento riduttivo e subordinato rispetto alla concezione di Cauchy. In genere esso insiste sull'aspetto convenzionale dei passaggi formali, rinviando, almeno in linea di principio, a una loro reinterpretazione numerica. La moderna nozione di somma di una serie divergente nasce quando si pone in rilievo l'aspetto convenzionale presente anche nella somma secondo Cauchy, idea espressa chiaramente da Cesàro nel 1890 e pienamente matura in Borel.

Nella mia relazione analizzo l'origine della C-sommabilità attraverso la lenta maturazione di Cesàro. Nella sua giovinezza Cesàro si appassiona allo studio della teoria dei numeri e di varie tecniche formali, quali il calcolo simbolico e il calcolo isobarico, di cui fa un uso spregiudicato, applicandoli anche alle serie divergenti. Sono probabilmente i richiami di Catalan che fanno sentire a Cesàro la necessità di attribuire un significato rigoroso alle serie formali da lui utilizzate. Nell'ambito dei suoi studi di aritmetica asintotica Cesàro formula, nel 1883, una definizione di somma che esprime in termini asintotici la C-sommabilità.

Tale definizione verrà poi rielaborata tenendo conto dell'impostazione di Weierstrass e della sua scuola, con cui Cesàro si confronta dopo il 1886.

Tra il 1886 e il 1888, Cesàro compie un'analisi approfondita e originale delle nozioni di limite e di somma, la quale connettendosi alle ricerche sulla probabilità degli eventi aritmetici lo conduce, dapprima, a formulare una nozione probabilistica di limite e di somma e, infine, nel 1890, alla nozione, completamente moderna, di C-sommabilità.

Bibliografia

Cesàro E., *Opere scelte*, Roma, Cremonese, 1964-1968, 2 voll. in tre tomi.
Ferraro G., *L'evoluzione della matematica. Alcuni momenti Critici*, Napoli, Ummarino, 2007.
Ferraro G., *Ricerche di storia della matematica*, Alessandria, Edizioni dell'Orso, 2014.

Alla riscoperta della scienza medievale nell'Ottocento: il Bullettino di Baldassarre Boncompagni

ALESSANDRA FIOCCA
(Università di Ferrara)
fio@unife.it

Il *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche*, la rivista a carattere internazionale che Boncompagni fondò e diresse, di cui uscirono venti volumi tra il 1868 e il 1887, è considerato la prima importante rivista dedicata alla storia delle scienze matematiche.

Esso comprende, oltre a memorie originali, pubblicazioni di documenti, traduzioni, lavori bibliografici, recensioni e annunci di recenti pubblicazioni.

Vi collaborarono i maggiori storici delle matematiche dell'epoca tra cui olandesi, belgi, russi, inglesi, con una presenza maggiore di francesi, tedeschi e naturalmente italiani.

Con gli autori del suo *Bullettino* Boncompagni collaborò in varia forma, mettendo a disposizione i preziosi manoscritti della sua biblioteca, fornendo fac-simili di libri rari e di manoscritti, aggiungendo sovente a piè di pagina negli articoli del *Bullettino* note erudite o di commento o di precisazione, sempre siglate B.B., inserendo infine qualche suo lavoro come contributo al tema trattato dall'autore.

Antonio Favaro scrive a riguardo:

> Soltanto chi ebbe l'onore di vedere i propri lavori inseriti nel *Bullettino* del Boncompagni e di essere anche, diciamolo pure, tormentato dalla corrispondenza postale e telegrafica dell'illustre Mecenate, la quale durante la composizione tipografica era quotidiana, può formarsi un'idea esatta della somma di lavoro che gli costava l'effemeride da lui fondata (Favaro: 1894-95, p. 514).

Nel *Bullettino* ampio spazio è riservato ai lavori che riguardano la scienza medievale e la trasmissione del sapere degli antichi all'Occidente latino.

Si tratta di un ambito di ricerca al quale Boncompagni ha dato, come ben noto, fondamentali contributi.

Con gli autori di questi studi Boncompagni interagì e collaborò certamente in misura maggiore rispetto ad altri settori di ricerca, proprio in forza dei suoi spiccati interessi scientifici.

Con l'obiettivo di ricostruire la trama di rapporti internazionali intessuta da Boncompagni, le problematiche e i progressi della ricerca, si è ritenuto interessante presentare sinteticamente gli studi in questo settore usciti sul *Bullettino.*

Bibliografia

Arrighi G., *Baldassarre Boncompagni e la matematica medievale*, in F. Barbieri, F. Cattelani Degani (a cura di), *Pietro Riccardi e la storiografia delle matematiche in Italia*, Modena, Università degli studi di Modena, 1989, pp. 23-45.

Codazza G., *Il principe Boncompagni e la storia delle scienze matematiche in Italia*, Il Politecnico, XX, f. XCI, 1864, pp. 5-27.

Favaro A., *Don Baldassarre Boncompagni e la storia delle scienze matematiche e fisiche*, Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, s. 7, VI, 1894-95, pp. 509-521.

Fiocca A., *La storia della matematica nel Risorgimento Italiano*, in L. Pepe (a cura di), *Europa matematica e Risorgimento Italiano*, Bologna, Clueb, 2012, pp. 99-123.

Fiocca A., *Baldassarre Boncompagni e la riscoperta della matematica medievale*, *Science et répresentations Colloque international en mémoire de Pierre Souffrin*, Biblioteca Leonardiana di Vinci, 26-29 settembre 2012

Lefons C., *Un capitolo dimenticato della storia delle scienze in Italia: il «Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche» di Baldassarre Boncompagni*, Giornale critico della filosofia italiana, s. 6, IV, a. LXIII (LXV), 1984, pp. 65-90.

Mazzotti M., *For Science and for the Pope-King: Writing the History of the Exact Sciences in Nineteenth-Century Rome*, British Journal for the History of Science, 33, 2000, pp. 257-282.

Piemontese A.M., *B. Boncompagni e lo studio delle scienze arabe e indiane nell'Ottocento*, in U. Marazzi (a cura di), *La conoscenza dell'Asia e dell'Africa in Italia nei secoli XVIII e XIX*, vol. I, Napoli, 1984, pp. 121-141.

Steinschneider M., *Les ouvrages du Prince Boncompagni consernant l'histoire des sciences mathématiques notice bibliographique extraite et traduite du Journal Allemande Serapeum*, Rome, Imprimerie des sciences mathématiques et physiques, 1859.

Un trattato d'abaco pisano della fine del XIII secolo (ms. L.VI. 47 della Biblioteca degl'Intronati di Siena)

RAFFAELLA FRANCI
(Università di Siena)
raffaellafranci@alice.it

Il codice L. VI. 47 della Biblioteca Comunale degl'Intronati di Siena contiene nelle carte dalla 49 alla 120 un trattato d'abaco, acefalo, anonimo, non datato scritto da una sola mano in una chiara grafia gotica minuscola, la scrittura nitida e molto regolare è attribuibile ad un amanuense professionale. I numerosi riferimenti a pesi, misure e monete di Pisa ne determinano l'origine in questa città. La grafia, la forma dei numerali nonché la lingua suggeriscono di porre la sua composizione alla fine del XIII secolo. Recentemente Elisabetta Ulivi ha pubblicato un saggio sull'insegnamento dell'abaco a Pisa dopo Leonardo dal quale si evince che le notizie in merito, almeno fino alla metà del Trecento, sono scarse e frammentarie. Dopo Fibonacci il successivo abachista di cui conosciamo l'esistenza è un certo 'Magister Nocchus de Abacho', la cui attività si può collocare tra la seconda metà del Duecento e i primi decenni del Trecento. Nulla comunque conosciamo sui contenuti del suo insegnamento e sulla eventuale influenza su di esso esercitata dal *Liber abaci.* Informazioni sull'insegnamento dell'abaco in Pisa tra la fine del Duecento e gli inizi del Trecento le possiamo ricavare invece dalla lettura del trattato sopra menzionato. Questo testo sfuggito finora all'attenzione degli studiosi è di particolare importanza perché, oltre a essere uno dei più antichi che ci siano pervenuti, mostra una stretta connessione con il *Liber abaci*.

Bibliografia

Boncompagni B., *Scritti di Leonardo Pisano matematico del secolo decimo terzo*. I. *Il* Liber abaci *secondo la lezione del Codice Magliabechiano C. I, 2616*, volume primo, Roma, Tipografia delle scienze matematiche e fisiche, 1857.

Franci R., *Leonardo Pisano e la trattatistica dell'abaco in Italia nei secoli XIV e XV*, Bollettino di Storia delle Matematiche, 23, 2, 2003, pp. 33-54.

Giusti E., *Matematica e commercio nel "Liber abaci"*, in *Un ponte sul Mediterraneo. Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente*, a cura di Enrico Giusti e con la collaborazione di R. Petti, Firenze, Edizioni Polistampa, 2002, pp. 59-120.

Maestro Umbro (sec. XIII), *Livero de l'abbecho* (Cod. 2404 della Biblioteca Riccardiana di Firenze) a cura e con introduzione di G. Arrighi, Bollettino della Deputazione di Storia Patria per l'Umbria, 36, 1990, pp. 5-140.

Ulivi E., *Su Leonardo Fibonacci e sui maestri d'abaco pisani dei secoli XIII-XIV,* Bollettino di Storia delle Matematiche, 31, 2, 2011, pp. 247-288.

Van Egmond W., *Practical mathematics in the Italian Renaissance. A catalog of Italian abbacus manuscripts and printed books to 1600*, Firenze, Istituto e Museo di Storia della Scienza, 1980.

Giovan Battista Benedetti lettore del General Trattato di Tartaglia

M. FRANK - V. GAVAGNA
(Deutsches Museum, München - Università di Salerno)
martin.frank82@gmx.de - gavagna@mail.dm.unipi.it

Non sono molte le notizie documentate che riguardano la formazione scientifica di Giovan Battista Benedetti (1530-1590). Una delle questioni più controverse riguarda il rapporto con Niccolò Tartaglia, generalmente indicato in letteratura come maestro di Benedetti nel biennio 1546-1548 a Venezia. Come è noto, tuttavia, non solo il matematico bresciano venne menzionato solo - e non senza una venatura polemica - nella *Resolutio omnium Euclidis problematum aliorumque ad hoc necessario inventorum una tantummodo circini data* *apertura* (1553) ma per di più la breve citazione sembra ridimensionare molto il contributo dato da Tartaglia alla formazione del giovane allievo ("Nicolaus Tartalea, mihi quatuor primos libros solos Euclidis legit, reliqua omnia, privato & labore et studio investigavi, volenti namque scire, nihil est difficile"). Da parte sua del resto, Tartaglia non annoverò mai Benedetti tra i suoi allievi, né menzionò le sue opere. Quali che fossero le relazioni personali tra i due matematici, sembrava comunque condivisibile fino a poco tempo fa l'affermazione di Paul Lawrence Rose che, nel suo ormai classico *The Italian Renaissance of Mathematics,* a proposito di Tartaglia osservava che "his own pupil Benedetti rejected his teaching in both statics and dynamics and ignored algebra" (p. 151). È stato invece recentemente individuato un esemplare del *General Trattato de' Numeri et Misure* (1556-1560), che reca postille autografe di Benedetti le quali testimoniano una lettura attenta e critica soprattutto della *Quinta* e *Sesta Parte*, rispettivamente dedicate ai problemi geometrici e proprio all'algebra. È ben noto che le prime due Parti dell'enciclopedia matematica di Tartaglia uscirono dai torchi nel 1556, mentre le ultime quattro vennero pubblicate postume nel 1560. Tuttavia solo la *Quinta* e la *Sesta Parte* devono considerarsi come redatte senza la diretta supervisione dell'autore, dal momento che alla morte di Tartaglia, l'inventario dei beni registrava già l'esistenza di copie a stampa (sfascicolate) della *Terza* e della *Quarta Parte*. Assume quindi un particolare interesse la disamina delle postille - oggetto del presente contributo - per offrire possibili nuovi elementi alla questione della ricezione della matematica tartagliana in Benedetti.

Bibliografia

Frank M., *Scienza e tecnica alla corte sabauda nel tardo Rinascimento*, Torino, Fondazione Burzio, Centro Studi Piemontesi, collana "Studi e Ricerche", 2014.

Giusti E., *L'insegnamento dell'algebra nel* General Trattato *di Niccolò Tartaglia*, in P. Pizzamiglio, (a cura di), *Atti della giornata di studio in memoria di Niccolò Tartaglia*, Brescia, Commentari dell'Ateneo di Brescia Suppl., 2010, pp.155-179.

Rose P.L., *The Italian Renaissance of Mathematics*, Genève, Droz, 1975.

Roero C.S., *Giovanni Battista Benedetti and the scientific environment of Turin in the 16th century*, Centaurus, 39, 1, 1997, pp. 37-66.

Algebra astratta ed algoritmi. L'articolo di Emmy Noether del 1916

MASSIMO GALUZZI
(Università Statale di Milano)
galuzzim@gmail.com

Nell'articolo del 1916 [7], Emmy Noether considera un sottogruppo *finito* di $GL(n, K)$, dove K è un campo di caratteristica 0, che agisce in modo naturale su ** e dimostra, con due dimostrazioni distinte, che è possibile determinare esplicitamente un sistema finito di generatori per l'anello delle funzioni invarianti per l'azione del gruppo.

In genere, nel riproporne i contenuti, divenuti sempre più rilevanti nella moderna teoria algoritmica degli invarianti, viene preferita la seconda dimostrazione, di carattere elementare,[5] mentre la prima viene trascurata.

Un'analisi interessante della prima dimostrazione, posta nel contesto raggiunto dalla Teoria di Galois alla fine del diciannovesimo secolo, è contenuta in un recente articolo di McLarty, [6, pp. 104-105].

È però interessante approfondire questa analisi considerando accanto al testo di Emmy Noether i contributi di Heinrich Weber [9], [10], accuratamente citati nell'articolo.

[5] Si veda per esempio [4, pp. 331-333] o [8, pp. 27-28].

Questo approfondimento fornisce anche motivazioni concrete per i cambiamenti radicali della Teoria di Galois che culminano nell'esposizione di Emil Artin in [1].[6]

Bibliografia

1) Artin E., *Galois Theory*, Notre Dame Lectures, University of Notre Dame Press, 1942.
2) Artin E., *Galois Theory*, Notre Dame Lectures, University of Notre Dame Press, 1944, 2ª ed. rivista.
3) Artin E., *Galoissche Theorie*, Thun, Verlag Harri Deutsch, 1988, trad. tedesca di V. Ziegler.
4) Cox D.A., Little J., O'Shea D., *Ideals, varieties and algorithms*, New York etc., Springer, 2ª ed. 1997.
5) Hilbert D., *Über die Theorie der Algebraischen Formen*, Mathematische Annalen, 36, 1890, pp. 473-531, *Gesammelte Abhandlungen*, vol. II, Berlin - Heidelberg - New York, Springer, 1970, pp. 287-344.
6) McLarty C., *Emmy Noether's first great mathematics and the culmination of first-phase logicism, formalism and intuitionism*, Archive for history of exact sciences, 65, 2011, pp. 99-117.
7) Noether E., *Der Endlichkeitssatz der Invarianten endlicher Gruppen*, Mathematische Annalen, 77, 1916, pp. 89-92.
8) Sturmfels B., *Algorithms in Invariant Theory*, Wien - New York, Springer, 2ª ed. 2008.
9) Weber H., *Lehrbuch der Algebra*, Braunschweig, F. Vieweg und Sohn, 1895, Erster Band.
10) Weber H., *Lehrbuch der Algebra*, Braunschweig, F. Vieweg und Sohn, 1896, Zweiter Band.

I modelli nell'insegnamento della matematica in Italia (1850-1950)

LIVIA GIACARDI
(Università di Torino)
livia.giacardi@unito.it

"È questo intuito dello spazio che bisogna far sviluppare nella mente dei Giovani fino ancora dalla loro più tenera età, ed a tal uopo è utile accompagnare ogni dimostrazione geometrica, per quanto è possibile, con disegni, e modelli mediante i quali il giovane possa meglio comprendere ed intuire le proprietà geometriche dei corpi senza tanti sforzi della mente".
(Veronese, 1883)

Negli ultimi decenni le ricerche e gli studi sui modelli matematici in Italia hanno portato a una catalogazione e a un'analisi piuttosto accurate delle principali collezioni esistenti nelle varie università. Un ragguardevole lavoro in tal senso è stato svolto soprattutto da Franco e Nicla Palladino, tuttavia uno studio specifico sul loro uso nella pratica didattica universitaria e pre-universitaria non esiste ancora.

L'uso di modelli per la ricerca e per l'insegnamento della matematica cominciò a diffondersi nella seconda metà dell'Ottocento e vide impegnati matematici di alta levatura scientifica. Le iniziative più importanti si ebbero in Francia (Parigi), nel Regno Unito (Londra, Manchester) e soprattutto in Germania (Monaco di Baviera, Darmstadt, Karlsruhe, Gottinga). Per quanto vi siano esempi di modelli costruiti in epoca anteriore, la produzione di massa iniziò negli anni settanta principalmente a Monaco quando Felix Klein venne a insegnare in quella università e iniziò la sua collaborazione con Alexander Brill. Varie esposizioni e la pubblicazione di cataloghi favorirono negli anni seguenti il diffondersi a livello internazionale dell'uso dei modelli nell'insegnamento.

L'Italia rimase a margine in questo tipo di attività di ideazione e di realizzazione di modelli geometrici per la ricerca e l'insegnamento superiore nonostante il fatto che molti giovani

[6] [2] è un'edizione rivista. È molto interessante considerare anche la forma finale in [3].

matematici avessero all'epoca come meta preferita per perfezionare i loro studi proprio le università tedesche. Se si prescinde dal tentativo fallito di Giuseppe Veronese di far allestire un laboratorio nazionale per la produzione di modelli (1883), le principali università italiane, a partire dagli anni ottanta, in generale preferirono acquistare le collezioni all'estero e principalmente in Germania, facendo riferimento ai cataloghi di Ludwig Brill e di Martin Schilling.

Le prime ad acquistare collezioni furono quelle di Pisa, Roma, Torino, Pavia e Napoli ma, allo stato attuale della ricerca, risulta che solo a Napoli si svilupparono iniziative documentate di progettazione e produzione di modelli che però rimasero generalmente limitate ad un uso locale interno all'università.

I modelli geometrici però avevano fatto la loro comparsa in Italia alcuni decenni prima nell'insegnamento secondario e nella formazione dei maestri di scuola primaria e questo in connessione con il movimento culturale e pedagogico che negli anni quaranta aveva presso le mosse a Torino con Ferrante Aporti, creatore delle prime scuole per l'infanzia (asili aportiani), Vincenzo Troya e Antonio Rayneri. Case editrici come la Paravia iniziarono allora la produzione di modelli per la scuola e le collezioni venivano esposte nei convegni pedagogici o nelle sezioni didattiche delle varie esposizioni nazionali.

Nel mio intervento, facendo riferimento anche a fonti inedite, affronterò il tema dell'uso dei modelli nella pratica didattica universitaria e pre-universitaria in Italia, considerando soprattutto il periodo che va da metà Ottocento ai primi decenni del Novecento. In particolare mi soffermerò sui seguenti punti:

- la mancanza di interesse nel progettare e costruire modelli per l'insegnamento universitario a cavallo fra Ottocento e Novecento e le cause;
- un'eccezione: i modelli di cartone di superficie pseudosferica costruiti da Eugenio Beltrami;
- i modelli nell'insegnamento pre-universitario nell'Ottocento (le collezioni, la legislazione scolastica, le esposizioni, …);
- Corrado Segre e l'uso dei modelli all'Università di Torino;
- il ruolo dei modelli nella 'scuola laboratorio' (Vailati, Marcolongo, Montessori, Emma Castelnuovo);
- la ricostruzione delle collezioni di modelli geometrici negli anni cinquanta.

Infine cercherò di trarre alcune conclusioni da questa prima analisi storica del problema.

Bibliografia

Ferrarese G. (a cura di), *La collezione dei modelli geometrici della Biblioteca di Matematica "G. Peano"*, Torino, Dipartimento di Matematica, 2004.

Fischer G., *Mathematical Models from the Collections of Universities and Museums*, Braunschweig, F. Vieweg & Sohn, 1986.

Giacardi L., *La collezione di modelli geometrici della Biblioteca speciale di matematica "G. Peano"*, in G. Giacobini (a cura di), *La memoria della scienza. Musei e collezioni dell'Università di Torino*, Torino, Fondazione CRT, 2003, pp. 251-256.

Palladino F., *Antichi strumenti e modelli matematici conservati a Napoli e a Pisa*, Physis, XXIX, Nuova Serie, 1992, pp. 833-847.

Palladino F., *Il Fondo di Strumenti e Modelli matematici antichi dell'Università di Padova e l'iniziativa di Giuseppe Veronese per un Laboratorio Nazionale Italiano*, Padova, Università di Padova, Dipartimento di Matematica pura ed applicata, 1999.

Palladino N. e F., *Le collezioni museali del Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli" dell'Università di Napoli "Federico II"*, in T. Bruno (a cura di) *Atti del Convegno in onore di Carlo Ciliberto*, Ratio Mathematica, 19, 2009, pp. 31-88.

Palladino F. e N., *Sulle raccolte museali italiane di modelli per le matematiche superiori. Catalogo ragionato e sito web*, Nuncius (Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze), XVI, 2001, pp. 781-790.

Rowe D., *Mathematical Models as Artefacts for Research: Felix Klein and the Case of Kummer Surfaces*, Mathematische Semesterberichte, 60.1, 2013, pp. 1-24.

Siti
www.dma.unina.it/~nicla.palladino/catalogo
http://www.dm.unito.it/modelli/index.html
www.luigi-cremona.it.

The dawning of the theory of equilibrium figures: a brief historical account from the 16th through the 20th century

GIUSEPPE IURATO
(Università di Palermo)
giuseppe.iurato@unipa.it

The theory of equilibrium figures of self-gravitating masses plays a very fundamental role in pure and applied physics, from astrophysics to nuclear physics. The early origins of this theory date back to some astronomical studies achieved by D. Fabricius, G. Galilei, T. Harriot and C. Scheiner in the 16th century about the determination of rotating celestial bodies. Then, hydrodynamics and geodesical studies made by I. Newton, C. Maclaurin, A.C. Clairaut, C. Huygens, G.D. Cassini, P.L.M. de Maupertuis, A.M. Legendre, T. Simpson and J.B. d'Alembert in 17th century, officially gave rise to the theory as an autonomous field's doctrine of mathematical physics. Later, C.G.J. Jacobi, B. Riemann, J. Liouville, P.L. Tchebychev, P.L. Dirichlet, R. Dedekind, B. Riemann, A.M. Lyapunov, H.J. Poincaré and É. Cartan, gave notable formal contributions to the theory, equipping it with an even more extended and powerful formal framework, whose paradigmatic evolution is epistemologically similar to almost every other formal model of mathematical physics, with a close intertwinement between theoretical arrangement and experimental counterpart. Along the diachronical evolution of this theory, parallel applications to astronomy and astrophysics were always taken into account, with notable works achieved by E.M. Roche, W. Thompson, P.G. Tait, G.H. Darwin and J. Jeans, until up to become a central chapter of theoretical astrophysics and mathematical physics.

References
Chandrasekhar S., *Ellipsoidal Figures of Equilibrium*, New Haven, CT Yale University Press, 1969.
Lebovitz N.R., *The mathematical development of the classical ellipsoids*, The International Journal of Engineering Science, 36, 1998, pp. 1407-1420.
Fridman A.M., Polyachenko V.L., *Physics of Gravitating Systems*, I, II, Berlin and Heidelberg, DE Springer-Verlag, 1984.

Matematica e ideologia: momenti di storia dell'insegnamento nel ventennio fascista

ERIKA LUCIANO
(Università di Torino)
erika.luciano@unito.it

Tre sono i provvedimenti amministrativi fondamentali che interessano l'insegnamento nel Ventennio fascista: la Riforma della scuola attuata nel 1923 da G. Gentile, che ristruttura completamente la scuola italiana, in accordo agli assunti della filosofia neo-idealista; l'istituzione del Libro di Testo Unico per le elementari nel 1929, finalizzata a raggiungere la piena aderenza della prassi didattica all'ideologia di partito; e la *Carta della Scuola* elaborata da G. Bottai nell'ottobre del 1938, che sancisce la svolta in chiave razzista, e non più solo fascista, impressa all'insegnamento italiano in rapporto a tutte le discipline, sia umanistiche che scientifiche.

In ambito torinese, numerosi intellettuali e docenti di ogni ordine e grado, da Giovanni Vidari a Maria Mascalchi, da Francesco Sardo a Innocenzo Vigliardi Paravia, sono coinvolti a pieno titolo nella politica scolastica di regime e nella cosiddetta opera di fascistizzazione dell'insegnamento e dell'editoria. L'intero tessuto educativo cittadino va incontro, sotto la dittatura, a modifiche sostanziali, fino ad essere definitivamente stravolto a seguito dell'emanazione delle leggi razziali.

In questa comunicazione, attraverso l'analisi dei manuali e delle riviste d'epoca fascista, e grazie allo studio di fonti inedite conservate negli archivi di alcune scuole torinesi (Licei classici D'Azeglio e Alfieri, Liceo scientifico G. Ferraris, Istituto Tecnico G. Someiller, Scuola israelitica Colonna Finzi), si illustreranno le ripercussioni della fascistizzazione sull'offerta locale di insegnamento, con particolare riguardo agli effetti della legislazione antisemita, e si esamineranno le misure adottate da alcuni intellettuali torinesi (G. Peano, G. Colonnetti, G. Fubini, F.G. Tricomi, …) per arginare gli effetti dell'autarchia culturale e per salvaguardare le collaborazioni scientifiche internazionali, essenziali per la ricerca matematica di avanguardia.

Bibliografia

Ascenzi A., Sani R., *Il libro per la scuola tra idealismo e fascismo. L'opera della Commissione centrale per l'esame dei libri di testo da Giuseppe Lombardo Radice ad Alessandro Melchiori (1923-1928)*, Milano, Vita e Pensiero, 2005.

Charnitzky J., *Fascismo e scuola. La politica scolastica del regime (1922-1943)*, Firenze, La Nuova Italia, 1996.

Commissione Alleata in Italia, Sottocommissione dell'Educazione, *La politica e la legislazione scolastica in Italia dal 1922 al 1943 con cenni sui periodi precedenti e una parte conclusiva sul periodo postfascista*, Milano, Garzanti, 1947.

Israel G., Nastasi P., *Scienza e razza nell'Italia fascista*, Bologna, Il Mulino, 1998.

Israel G., *La scienza italiana e le politiche razziali del regime*, Bologna, Il Mulino, 2010.

Luciano E., *Matematica e ideologia. Momenti di storia dell'insegnamento nel ventennio fascista*, Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 172, 2013-14, pp. 235-276.

Magrini G. (a cura di), *Periodici stranieri che si trovano nelle biblioteche degli istituti scientifici italiani,* Roma, Consiglio Nazionale delle Ricerche, 1930.

Ostenc M., *La scuola italiana durante il fascismo*, Bari, Laterza, 1981.

Parshall K.H., Rice A.C. (a cura di), *Mathematics Unbound: the Evolution of an International Mathematical Research Community 1800-1945*, Providence. Rhode Island, AMS, 2002.

Siegmund-Schultze R., *Rockefeller and the Internationalization of Mathematics between the Two World Wars*, Basel, Birkhäuser, 2001.

Signori E., *Una «peregrinatio academica» in età contemporanea. Gli studenti ebrei stranieri nelle università italiane tra le due guerre*, Annali di storia delle università italiane, 4, 2000, pp. 139-162.

Voigt K., *Il rifugio precario. Gli esuli in Italia dal 1933 al 1945*, Firenze, La Nuova Italia, 1989.

Dopo Galileo: la prima raccolta di autori sul moto delle acque

MARIA GIULIA LUGARESI
(Università di Ferrara)
giuli.lugaresi@gmail.com

La prima *Raccolta d'autori che trattano del moto dell'acque*, pubblicata a Firenze nel 1723, in un periodo particolarmente fiorente per l'editoria fiorentina, si collocava tra i lavori di maggior prestigio usciti dai torchi della Stamperia Granducale di Firenze. Questa importante istituzione vantava tra i suoi collaboratori i principali esponenti della cultura fiorentina del tempo: Tommaso Buonaventuri, che ne fu sovrintendente dal 1713 al 1723, Giovanni Gaetano Bottari, Benedetto Bresciani e Guido Grandi. Durante gli anni di sovrintendenza di Buonaventuri videro la luce alcuni importanti lavori scientifici: le *Lezioni Accademiche* di Evangelista Torricelli (Firenze, Stamperia di S.A.R. per Guiducci e Franchi, 1715), le *Opere* di Galileo (Firenze, nella Stamperia di S.A.R. per Gio: Gaetano Tartini e Santi Franchi, 1718, 3 voll.) e la prima *Raccolta d'autori che trattano del moto dell'acque* (Firenze, nella Stamperia di S. A. R. per gli Tartini, e Franchi, 1723, 3 voll.).

Un'importante fonte per ricostruire le vicende editoriali di queste opere e, più in generale, l'attività della Stamperia Granducale è costituita dai *Carteggi del padre camaldolese matematico Guido Grandi*, conservati presso la Biblioteca Universitaria di Pisa. Nell'arco di oltre un decennio (1711-1724) Buonaventuri, Bottari e Bresciani, alcuni tra i maggiori corrispondenti di Grandi, gli inviarono numerose lettere, a testimonianza del fatto che il matematico, nonostante gli impegni didattici a Pisa e le consulenze idrauliche per conto dello Stato Pontificio, partecipasse attivamente all'attività della stamperia. In particolare il carteggio di Buonaventuri relativo agli anni 1713-1718 ben documentava le alterne vicende della ristampa delle *Opere* di Galileo, progetto editoriale al quale Grandi collaborò redigendo due memorie e annotando altrettanti trattati, e anticipava un'altra importante iniziativa editoriale, alla quale Buonaventuri stava lavorando: la compilazione di una raccolta di scritti in materia di scienza delle acque. Tale progetto veniva anticipato da Buonaventuri già nella *Prefazione Universale* alle *Opere* galileiane.

Il progetto di una raccolta di scritti in materia d'acque iniziò a prendere corpo nel 1716, mentre era ancora in corso l'edizione galileiana; questi due importanti lavori spesso si intrecciano e presentano molti punti di contatto, lo stesso Grandi prese parte attivamente ad entrambi, come documentato dalle lettere, parzialmente inedite, che quest'ultimo scambiò con Tommaso Buonaventuri, Giovanni Gaetano Bottari e Celestino Galiani nel periodo 1716-1723.

Le notizie contenute nei carteggi di Grandi consentono di chiarire il ruolo avuto dai vari interlocutori nell'edizione della raccolta sul moto delle acque: Buonaventuri, in veste di supervisore, coordinò l'intero progetto, Bottari curò la traduzione in volgare dell'opera di Archimede sui galleggianti, mentre Grandi lavorò su più fronti, oltre che autore di numerosi scritti, fu impegnato nel reperimento di materiale proveniente da altri scrittori. Nei carteggi in particolare si fa cenno a documenti inediti di Benedetto Castelli conservati a Roma.

Bibliografia

Bucciantini M. (a cura di), *Benedetto Castelli. Carteggio*, Firenze, Leo S. Olschki, 1988.
Cambiagi F., *Cenni storici della Stamperia granducale*, Firenze, Stamperia Granducale, 1846.
Ferrone V., *Scienza, natura, religione: mondo newtoniano e cultura italiana nel primo Settecento*, Napoli, Jovene Editore, 1982.
Palladino F., Simonutti L. (a cura di), *Celestino Galiani - Guido Grandi. Carteggio (1714-1729)*, Firenze, Leo S. Olschki, 1999.
Pasta R., *Editoria e cultura nel Settecento*, Firenze, Leo S. Olschki, 1997.

Un delicato equilibrio tra macchine, algebra e geometria: Descartes e una possibile estensione differenziale

PIETRO MILICI
(Università di Palermo)
pietro.milici@unipa.it

Ne *La Géométrie* del 1637 Descartes ha trovato un equilibrio tra costruzioni geometriche e manipolazione simbolica grazie all'introduzione di opportune macchine idealizzate. In particolare gli strumenti del metodo cartesiano erano l'algebra polinomiale (analisi) ed opportune costruzioni diagrammatiche (sintesi). La restrizione cartesiana della geometria alle curve algebriche viene superata con un metodo generale da Newton e Leibniz con l'introduzione dell'infinito nella parte analitica, mentre il punto di vista sintetico perde sempre più terreno rispetto all'approccio simbolico, relegando la geometria a mezzo di visualizzazione (non più di costruzione).

L'obiettivo di questo intervento è esaminare come l'approccio fondazionale di Descartes (analisi senza l'infinito e sintesi con costruzioni diagrammatiche) sia stato esteso storicamente in due diversi momenti: nel tardo XVII secolo dal *movimento trazionale* per quanto riguarda la parte sintetica (oltre il canone di Descartes ma sempre come idealizzazione di macchine ideali), e nella prima metà del XX secolo per la parte analitica con l'*algebra differenziale* (attualmente una branca di *algebra computazionale*).

Il nocciolo duro del movimento trazionale è stato il fatto di poter costruire una curva date le proprietà della sua tangente (*problema inverso della tangente*): ciò è implementabile fisicamente estendendo le macchine *algebriche* con una *ruota* che, ruotando sul piano senza strisciare, non permette il movimento trasversale rispetto alla sua direzione.

Per quanto riguarda invece l'algebra differenziale, l'estensione fondamentale rispetto all'algebra polinomiale è dovuta al passaggio da variabile come numero a variabile come funzione: così facendo oltre a somma e prodotto può venire introdotta l'operazione *algebrica* di 'derivata'. Anche se la definizione generale delle funzioni richiede l'infinito, esse possono essere manipolate in maniera finita, esattamente come accade per l'algebra polinomiale reale in cui la manipolazione non richiede la definizione di $\mathbb{R}$.

La caratteristica del *movimento trazionale* e dell'*algebra differenziale* è che esse dovrebbero permettere di costruire la stessa classe di funzioni, quelle 'algebricamente differenziali' (soluzioni di equazioni differenziali algebriche), escludendo quindi le funzioni iper-trascendenti come la Γ di Eulero e la ζ di Riemann. Pertanto si ha un nuovo equilibrio tra manipolazione algebrica e costruzioni geometriche (sempre tramite l'introduzione di macchine idealizzate ed evitando l'uso dell'infinito), un equilibrio che porta ad una classificazione delle funzioni oltre il dualismo algebriche/trascendenti.

Bibliografia

Bos H.J.M., *Redefining Geometrical Exactness, Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction*, New York, Springer-Verlag, 2001.

Milici P., *A constructive approach to the infinitesimal analysis: epistemologic potentials and limits of the "tractional motion"*, in *From Logic to Practice - Italian Studies in the Philosophy of Mathematics*, Springer (in press).

Ritt J.F., *Differential equations from the algebraic standpoint*, American Mathematical Soc., 14, 1932.

Tournès D., *La construction tractionnelle des équations différentielles*, Paris, Blanchard, 2009.

Jean Macé (1815-1894) e l'istruzione matematica infantile

ANA MILLÁN GASCA

(Università degli studi Roma Tre)

anamaria.millangasca@uniroma3.it

Nell'evoluzione delle idee sull'istruzione matematica infantile in Europa nel corso dell'Ottocento vi è stato un proficuo influsso reciproco tra il pensiero pedagogico e il mondo matematico. Si presenta un'analisi del contributo del maestro e pedagogista francese Jean Macé in questo contesto, grazie a due libri per bambini nei quali applicò alle nozioni basilari dell'istruzione matematica dei più piccoli l'idea di mescolare la scienza alla narrazione (un progetto culturale che caratterizza la cerchia di Hetzel, l'editore di Verne). I libri di Macé ebbero numerose edizioni e traduzioni e abbiamo tracce dell'apprezzamento da parte dei matematici. L'analisi della corrispondenza Hetzel-Macé può gettare luce sull'elaborazione dei due libri, che rappresentano una rottura con la tradizione delle *aritmetiche* e aprono la strada al magistrale *Iniziazione alle matematiche* di Laisant.

Bibliografia

Archives Hetzel, *Dossiers d'auteurs XLII Jean Macé – Correspondance 1846-1869*, Bibliotèque Nationale, Fr. Nouv. Acq 16973.
Macé J., *L'arithmétique du grand-papa: histoire de deux marchands de pommes*, Paris, Hetzel, 1862.
Macé J., *L'arithmétique de Mademoiselle Lili à l'usage de Monsieur Toto, pour servir de préparation à l'arithmétique du grand-papa*, Paris, Hetzel, 1867.
Laisant C., *Mathematics for children*, Popular Science Monthly, LV, ottobre 1899, pp. 800 ss.
Choppin A., *Les manuels scolaires*, in J. Michon, J.-Y. Mollier (a cura di), *Les mutations du livre et de l'édition dans le monde du XVIIIème siècle à l'an 2000*, Sainte-Foy, Québec, Presses Université Laval, 2001, pp. 474-483.
Colella I., *Un esempio di letteratura matematica infantile dell'Ottocento: Jean Macé (1815-1894)*, Tesi di laurea, Roma, Università Roma Tre, 2013.
Compayre G., *Jean Macé et l'instruction obligatoire*, Paris, Delaplane, 1903.
Denniss J., *Learning arithmetic: textbooks and their users in England 1500-1900*, in E. Robson, J. Stedall (a cura di), *The History of mathematics*, Oxford, Oxford University Press, 2009, pp. 448-467.
Falcolini C., *L'insegnamento dell'abaco e della matematica elementare a Roma tra XVII e XIX secolo*, in C. Covato, M. I. Venzo (a cura di), *Scuola e itinerari formativi dallo stato pontificio a Roma capitale. L'istruzione primaria*, Milano, Edizioni Unicopli, 2010, pp. 120-144.
Glenisson J., Le Men S. (dir.), *Le livre d'enfance et de jeunesse en France*, Bordeaux, Société des bibliophiles de Guyenne, 1994.
Le Men S., *Hetzel ou la science récréative*, Romantisme: revue du 19e siècle, 19, n. 65, 1989, pp. 69-80,
Martin J.P., *Jean Macé*, in J.-M. Mayeur, A. Corbin (a cura di), *Les Immortels du Sénat. Les cent seize inamovibles de la Troisième République*, Publications de la Sorbonne, 1995, pp. 407-410.
Parmenie A., *Histoire d'un éditeur et de ses auteurs, P.-J. Hetzel (Stahl)*, Paris, A. Michel, 1953.

La Storia delle Scienze matematiche nel carteggio inedito Beltrami - Schiaparelli

MARIA PAOLA NEGRI
(Università Cattolica di Brescia)
maria.paola.negri@gmail.com

Nel 1863, Beltrami riceve dal prof. Betti l'invito a ricoprire la cattedra di Geodesia presso l'Università di Pisa. Dopo un primo rifiuto, egli decide di accettare. Il matematico cremonese, avvertendo la necessità di completare la propria preparazione in vista del nuovo insegnamento affidatogli, si rivolge allo Schiaparelli. Risalgono, in realtà, al 1861 i primi incontri di Beltrami con l'astronomo. Quali sono stati, dunque, gli argomenti scientifici affrontati negli incontri di studio tra Beltrami e Schiaparelli presso l'Osservatorio astronomico di Brera? Con quali coordinate epistemologiche i due autori affrontano la ricostruzione storica dei percorsi di ricerca delle scienze? Ma, ancor più, in quale misura gli studi di Schiaparelli possono aver interagito con talune tesi, in campo fisico-matematico, formulate poi da Beltrami? Nell'Archivio storico INAF di Brera sono custodite 23 lettere autografe di Beltrami a Schiaparelli e 7 fogli di minute manoscritte, con alcune risposte dell'astronomo. Entrambi membri di Accademie italiane ed estere, si consultano, esprimendo espliciti giudizi, sulle nomine di nuovi soci, mantenendo una fitta corrispondenza con i più importanti scienziati dell'epoca. Il tema dell'apertura ai soci stranieri delle Accademie italiane torna con frequenza nelle lettere, come pure quello dell'assegnazione di alcune cattedre universitarie. Tra gli interessi condivisi dai due, spicca quello per la Storia delle Scienze, quale punto di intersezione tra indagine storiografica, ricerca scientifica e riflessione epistemologica.

Interpellando il collega S. Gherardi, in occasione delle celebrazioni del quarto centenario copernicano all'Università di Bologna, nel 1873, si confrontano sulle relazioni senza eruditi nozionismi, ma con una puntuale contestualizzazione delle teorie matematiche nelle diverse epoche storiche. Alla ricerca di corrispondenze e testi inediti di matematici e scienziati, i due studiosi si aggiornano sulle rispettive indagini, in un arco di tempo che va dal 1873 al 1900. Sono gli anni in cui il matematico approfondisce le geometrie non-euclidee e realizza la *pseudosfera* mentre l'astronomo scopre un asteroide ed elabora nuove teorie sulle stelle cadenti e su Marte. Beltrami, in particolare, chiede a Schiaparelli notizie di eventuali missive di Lagrange all'Oriani. Informa poi l'astronomo della possibilità di pubblicare alcuni inediti di Brioschi. I due docenti esaminano anche i programmi dei rispettivi insegnamenti universitari, con interessanti e attuali note storico-didattiche.

Bibliografia essenziale

Beltrami E., *Opere matematiche*, Milano, Hoepli, 1902.
Giacardi L., Tazzioli R., *Le lettere di E. Beltrami a Betti, Tardy e Gherardi*, Milano, Mimesis, 2012.
Giusti E., Pepe L. (a cura di), *La matematica in Italia, 1800 – 1950,* Firenze, Polistampa, 2001.
Negri M.P., *La Storia delle Scienze nelle ricerche di Giovanni Vailati*, in M. De Zan (a cura di), *I mondi di carta di Giovanni Vailati,* Milano, Franco Angeli, 2000, pp. 192-223.
Negri M.P., *Il carteggio inedito Vailati-Schiaparelli*, Bollettino del Centro Studi Vailati, Crema, 2001, p. 3 e 16-17.
Pizzamiglio P., *Eugenio Beltrami*, in CR, Rassegna della CCIAA, 4, 1981, pp. 50-59.
Schiaparelli G.V., *Corrispondenza su Marte,* Milano, Ed. Osservatorio di Brera, 1986.

Dalla retta di Simson-Wallace all'ipocicloide tricuspide Storia di un soggetto elementare che ha affascinato celebri matematici

NICLA PALLADINO - MARIA ALESSANDRA VACCARO
(Università di Napoli - Università di Palermo)
nicla.palladino@unina.it - vaccaro@math.unipa.it

L'ipocicloide tricuspide è una ben nota curva del quarto ordine e di terza classe che nel corso di un paio di secoli ha incuriosito numerosi matematici del calibro di Steiner, Cremona, Beltrami, Cesàro, Fréchet, Schröter, Clebsch, Battaglini, Laguerre, Cayley, volendo citare solo i più famosi. Tale interesse si connette con vari aspetti della Matematica:

a. la sua generazione come inviluppo della retta di Simson-Wallace, la cui storia è di per sé intrigante;
b. il suo legame con il cerchio di Feuerbach, che, a sua volta, ha una storia interessante;
c. il fatto che essa si può ottenere come inversione quadrica di un cerchio e quindi la stretta connessione con le origini delle trasformazioni birazionali.

Non c'è quindi da stupirsi che l'ipocicloide a tre cuspidi abbia ottenuto una grande popolarità tra i matematici nella seconda metà dell'Ottocento.

In questa comunicazione si cercherà di ricostruire con qualche dettaglio la storia della retta di Simson-Wallace con riferimento al lavoro di Mackay, ma mettendo in luce come in realtà il primo enunciato esplicito in cui si trova tale retta è dovuto a Servois (1814) ed è fortemente connesso con la risoluzione di problemi di carattere pratico, mentre la prima dimostrazione scritta è di Gergonne.

In realtà la definizione della quartica è data da Steiner che la genera attraverso la succitata retta. Seguiremo i successivi lavori di approfondimento e generalizzazione di tale curva fino ad arrivare al lavoro di Cremona sull'argomento e sino agli sviluppi successivi, in particolare a quelli di Hirst e di Beltrami, entrambi in stretto contatto con Cremona.

In conclusione, ci sembra che il seguire passo passo l'evoluzione di questi concetti, legati a problemi elementari, possa essere utile per approfondire la conoscenza delle concezioni matematiche di matematici di primo piano quali Steiner, Cremona e Beltrami.

Bibliografia

Beltrami E., *Intorno ad alcuni teoremi di Feuerbach e di Steiner,* Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, s. 3, V, 1874, pp. 543-566.

Cremona L., *Sur l'hypocycloide à trois rebroussements*, Journal für die reine und angewandte Mathematik, 64, 1865, pp. 101-123.

Mackay J.S., *The Wallace line and the Wallace point,* Edinburgh Mathematical Society, IX, 1890.

Mackay J.S., *Bibliography of the Envelope of the Wallace Line (the three-cusped Hypocycloid)*, Proceedings of The Edinburgh Mathematical Society, 23, 1904, pp. 80-88.

Servois F.J., *Géométrie pratique. Problème. Prolonger une droite accessible audelà d'un obstacle qui borne la vue, en n'employant que l'équerre d'arpenteur, et sans faire aucun chaînage?,* Annales de Mathématiques pures et appliquées, 4, 1813-1814, pp. 250-253.

Steiner J., *Géométrie pure. Développement d'une série de théorèmes relatifs aux sections coniques*, Annales de Mathématiques pures et appliquées, 19, 1828-1829, pp. 37-64.

Steiner J., *Über eine besondere Curve dritter Klasse (und vierten Grades)*, Journal für die reine und angewandte Mathematik, Berlin, 1857, pp. 231-237.

La definizione dei numeri reali di Frege e le ragioni della sua opposizione alle definizioni aritmetiche

MARCO PANZA
(CNRS, IHPST e Univ. Panthéon Sorbonne - Paris 1)
marco.panza@univ-paris1.fr

Gottlob Frege (1848-1925) è soprattutto conosciuto, al di fuori dei circoli ristretti dei filosofi della matematica, della logica e del linguaggio per la sua tesi logicista e per la sua definizione dei numeri naturali, rivelatasi inconsistente a seguito della scoperta del paradosso di Russell (o dell'insieme degli insiemi che non appartengono a se stessi). Meno noto, al di fuori di questi circoli, è che la definizione dei numeri naturali di Frege possa essere abbastanza facilmente emendata e resa consistente, in diversi modi, alcuni dei quali piuttosto semplici. E ancora meno noto è che Frege abbia anche suggerito una definizione dei numeri reali alternativa a quelle più celebri, contemporanee alla sua, quali quelle di Cantor e di Dedekind. L'idea essenziale di tale definizione è presentata nel secondo volume dei *Grundgesetze der Arithmetik*, il cui primo volume contiene la versione formalmente precisa della definizione dei naturali. La presentazione di questa idea si accompagna sia a una critica alle definizioni alternative allora note, che a una formalizzazione di una parte della definizione. La formalizzazione completa avrebbe dovuto seguire, nel terzo volume dei *Grundgesetze*, che non fu, tuttavia, mai scritto, a seguito della scoperta della contraddizione del suo sistema logico che rende inconsistente tanto la definizione dei naturali quanto quella dei reali.

Alcune delle opzioni che permettono di rendere consistente la prima definizione si applicano allo stesso scopo anche alla seconda, che può, peraltro, essere resa consistente anche in modo ancora più semplice. La contraddizione scoperta da Russell riguarda, infatti, la nozione di estensione di un concetto (o, più generalmente, quella di decorso di valori di una funzione), introdotta formalmente dalla cosiddetta Legge Basica V. Ma mentre i numeri naturali sono definiti da Frege proprio come estensioni di certi concetti, non è così per i numeri reali, nella cui definizione la nozione di estensione di un concetto svolge un ruolo strumentale. Ciò rende possibile eliminare il ricorso a questa nozione in modo piuttosto semplice.

La ragione principale per cui Frege si oppone alle definizioni alternative allora note, in particolare a quelle di Dedekind e Cantor o altre simili, è che, secondo lui, queste definizioni travisano la natura essenziale dei numeri reali, definendo questi a partire dai numeri naturali, tramite successive estensioni. Per Frege, i numeri reali sono numeri in un senso essenzialmente diverso da quello in cui lo sono i naturali: mentre i secondi (per cui egli usa il termine 'Anzahl') si applicano a concetti esprimendone la cardinalità (ovvero, sono numeri cardinali, nel nostro senso), i primi (per cui egli usa, invece, il termine 'Zahl') sono propriamente delle misure di grandezze e devono quindi essere identificati con rapporti fra queste. Il numero naturale 3, è, per esempio, cosa di natura ben diversa, non solo di qualsivoglia numero irrazionale come $\sqrt{2}$ o π, ma anche dello stesso numero reale 3: il primo è il cardinale di un concetto (per esempio il concetto *Re magi che adorarono Gesù pochi giorni dopo la sua nascita*); il secondo è un rapporto di grandezze (per esempio il rapporto fra un angolo piano e un angolo interno a un triangolo equilatero). Per definire correttamente i numeri reali non è quindi per niente necessario richiamarsi ai numeri naturali, e ancor meno agli interi o ai razionali (che, al contrario, si lasciano facilmente definire come particolari numeri reali). È invece necessario richiamarsi alla nozione generale di grandezza, o meglio, come Frege spiega dettagliatamente, a quella di dominio di grandezze (posto che una grandezza non è tale che perché appartiene a un dominio di grandezze confrontabili). Per definire i numeri reali, occorre, quindi, definire prima i domini di grandezze, e farlo senza ricorrere ai numeri naturali.

Nel secondo volume dei *Grundgesetze*, oltre a presentare questa idea generale (dettagliando le sue critiche alle definizioni alternative), Frege presenta proprio una definizione formale dei domini di grandezze, ottenuta entro lo stesso sistema logico in cui aveva ottenuto la sua definizione dei naturali, ma senza far alcun uso di questi. Questa definizione presenta molte ragioni di interesse. Una di queste riguarda, per esempio, la sua natura logica: basta osservare che essa è ottenuta entro un sistema logico (impiegando il linguaggio di tale sistema), e che essa possa facilmente essere ri-formulata eliminando ogni ricorso alle estensioni di concetti (rimpiazzando queste con appropriati predicati diadici), per concludere che essa è una definizione logica?

Nel mio intervento non mi soffermerò, tuttavia, su queste regioni, ma insisterò, invece, sulle conseguenze matematiche dell'idea generale di Frege. Definire i numeri reali come rapporti di grandezze, richiede une teoria generale delle grandezze del tutto indipendente da ogni forma di aritmetica. Questo prefigura una distinzione classica fra numeri (naturali) e grandezze, che è tipica della matematica classica, almeno fino a Descartes, e che è spesso ritenuta essere stata definitivamente superata proprio grazie alle definizioni dei numeri naturali di Cantor e Dedekind. Vista in questa prospettiva, la definizione preconizzata da Frege intrattiene, quindi, un rapporto con la storia secolare della matematica profondamente diverso da quello intrattenuto da quelle di Cantor e Dedekind; e prospetta un'organizzazione interna dell'edificio della matematica del tutto differente da quella che queste ultime definizioni suggeriscono. Essa fa quindi di Frege un oppositore del programma di aritmetizzazione dell'analisi, suggerendo, invece, che quest'ultima debba essere più profondamente legata alla geometria, così come è stato nella sua origine. Frege, campione del logicismo, si rivela, quindi, sotto questa luce, come il partigiano di una proposta di riorganizzazione della matematica moderna secondo un'ispirazione che, almeno a prima vita, sembra opporsi all'idea naturale che si potrebbe avere di una possibile riduzione di questa a un formalismo logico.

Bibliografia essenziale

Antonelli A., May R., *Frege's* Other *Program*, Notre Dame Journal of Formal Logic, 46, 2005, pp. 1-17.

Boolos G., *Logic, Logic and Logic*, Cambridge (Mass.) and London, Harvard Univ. Press, 1998.

Cantor G., *Über die Ausdehnung eines Satzes aus der Theorie der trigonometrischen Reihen*, Mathematische Annalen, 5, 1872, pp. 123-132.

Cantor G., *Über unendliche, lineare Punktmannichfaltigkeiten*, 5, Mathematische Annalen, 21, 1883, pp. 545-591.
Dedekind R., *Was sind und was sollen die Zahlen*, Braunschweig, F. Vieweg und Sohn, 1888.
Dummett M., *Frege: Philosophy of Mathematics*, London, Duckworth, 1991.
Frege G., *Grundgesetze der Arithmetik*, Jena, H. Pohle, 1893 (vol. 1), 1903 (vol. 2). Traduzione inglese integrale: *Basic Laws of Arithmetic*, Oxford, UP, 2014.
Hale B., *Reals by abstraction*, Philosophia Mathematica, s. 3, 8, 2000, pp. 100-123.
Hale B., Wright C., *The Reason's Proper Study*, Oxford, Clarendon Press, 2001.
Schirn M., *Frege's approach to the foundations of analysis (1874-1903)*, History and Philosophy of Logic, 34, 2013, pp. 266-292.
Panza M., *Abstraction and Epistemic economy*", in S. Costreie (a cura di), *The Actuality of Early Analytic Philosophy*, Springer, forthcoming.
Shapiro S., *Frege meets Dedekind: A neologicist treatment of real analysis*, Notre Dame Journal of Formal Logic, 41, 4, 2000, pp. 335-364.
Simons P., *Frege's theory of real numbers*, History and Philosophy of Logic, 8, 1987, pp. 25-44.
Snyder E., Shapiro S., *Frege on the real numbers*, in M. Rossberg, P. Ebert, *The Oxford Handbook of Frege's* Grundgesetze, Oxford, Univ. Press, forthcoming.
Wright C., *Frege's Conception of Numbers as Objects*, Aberdeen, Aberdeen Univ. Press, 1983.

Insegnamenti matematici nelle scuole militari italiane nel Settecento

Elisa Patergnani
(Università di Ferrara)
ptrlse@unife.it

Nei primi sei decenni del secolo XVIII l'Europa fu sconvolta dalle guerre di successione e dalla guerra dei sette anni. A questa stagione di guerre corrispose nei maggiori Stati europei, tra i quali l'Italia, il Regno di Sardegna, il Regno di Napoli e la Repubblica di Venezia, un maggiore interesse per l'addestramento delle truppe e in particolare una nuova cura per la preparazione degli ufficiali delle cosiddette 'armi dotte': l'artiglieria e il genio richiedevano nei comandanti approfondite nozioni di geometria, di meccanica e di balistica.

Il consolidamento dei grandi Stati europei vide l'impiego sui campi di battaglia di eserciti sempre più numerosi e dotati di armamenti sempre più tecnici e complessi.

Dallo sviluppo e dal perfezionamento della tecnologia militare derivava l'esigenza di formare nuovi quadri che sapessero sfruttare le caratteristiche morfologiche del terreno con la conoscenza della topografia e fossero in grado di progettare opere di fortificazione e sfruttare al meglio l'impiego dell'artiglieria.

Le discipline militari impartite nei Collegi dei Nobili e nelle Accademie affidate agli ordini religiosi non garantivano una preparazione adeguata e i giovani nobili che erano indirizzati alla carriera militare non erano in numero sufficiente per soddisfare le richieste dei nuovi eserciti.

Furono allora create scuole idonee a preparare professionalmente il numero di cadetti necessario alla milizia con programmi d'insegnamento concentrati sulle discipline matematiche e fisiche.

In un arco di tempo di circa trent'anni nacquero i più importanti istituti per la formazione degli ufficiali e in particolare per i corpi degli ingegneri e d'artiglieria: École de Artillerie (Francia, 1731); Regie scuole Militari teoriche pratiche di Artiglieria, e Fortificazione (Regno di Sardegna, 1739); Royal Military Academy (Woolvich, Inghilterra, 1741); Real Accademia e Scuola di Matematica per gli artiglieri e successivamente per gli ingegneri (Regno di Napoli, 1745); École Royal du Génie di Mézières (Francia, 1748); Escuela de Mathematica con el titulo de Artilleria (Spagna, 1751); Militärakademie von Maria Theresia (Neustadt, Austria, 1752); Collegio militare di Verona (Repubblica Veneta, 1759).

La direzione degli studi delle scuole militari venne affidata a ingegneri e a matematici.

Le *Regie Scuole Militari teoriche e pratiche di Artiglieria e Fortificazione* di Torino furono dirette dall'ingegnere Giuseppe Ignazio Bertola (1676-1755), già insegnante nella *Accademia Reale* riformata da Amedeo II e da Carlo Emanuele III. Nel 1755, in seguito alla morte del Bertola, la direzione della scuola di teorica fu affidata ad Alessandro Papacino D'Antonj (1714-1786), autore di innumerevoli libri di testo per gli allievi di questa scuola che ebbero una larga diffusione nelle scuole militari italiane e straniere.

Nello stesso anno Giuseppe Luigi Lagrange fu nominato sostituto del maestro di matematica nelle scuole di teorica di artiglieria. Il giovane Lagrange (aveva solo 19 anni) scrisse per gli allievi di queste scuole due testi: uno di geometria analitica e di calcolo differenziale dal titolo *Principî di analisi sublime*, conservato in un manoscritto della Biblioteca Reale di Torino tra le carte di Ferdinando di Savoia, duca di Genova, e pubblicato nel 1987 a cura di M.T. Borgato, e un testo di meccanica, del quale invece si sono perse le tracce.

L'istituzione della *Real Accademia* o *Scuola Matematica* nel Regno di Napoli risale al 10 settembre 1745. Per la sua organizzazione fu chiamato Nicolò Di Martino (1701-1769) che all'epoca prestava servizio in Spagna come segretario d'ambasciata. Al fratello Pietro (1707-1746) era stato invece affidato il corso di matematica nell'accademia di marina (*Academia de los Guardia Estendardes de las Galeras*) istituita nel Regno di Napoli da Carlo di Borbone il 5 dicembre del 1735.

Il *Militar Collegio di Verona*, fondato nel 1759, ebbe dal 1763 tra i suoi professori il matematico Anton Maria Lorgna (1735-1796) che successivamente diventò direttore scientifico del Collegio. Leonardo Salimbieni (1752-1823) entrato nel Collegio nel 1764, sarà successore di Lorgna nella direzione del Collegio di Verona e successivamente direttore della *Scuola Militare del Genio e dell'Artiglieria* di Modena.

Bibliografia essenziale

Amodeo F., *Vita matematica napoletana: Studio storico, biografico, bibliografico*, Napoli, Tipografia dell'Accademia Pontaniana, 1924.

Borgato M.T., Pepe L., *Lagrange a Torino (1750-1759) e le sue lezioni inedite nelle R. Scuole di Artiglieria*, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, VII, 2, 1987.

Brizzi G.P., *La formazione della classe dirigente nel Sei-Settecento: i seminaria nobilium nell'Italia centro-settentrionale*, Bologna, Il mulino, 1976.

Enea M.R., Gatto R., *Matematica e Marineria. Accademia e Scuole di Marina nel Regno di Napoli*, Napoli, La Città del Sole, 2013.

Farinella C., *Una scuola per tecnici del Settecento. Anton Mario Lorgna e il Collegio militare di Verona*, Archivio Veneto, s. 5, CXXXVI, 1991, pp. 85-121.

Leschi V., *Gli istituti di educazione e di formazione per ufficiali negli stati preunitari*, 2 voll., Roma, Stabilimento grafico militare, 1994.

Loidi J.N., *Don Pedro Giannini o las matemáticas de los artilleros del siglo XVIII*, Segovia, Asociación Cultural Biblioteca de Ciencia y Artillería, 2013.

Montù C., *Storia dell'Artiglieria Italiana*, Roma, Edita a cura della rivista, 1870.

Rogier F.L., *La R. Accademia Militare di Torino. Note storiche 1816-1860*, Torino, Tip. G. Candeletti, 1895.

Taton R., *Enseignement et diffusion des sciences en France, au XVIII^e siècle*, Paris, Hermann, 1986.

Vichi V., Zambrano D., *La scuola di applicazione. La storia e la sede*, Torino, Camedda e C., 1993.

La Matematica nella formazione e nelle opere di Cesare Beccaria

LUIGI PEPE
(Università di Ferrara)
l.pepe@unife.it

Quest'anno ricorre il 250° anniversario della pubblicazione del libro più celebre dell'Illuminismo Italiano, ammirato dagli enciclopedisti francesi: *Dei delitti e delle pene:* l'opera contro la tortura e l'uso estensivo della pena di morte (ammessa però da Beccaria per due motivi) che, uscita in modo semiclandestino a Livorno nel 1764, fu tradotta in meno di dieci anni in francese, inglese, tedesco, spagnolo, polacco e svedese e fu presto inserita nell'*Index Librorum Prohibitorum* (1766). Oggi celebre per una cosa che non conteneva, l'abolizione della pena di morte, e diventata quasi un testo di diritto penale, ma Beccaria non era un avvocato penalista, piuttosto un economista, uomo di cultura del suo tempo, attento alle applicazioni della matematica alle scienze umane, per la quale nutriva una vera inclinazione. Egli considerava in generale la matematica come il linguaggio più adatto per trattare i problemi dell'economia, come dimostrò nel suo primo lavoro a stampa: *Del disordine e de' rimedi delle monete nello Stato di Milano nell'anno 1762*. Essa riguardava la circolazione delle monete d'oro e d'argento, fu pubblicata a Lucca nel luglio del 1762 perché il soprintendente alla censura dello Stato di Milano ne aveva ostacolato la stampa in patria dato che nell'opera venivano criticati i metodi monetari austriaci allora vigenti. L'opera è scritta secondo l'ordine geometrico con definizioni, teoremi e corollari.

La proposizione enunciata da Beccaria, posto *s, S* la somma delle merci, *p, P* il numero dei possessori, *c, C* i concorrenti, *t, T* il tributo, *m, M* la mano d'opera, *i, I* l'importanza del trasporto, si può scrivere nel modo seguente:

$$v : V :: \frac{mtci}{sp} : \frac{MTCI}{SP}$$

Il valore di cambio tra l'oro e l'argento deve essere in proporzione delle quantità in commercio dei due metalli. Non potendosi valutare concretamente queste quantità si fa la media aritmetica dei rapporti tra l'oro e l'argento nei vari Stati. Beccaria mostra che se l'oro e l'argento sono nella proporzione $o : a :: c : d$, e in uno Stato si registra invece la proporzione

$$o : a :: c : d+e$$

in corrispondenza della differenza e con il valore medio si mette in moto un processo speculativo che cresce come la serie $eo + 2e^2o/d + ecc.$

Il *Tentativo analitico su i contrabbandi* è più elaborato e originale. Esso comincia con un'interessante premessa sull'applicazione della matematica alle scienze politiche:

> L'algebra non essendo che un metodo preciso e speditissimo di ragionare sulle quantità, non è alla sola geometria, od alle altre scienze matematiche che si possa applicare, ma si può ad essa sottoporre tutto ciò che in qualche modo può crescere, o diminuire, tutto ciò che ha relazioni paragonabili tra loro. Quindi anche le scienze politiche possono fino ad un certo segno ammetterla.

Il problema che affronta Beccaria è fino a che punto è conveniente introdurre merci di contrabbando in un determinato Stato a seconda dei tributi e dell'efficienza dei controlli:

> Sia u il valore intrinseco della merce; t il tributo; x la porzione richiesta di mercanzia; d la differenza tra il tributo e il valore, sarà il totale del valore a tutto il tributo come la porzione richiesta al suo tributo corrispondente, cioè $u : t :: x : tx/u$.[7] Avrassi in considerazione del problema l'equazione $x + tx/u = u$ e moltiplicando $ut + tx = uu$, e dividendo $x = uu/(u+t)$.

La quantità x esprime la porzione di valore delle merci che si deve introdurre per pareggiare il conto con il dazio. Quindi se si riesce a introdurre più di tale quantità conviene ricorrere al

[7] Nell'edizione veneziana del *Caffé* (Pizzolato, 1766) non è scritta la proporzione, ma $u.t.x.tx/u$: le quantità sono separata da un punto che ha la funzione dell'attuale virgola.

contrabbando. Viceversa se si tratta di stabilire un dazio e si conosce il valore della merce che si riesce a sequestrare si può calcolare fino a che punto conviene spingere la tassazione. Ad esempio dalla formula data da Beccaria, che graficamente si esprime mediante un'iperbole, si ricava che se si riescono a sequestrare i due terzi del valore di una merce si può imporre un dazio fino al valore doppio della merce. Se invece si riesce a sequestrare solo un terzo del valore il dazio non può superare la metà del valore.[8]

Questi due scritti di Beccaria rappresentano i primi tentativi in Italia di applicazione della matematica alle scienze economiche. La formazione matematica di Beccaria mostra anche la sua rilevanza dal punto di vista della sua produzione originale se si considera che essa risulta limitata ad un arco cronologico di soli otto anni dal 1762 (*Del disordine e de' rimedi delle monete*), al 1770 (*Ricerche intorno alla natura dello stile*) quando Beccaria aveva da poco superato i trent'anni.

Bibliografia

Audegean P., *Cesare Beccaria, filosofo europeo*, Roma, Carocci, 2014.

Beccaria C., *Opere,* a cura di S. Romagnoli, voll. 2, Firenze, 1958 (rist. Firenze, Sansoni, 1990).

Pepe L., *Cesare Beccaria e la matematica*, Archimede, 48, 1996, pp. 132-137 (trad. francese di P. Crépel, Matapli, 52, 1997, pp. 47-51).

Schumpeter J.A., *Storia dell' analisi economica*, voll. 3, trad. di P. Sylos-Labini e L. Occhionero (ed. originale 1954), Torino, Boringhieri, 1959-60.

Matematica e insegnamento della matematica nei giornali scolastici piemontesi(1845-1899)

CHIARA PIZZARELLI
(Università di Torino)
chiara.pizzarelli@unito.it

La recente storiografia ha riconosciuto nei periodici uno strumento d'indagine efficace per analizzare i meccanismi di circolazione e di divulgazione del sapere matematico nella comunità scolastica e per cogliere le dinamiche della pratica didattica. Diversi studi hanno portato alla luce il decisivo contributo dei giornali dedicati all'insegnamento della matematica editi in Italia alla fine del XIX secolo (*Bollettino di matematica, Periodico di matematica, Rivista di matematica*…). Tuttavia, ad oggi, sono ancora esigue le conoscenze sul ruolo della matematica nei periodici scolastici italiani del cinquantennio precedente e sulla loro influenza nella stampa specializzata successiva.

Grazie alle politiche di rinnovamento della scuola sabauda e alle libertà di stampa garantite dallo Statuto Albertino (1848), il Regno di Sardegna vide il fiorire del giornalismo scolastico, dominato dai periodici della *Società d'Istruzione e di Educazione* (1849-1940). Vere e proprie miniere d'idee per il miglioramento della scuola - dal punto di vista pedagogico e legislativo - i giornali ufficiali dell'associazione riflettono un periodo in cui lo spirito patriottico si fonde con l'esigenza di mutamento, d'innovazione e ciò porta al coinvolgimento di esponenti di vari ambiti culturali, politici e pedagogici, con la presenza di personalità autorevoli come V. Gioberti, C. Boncompagni, C. Cadorna, G.A. Rayneri, V. Troya, C.I. Giulio, F. Selmi, S. Cannizzaro, F. Rosellini.

Il *Giornale della Società d'Istruzione e di Educazione* (1849-1852) è il primo a cercare di ovviare all'arretratezza culturale in ambito scientifico di professori e di maestri, e a proporre un confronto sui metodi di avanguardia (F. Aporti) in Italia e all'estero. Una certa rilevanza riveste la matematica nel dibattito sulle riforme della pubblica istruzione e sulla

[8] Il lavoro sui contrabbandi era l'unico scritto teorico di economia noto a Schumpeter che ne parlò con lode paragonando Beccaria ad Adam Smith:"Beccaria sapeva più matematica di Smith". Si veda in proposito Joseph A. Schumpeter, 1959-60, vol. I, pp. 216-219.

riorganizzazione dei programmi, in articoli di carattere pedagogico e didattico, nelle recensioni di libri di testo e negli interventi di professori dell'Università di Torino durante i congressi della *Società*. È tuttavia la *Rivista delle Università e dei Collegii* (1853-54) a garantire una divulgazione scientifica di buon livello per studenti universitari e professori di scuole secondarie, grazie alla competenza e all'impegno di autori come A. Genocchi, M. Lessona, D. Berti, e agli articoli di approfondimento e aggiornamento sulle ricerche (locali ed estere) nelle discipline scientifiche. *L'Istitutore* (1853-1894), invece, mirò a risollevare la condizione culturale e sociale dei maestri, offrendo un sostegno nella pratica didattica quotidiana e nella formazione scientifica.

Lo scopo di questa comunicazione è mostrare il primato che detiene Torino nell'editoria scolastica in questo periodo (Chiosso) e illustrare l'evoluzione delle principali testate piemontesi e le loro influenze sui successivi giornali dedicati all'insegnamento della matematica.

Bibliografia

Il Giornale della Società d'Istruzione e di Educazione (1850-1852),Torino, Paravia, voll. 1-5.

L'Istitutore (1853-1892), Torino, Paravia, voll. 1-40.

La Rivista delle Università e dei Collegii (1853-1854), Torino, Paravia, voll. 1-2.

Chiosso G. (a cura di), *I periodici scolastici nell'Italia del secondo Ottocento*, Brescia, La Scuola, 1992.

Chiosso G. (a cura di), *Scuola e stampa nel Risorgimento. Giornali e riviste per l'educazione prima dell'Unità*, Milano, Angeli, 1992.

Citrini L. (a cura di), *Numero speciale dedicato al «Periodico di Matematiche», 1886-1995,* Periodico di matematiche, II, n. 2-3, 1995.

Giacardi L., Roero C.S., (a cura di), *Dal compasso al computer. Celebrazioni del Centenario della Società Mathesis*, Torino, Associazione Subalpina Mathesis, 1996, pp. 1-88

Luciano E., Pizzarelli C., *'Educare è sinonimo di emancipare': le riviste della Società d'Istruzione e d'Educazione*, Associazione Subalpina Mathesis, Conferenze e Seminari 2012-2013, Torino, KWB, 2013, pp. 43-63.

Luciano E., *Matematica e ideologia. Momenti di storia dell'insegnamento nel ventennio fascista*, Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 172, 2013-14, pp. 235-276.

Pizzarelli C., *L'istruzione matematica secondaria e tecnica da Boncompagni a Casati 1848-1859: il ruolo della Società d'Istruzione e di Educazione*, Rivista di Storia dell'Università di Torino, II, 2, 2013, pp. 23-60.

Roero C.S., *Nascita e decollo dell'Associazione Mathesis a Torino. L'eredità culturale trasmessa*, in *Ruolo delle Società scientifiche in Italia*, Atti della LXVI Riunione SIPS, Roma 12-14/10/2001, Società Italiana per il Progresso delle Scienze, Roma, Tip. Mura, 2002, pp. 185-212.

Corrispondenze matematiche nel Settecento italiano: l'epistolario dei Riccati con Ramiro Rampinelli e Maria Gaetana Agnesi

CLARA SILVIA ROERO

(Università di Torino)

clarasilvia.roero@unito.it

Nella comunicazione si illustrano i motivi di interesse per la storia delle matematiche di un copioso epistolario che si sviluppò fra il 1727 e il 1758 in varie località italiane (Padova, Castelfranco, Brescia, Roma, Bologna, Milano, Pavia, Treviso), che dal 2010 è disponibile in edizione critica *on-line* sul sito del Museo Galileo, e ora anche a stampa con cd-rom annesso.

Il carteggio consta di 263 lettere e di una dozzina di allegati, per un totale di 587 pagine, nelle quali la matematica svolge un ruolo fondamentale, collegato agli interessi e alle professioni, o 'mestieri' dei protagonisti.

Questi erano insegnanti di scienze matematiche e fisiche in collegi religiosi e all'università, come Ramiro Rampinelli (1697-1759), monaco olivetano, che soggiornò a Venezia, Bologna, Brescia, Roma, Napoli, Milano e Pavia, al quale venne affidata nel 1747 la cattedra di Matematica presso l'Ateneo di Pavia, e Vincenzo Riccati (1707-1775), docente nel collegio gesuitico di S. Lucia a Bologna. Matematici appassionati e curatori di riviste nell'area veneta, come Jacopo Riccati (1676-1754), il cui impegno nel *Giornale de' Letterati d'Italia* (1710-1740) e nei *Supplementi del Giornale de' Letterati d'Italia* (1722-1727) è documentato da recenti studi che si basano sui carteggi fra giornalisti e scienziati. A lui si rivolse Rampinelli fin dal 1727 per chiedere delucidazioni su concetti, metodi e soluzioni di problemi poco chiari nella letteratura dell'epoca. E ancora ai suoi consigli si appellò successivamente e, in misura più intensa, quando divenne precettore di Maria Gaetana Agnesi. Sotto la sua guida la giovane studiosa milanese avviò con i Riccati (Jacopo, Giordano e Vincenzo) un interessante dialogo scientifico durante la redazione, composizione e stampa delle sue *Instituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana* (1748). Giordano Riccati (1709-1790) fu coinvolto dal padre a seguire e soddisfare le richieste di Rampinelli e di Agnesi, quasi nelle vesti di suo segretario personale. Del resto la sua attività scientifica fu prevalentemente dedicata a curare le carte paterne per l'edizione delle *Opere* (1761-1765).

I motivi di interesse dell'epistolario spaziano dai temi specifici di ricerca e di insegnamento, alle fonti usate (riviste, trattati, manoscritti, carteggi), al contesto culturale, al pubblico dei discenti e dei lettori, ai commenti sulla produzione estera e su quella italiana, alla circolazione dei saperi, dei metodi, ...

In particolare si intende sottolineare il significato e il rilievo - unico, nel suo genere - della stesura finale del testo di Agnesi.

Un'impresa, per così dire collettiva, la cui ricostruzione storica può contribuire a comprendere sia il ruolo che le *Instituzioni analitiche* svolsero nell'insegnamento della matematica - non solo in Italia (viste le traduzioni in francese e in inglese) - sia la lungimiranza dei maestri e sostenitori di Agnesi, sia il mutamento nella società colta del XVIII secolo, incline ad aprire le porte della scienza alle donne.

Infine si illustrano le ragioni per cui oggi non riteniamo più validi i giudizi severi di Gino Loria e Clifford A. Truesdell su questa figura di intellettuale al femminile, la cui attività si può paragonare in un certo senso a quella di G.F. de l'Hôpital.

Bibliografia essenziale

Mazzone S., Roero C.S., con la collaborazione di E. Luciano, *L'Epistolario di Jacopo, Vincenzo e Giordano Riccati con Ramiro Rampinelli e Maria Gaetana Agnesi, 1727-1758*, Firenze, Museo Galileo, http://bibdig.museogalileo.it/Teca/Viewer?_an=000000990843, edito con Introduzione e Indici, Firenze, Olschki, 2014.

Mazzotti M., *The World of Maria Gaetana Agnesi, Mathematician of God*, Baltimore, The Johns Hopkins University Press, 2007.

Roero C.S., *Il Giornale de' letterati d'Italia e la 'Repubblica' dei matematici*, in E. Del Tedesco (a cura di), *Il «Giornale de' Letterati d'Italia» Trecento anni dopo. Scienza, Storia, Arte, Identità (1710-2010)*, Pisa, F. Serra, 2012, pp. 61-82.

Roero C.S., Luciano E., *L'altra metà del cielo nella scienza italiana dal Settecento al Novecento. Ricerche e studi recenti*, Quaderni di Storia della Fisica, 18, 2013, pp. 107-123.

Roero C.S., *Organising, enhancing and spreading Italian science. Mathematics in the learned journals of the 18th century printed in Venice*, Archives Internationales d'Histoire des Sciences, 63, n. 170-171, 2013, pp. 383-407.

Roero C.S., *M.G. Agnesi, R. Rampinelli and the Riccati Family: A Cultural Fellowship Formed for an Important Scientific Purpose, the 'Instituzioni analitiche'*, Historia Mathematica, 2014 in c.s.

Truesdell C.A., *Maria Gaetana Agnesi*, Archive for History of Exact Sciences, 40, 1989, pp. 113-142.

Truesdell C.A., *Corrections and Additions for "Maria Gaetana Agnesi"*, Archive for History of Exact Sciences, 43, 1991, pp. 385-386.

Il contributo statistico allo sviluppo della Psicologia sperimentale di fine Ottocento

FRANCA ROSSETTI
(I.T.I.S. Hensemberger, Monza)
rossetti.franca@fastwebnet.it

Nell'Inghilterra di fine Ottocento mutamenti di tipo culturale e sociale favoriscono una svolta che darà origine alla moderna teoria della Statistica.

Lo studio quantitativo della società e della politica comincia ad avvalersi degli apporti della teoria matematica della probabilità e le frequenze degli eventi vengono osservate con l'intento di individuarne regolarità stocastiche da esprimersi, preferibilmente, con la curva normale.

Dalla ricerca empirica sul problema della ereditarietà dei caratteri umani e dal recupero del concetto di variabilità, intesa come problema scientifico rilevante e non come esclusiva manifestazione di errore, nascono, tra gli altri, i concetti di regressione e correlazione i cui strumenti operativi sono facilmente esportabili alle altre discipline, tra cui quelle che indagano sulle vicende umane.

Si tratta di un passaggio molto importante perché sarà proprio attraverso l'applicazione dei metodi di statistica matematica che alcune discipline faranno ricorso per elevarsi allo *status* di vera scienza; tra queste la Psicologia.

In questo contesto l'esigenza di scientificità e di rigore che nell'Ottocento caratterizza la Matematica e le Scienze della natura si estende anche alla Psicologia che, da una impostazione filosofica, converge verso un'impostazione sperimentale, sebbene voluta da una minoranza di cultori.

Il fermento, partito dalla Germania, si propaga a macchia d'olio in Inghilterra, Stati Uniti, Francia, Russia.

Due sono i principali personaggi protagonisti del cambiamento: Wilhelm Wundt e Francis Galton, statistico creatore dell'eugenetica, coinvolti in contrapposte correnti volte a tentare di spiegare manifestazioni della psiche.

L'influenza tra le due discipline, Statistica e Psicologia, è all'inizio reciproca ma, soprattutto dopo la svolta del secolo, trionfa l'applicazione della metodologia statistica invocata per studiare la natura asimmetrica di tante distribuzioni empiriche e la ricerca di relazioni anche tra variabili categoriali.

Personaggi successivi a Francis Galton, quali Karl Pearson, George Udny Yule, William Sealy Gosset, Ronald Fisher, Stanley Smith Stevens, Charles Spearman e Maurice George Kendall sono i principali protagonisti della scena del cambiamento con la proposta di nuovi indici e modelli sempre più aderenti alle esigenze di una psicologia che si sta evolvendo.

Nascono la Teoria dei campioni, per indagare fenomeni rilevati solo su una parte dell'universo statistico e la Statistica non parametrica per l'analisi di dati provenienti da quelle ricerche, tra queste anche quelle relative ai comportamenti umani, che necessitano di interpretazione in presenza di variabili qualitative.

Nel XX secolo le ricerche, disegnate e condotte secondo protocolli comportamentali sempre più rigorosi e presi a prestito dalla statistica inferenziale che ne consente l'interpretazione in chiave probabilistica, contribuiranno a conferire alla Psicologia sperimentale lo *status* di Scienza.

Bibliografia essenziale

Porter T., *Le origini del moderno pensiero statistico*, Firenze, La nuova Italia, 1993.
Siegel S., *Statistica non parametrica*, edizione italiana a cura di E. Caracciolo, McGraw-Hill, Milano, Libri Italia srl, 1992.
Ercolani A.P., Areni A., Mannetti L., *La ricerca in psicologia*, Roma, La nuova Italia scientifica, NIS, 1990.

Ercolani A.P., Areni A., *Statistica per la ricerca in psicologia*, Bologna, Il Mulino, 1983.
Agresti A., Finlay B., *Statistica per le scienze sociali*, edizione italiana a cura di M. Porcu, Milano, Pearson, Prentice Hall, 2009.
Delvecchio F., *Statistica per la ricerca sociale*, Bari, Cacucci, 1992.

Le funzioni continue senza derivata nella ricerca e nella didattica a Pavia: 1888-1905

RICCARDO ROSSO
(Università degli Studi di Pavia)
riccardo.rosso@unipv.it

È noto [1, 2] come Casorati fin dal 1864-65 fosse a diretta conoscenza, grazie ai colloquî avuti con Kronecker e Prym, del dibattito circa il legame tra continuità e derivabilità di funzioni reali di variabile reale. Meno noto è il fatto che Casorati sia ritornato su tale legame dopo la pubblicazione della *Teorica* [3] dove aveva trattato brevemente il tema mostrando lo stato di stallo di quegli anni in cui mancava ancora la dimostrazione del fatto che una assegnata funzione potesse essere continua in tutti i punti di un intervallo ma non derivabile in alcun punto. Nel preparare la seconda edizione della *Teorica* Casorati aveva in animo di rivedere le affermazioni contenute in [3] su questo argomento ma il progetto si bloccò e fu solo nel 1888 che egli dedicò ai fondamenti dell'analisi alcune lezioni all'interno del corso di Analisi Superiore. Qui trovò ampio spazio la revisione del principio di condensazione delle singolarità effettuata da Dini nonché l'ormai celebre funzione di Weierstrass. Inoltre, Casorati si concentrò sul lavoro di Christian Wiener [4] dove le conclusioni di Weierstrass erano, erroneamente, impugnate. Grazie ai riassunti, raccolti per iniziativa di Giacinto Morera, delle *Conferenze* tenute dagli allievi della Scuola Normale annessa alla Facoltà di Scienze dell'Università di Pavia possiamo renderci conto di come le tecniche di Wiener venissero utilizzate per *confermare* le proprietà della funzione di Weierstrass, con un approccio che sarà seguito da Klein in [5].

Con la morte di Casorati e l'arrivo di Ernesto Pascal a Pavia nel 1891 l'interesse per i rapporti tra continuità e derivabilità proseguì.

Mi concentro sulla ricaduta che ebbero nell'attività didattica e di ricerca pavese due esempi: le funzioni con infinite oscillazioni in *ogni* intervallo eppure derivabili studiate da Alfred Köpcke [6] e la celebre curva di von Koch [7].

Bibliografia essenziale

1) Neuenschwander E., *Der Nachlass von Casorati (1835-1890) in Pavia*, Arch. Hist. Exact Sciences, 19, 1978-79, pp. 1-89.
2) Neuenschwander E., *Riemann's Example of a continuous, 'nondifferentiable' function*, Math. Intell, 1, 1978-79, pp. 40-44.
3) Casorati F., *Teorica delle funzioni di variabili complesse* Vol. I, Pavia, Tip. F. lli Fusi, 1868.
4) Wiener C., *Geometrische und analytische Untersuchung der Weierstrassschen Function*, J. für die reine und angew. Math., 90, 1880, pp. 221-252.
5) Klein F., *Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie: eine Revision der Principien*, Leipzig, Teubner, 1902.
6) Köpcke A., *Ueber eine durchaus differentiirbare, stetige Function mit Oscillationem in jedem Intervalle*, Math. Ann., 34, 1889, pp. 161-171.
7) von Koch H., *Sur une courbe continue sans tangente obtenue par une construction géométrique élémentaire*, Ark. för Mat. Astron. och Fysik, 1, 1904, pp. 681-702.

Euristica e giustificazione della tangente alla spirale di Archimede: un'interpretazione di 4 lemmi (Spirali, 6-9)

KEN SAITO
(Università di Osaka)
ksaito@joy.hi-ho.ne.jp

Nella proposizione 18 delle *Spirali*, Archimede determina la tangente alla spirale. Ci sono però parecchie questioni discusse dagli storici. Le riprendo e cerco di dare una ricostruzione quanto più plausibile dell'intenzione di Archimede e della tradizione del testo.

La prop. 18 afferma che la tangente alla spirale al punto finale della prima (intera) rotazione, ha la sottotangente uguale alla circonferenza del primo cerchio. Cioè, dimostra che, se esiste la tangente, essa avrà una certa proprietà, e non dimostra il contrario.

La questione più imbarazzante è che Archimede utilizza solo due proposizioni, la 7 e la 8, di quattro lemmi (proposizioni 6-9) che ha preparato, e le due proposizioni 6 e 9 non sono mai utilizzate nelle *Spirali*. Heath ha ricostruito una dimostrazione della reciproca della proposizione 18, e ha fatto vedere che i due lemmi non utilizzati nel testo delle *Spirali* (6 e 9) sono utili per la dimostrazione ricostruita. Egli però non cerca di spiegare perché il testo esistente dimostra proprio il contrario di quella ricostruibile.

Tenendo conto anche di altre questioni su questa opera (uso di neusis, ricorso alle considerazioni cinematiche presunto dagli storici moderni, ecc.), discuterò la possibilità che il testo originale delle *Spirali* abbia contenuto sia la proposizione 18 sia la sua reciproca (la proposizione ricostruita da Heath), in modo da utilizzare tutti i quattro lemmi.

Concetti, operazioni e dimostrazioni nella tradizione aritmetico-algebrica: l'esempio del Libro d'algebra di al-Zanjānī (XIII sec.)

ELEONORA SAMMARCHI
(Sphere, Université Paris Diderot)
eleonora.sammarchi@gmail.com

Tra la fine del IX e l'inizio del X secolo una nuova scuola di algebristi si impone nell'ambiente matematico del mondo arabo e persiano. Tale scuola intende esplorare le relazioni che intercorrono tra aritmetica ed algebra, secondo una dinamica di interazione tra le due discipline già presente nelle ricerche degli algebristi precedenti, ma non ancora oggetto di un'analisi attenta e profonda. L'obiettivo è, dunque, di sviluppare il carattere operazionale dell'algebra, al fine di elaborare una teoria completa per il calcolo algebrico.

In questo modo la nozione di operazione diventa l'elemento centrale della riflessione e le espressioni algebriche, finora fortemente legate alla loro rappresentazione geometrica, tendono sempre più ad emanciparsi da quest'ultima.

Fondatore di questa scuola è il matematico al-Karajī, i cui scritti vennero ripresi ed amplificati nel XII secolo dal matematico ed astronomo magrebino as-Samaw'al.

Con essi, non soltanto i contenuti, ma anche la struttura dei trattati d'algebra cambia radicalmente: la teoria delle equazioni di secondo grado smette di esserne il principio organizzatore, la relazione teoria-esempio subisce importanti modifiche e l'algebra dei polinomi acquista una formulazione progressivamente più moderna.

È in questo contesto che occorre situare il *Libro d'algebra* di al-Zanjani. Scritto nella metà del XIII secolo, questo trattato riprende fedelmente il lavoro di al-Karaji ed è composto da una parte di teoria del calcolo algebrico, da un'interessante collezione di problemi e da una lunga parte finale dedicata all'analisi indeterminata.

La presentazione dei punti matematicamente rilevanti del testo ci premetterà di fare luce sulla tradizione aritmetico-algebrica, della quale questo trattato è una nuova ed ulteriore testimonianza.

Bibliografia

Al-Kharki, *al-Fakhrī, notice et extrait par Franz Woepcke (1851)*, ed. online su Gallica (http://gallica.bnf.fr/)

As-Samaw'al, *al-Bahīr en algèbre*, a cura di S. Ahmad, R. Rashed, Université de Damas, 1972.

Rashed R., *Entre arithmétique et algèbre. Recherche sur l'histoire des mathématiques arabes*, Paris, Les belles lettres, 1984.

Rashed R., *Histoire de l'analyse diophantienne classique. D'Abu Kāmil à Fermat*, Berlin/Boston, De Gruyter, 2013.

Sincerità e menzogna in un quoziente

VERENA ZUDINI - NATALE STUCCHI
(Università di Trieste - Università di Milano-Bicocca)
vzudini@units.it - natale.stucchi@unimib.it

Matematica e psicologia sono discipline strettamente legate. Il loro legame è particolarmente evidente quando ci si pone il problema di misurare il mentale, ossia di trovarne i 'numeri'. Tale problema ha avuto grande rilievo nella psicologia scientifica fin dalle sue origini, tra Ottocento e Novecento, e rimane di grande attualità. La ricerca psicofisiologica si è occupata di determinare, in particolare, le manifestazioni esteriori, i comportamenti verbali e non verbali che accompagnano e possono tradire la menzogna. L'idea che la maggior parte delle persone non possa mentire senza sentirsi un po' a disagio, a livello conscio o inconscio, e che tale disagio comporti un'alterazione fisiologica misurabile è alla base del *lie detector* o macchina della verità.

La *Lüge*, quella che in italiano sarà la 'finzione' o la 'menzogna', e nello specifico i suoi 'sintomi respiratori' (gli *Atmungssymptome*), è un tema della produzione scientifica del triestino Vittorio Benussi (1878-1927), docente prima all'Università di Graz, dove fu allievo di Alexius Meinong ed esponente di rilievo della scuola da lui fondata, quindi, dopo il 1919, all'Università di Padova. Fra i più rigorosi e geniali sperimentalisti del suo tempo, Benussi, in virtù degli studi sulla menzogna e in generale sulla psicologia della testimonianza, viene ricordato, fra le altre cose, anche proprio come inventore del *lie detector*.

Il suo pionieristico articolo sui 'sintomi respiratori della menzogna' (1914) può essere visto come un esempio di 'matematica del mentale': se Gustav Theodor Fechner, fondatore della psicofisica, aveva mostrato come le esperienze del nostro mondo interiore siano misurabili indirettamente, in virtù della loro dipendenza funzionale da eventi fisici esterni a esse concomitanti e direttamente misurabili, Benussi, rifacendosi ad analoghe ricerche condotte da studiosi come Alfred Lehmann in Germania e Etienne-Jules Marey in Francia, vuole stabilire le leggi quantitative della menzogna e della sincerità sulla base del legame funzionale esistente tra questi stati psichici e una particolare funzione somatica (esprimibile quantitativamente), ossia la forma del respiro.

Egli scopre che, in un soggetto, alla consapevolezza di mentire e alla consapevolezza di essere sincero corrispondono precisi e distinti *patterns* respiratori e, introducendo come parametro il 'quoziente respiratorio fondamentale di Störring' (cioè il rapporto fra la durata dell'ispirazione e la durata dell'espirazione), ne propone una formulazione in termini matematici. Benussi svilupperà ulteriormente il suo modello di misurazione e giungerà, con il metodo ipnosuggestivo, a delineare una vera e propria geometria degli stati emotivi, fondata sull'analisi quantitativa delle concomitanti respiratorie.

Bibliografia

Benussi V., *Die Atmungssymptome der Lüge*, Archiv für die gesamte Psychologie, 31, 1914, pp. 244-273.

Littlefield M.M., *The lying brain. Lie detection in science and science fiction*, Ann Harbor, University of Michigan Press, 2011.
Stucchi N., *Seeing and thinking: Vittorio Benussi and the Graz School*, Axiomathes, n. s., 7 (1-2), 1996, pp. 137-172.
Zudini V., *I sintomi respiratori della menzogna*, in M. Antonelli (a cura di), *Vittorio Benussi. Sperimentare l'inconscio. Scritti (1905-1927)*, Milano, Cortina, 2006, pp. 66-69.
Zudini V., *I numeri della mente. Sulla storia della misura in psicologia*, Trieste, EUT, 2009.
Zudini V., *La misura della menzogna. Vittorio Benussi e le origini della psicologia della testimonianza*, Trieste, EUT, 2011.
Zudini V., *Vittorio Benussi's respiratory symptoms of lying*, Trieste, EUT, 2012.