Société Française d'Histoire des Sciences et des Techniques
Società Italiana di Storia delle Matematiche

25-26-27 octobre 2007
Paris, Institut Poincaré, 11 rue Pierre et Marie Curie

CONFERENCES

Frans van Schooten le jeune:de la *Géométrie* de 1637 à la *Geometria* de 1659

MASSIMO GALUZZI
(Università di Milano)
Massimo.Galuzzi@mat.unimi.it

Frans van Schooten est un personnage que tous les historiens des mathématiques connaissent. Éditeurs des *Œuvres* de Viète et de Descartes ([12], [3], [4]), précepteur et en peu de temps ami et correspondant de Christiaan Huygens, auteur de textes remarquables, au moins du point de vue de la diffusion des idées de Descartes, il était aussi au centre d'une trame de relations avec les principaux savants de son temps.
Toutefois à la conclusion du seul essai qui est spécifiquement dédié à lui, Hofmann observe:

> Certainement Schooten n'est pas un savant important, mais il est un homme généreux, et un professeur-né, gentil, plein d'enthousiasme, suffisamment désintéressé, avec la capacité de reconnaître les autres ; et il est en même temps un intelligent homme d'affaires, qui s'entend avec les éditions des Elzévirs qui commencent à compter, soit à Leiden soit à Amsterdam. […] la tâche lui fut donnée d'agir comme médiateur pour ses étudiants plus doués pour les mathématiques, afin de leur donner les éléments fondamentaux pour les rendre eux mêmes capables de développer ces éléments pour des entreprises ultérieures.

Une opinion encore plus restrictive est exprimé par Rabuel dans son long (et un peu pédant) commentaire à la *Géométrie*. Dans l'*Introduction* de [7] il écrit:

> M. de Schooten a voulu éclaircir le tout; mais le Commentateur semble avoir aspiré lui même à la gloire d'être Commenté à son tour. Il exige en plus d'un endroit autant d'étude & d'application, qu'il en faudroit pour comprendre le texte même, qu'il prétend expliquer.

Cependant il est possible que le tumultueux progrès des mathématiques qui s'ensuit à partir de la Géométrie projette une patine de platitude sur des textes qui lors de leur apparition devaient avoir un certain relief. Par exemple, à partir de la fin du dix-septième siècle un lecteur peut difficilement se réjouir de la lecture de [9]. Toutefois on a une seconde édition peu après, [11], et le texte est aussi inclus dans le second volume de [4]. Mais dans le sixième volume du *Cours* d'Hérigone, les *Isagoge de l'Algebre* n'offrent pas des choses très différentes.
Une analyse de l'œuvre de van Schooten qui se propose le but de l'apprécier sur l'arrière plan des changements décisifs qui se succèdent entre les dates du 1637 et du 1659 (des changements qui sont produits en partie par la contribution de cette même œuvre dans laquelle ils se réfléchissent) nous donne la possibilité de mieux estimer le rôle de ce savant dans l'histoire des mathématiques.

References

[1] C. Cyriaque de Mangin. *Cursus mathematicus tomus sextes ac ultimus* Par Pierre Herigone. Sumptibus agidii Morelli, architypographi regij, Pariis, 1642.
[2] D.W. Davies. *The World of Elseviers. 1580-1712*. Martinus Nijhoff, The Hague, 1960.
[3] R. Descartes. *Geometria à Renato Descartes anno 1637 Gallice edita; nunc autem Cum Notis Florimondi De Beaune Opera atque Studio Francisci a Schooten*. Ex officinâ Ioannis Maire, Ludguni Batavorum, 1649.
[4] R. Descartes. *Geometria à Renato Descartes anno 1637 Gallice edita; postea autem Una cum*

Notis Florimondi De Beaune. Opera atque Studio Francisci a Schooten. Apud Ludovicum & Danielem Elzevirios, Amstelædami, 1659–61.
[5] J.E. Hofmann. *Frans van Schooten der Jüngere*. Boethius. Texte und Abhandlungen zur Geschichte der exacten Wissenschaften. Franz Steiner Verlag GMBH, Wiesbaden, 1962.
[6] C. Huygens. *Oeuvres complètes*. Martinus Nijhoff, La Haye, 1888-1950.
[7] C. Rabuel. *Commentaires sur la Géométrie de Monsieur Descartes*. Marcellin Duplain, Lyon, 1730.
[8] F. van Schooten. *De organica conicarum sectionum in plano descripta tractatus. Geometrici, opticis; praesertim verò gnomonicis & mechanicis utilis. Cum subnexa est Appendix, de Cubicarum Aequationum resolutione*. Ex officina Elzeviriorum, Leiden, 1646.
[9] F. van Schooten. *Principia Matheseos Universalis, seu Introductio ad Geometriae Methodum Renati Des Cartes*, Edita ab Er. Bartholino, Casp. Fil. Ex Officina Elseviriorum, Ludguni Batavorum, 1651.
[10] F. van Schooten. *Exercitationum Mathematicarum Libri Quinque*. Ex Officina Johannis Elsevirii, Leiden, 1657.
[11] F. van Schooten. *Principia Matheseos Universalis, seu Introductio da Geometriae Methodum Renati Des Cartes, Conscripta ab Er. Bartholino, Casp. Fil. Editio Secunda priore correctior*. Apud Ludovicum & Danielem Elzevirios, Amstelaedami, 1659.
[12] F. Viète. *Opera Mathematica*. Ex Officina Bonaventurae & Abrahami Elzeviriorum, Ludguni Batavorum, 1646. Operâ atque studio Francisci à Schooten Leydensis Matheseos professoris.

Some Remarks about Euclidean Tradition in Italian and French Renaissance

VERONICA GAVAGNA
(Università di Salerno)
vgavagna@unisa.it

Venice, 1482: Erhard Ratdolt publishes the first printed edition of Euclid's *Elements*, based on the Campanus redaction made shortly before 1260, the dominant version of Euclid in the Latin West during the Middle Ages. In 1505 another edition of Euclid was published, again in Venice: it was translated from a Greek manuscript by the lawyer and humanist Bartolomeo Zamberti, who made available for the first time a relatively pure text. From 1505 onwards a conflict between the Campanus text and Zamberti's Latin translation raised: Luca Pacioli's edition of the *Elements* appeared in Venice in 1509 and represented an attempt to defend Campanus against Zamberti's criticism; in 1516 at Paris Jacques Lefévre d'Etaples, an important member of French humanist circles, published both versions in a composite volume. But the rivalry between Campanus and Zamberti continued in the following decades: even the Greek *editio princeps* (1533) didn't alter the situation.

In the same years, two important Italian mathematicians were both reflecting on Euclid's work: Girolamo Cardano and Francesco Maurolico. Although they both gave lectures on the *Elements* and considered unsatisfactory the printed Euclidean editions, their approach to the question "Campanus versus Zamberti" was radically different. Cardano detected some mistakes in Campanus' text and criticised Zamberti's edition too, but his aim was to constitute a sort of "updating" of Euclid's work, that was given the title *Nova geometria*. This writing is lost, but there's a manuscript titled *Commentaria in Euclidis Elementa* still extant. Nevertheless, Cardano disseminated his reflections on the *Elements* in his works, for exemple in *De subtilitate*, where Jacques Peletier du Mans - who published a commented edition of the first six books of the *Elements* in 1557 - found some arguments used in the known controversy about the angle of contact.

Maurolico's aim was to rework entirely the available Euclidean redactions to establish a mathematically correct text. In 1532 he dealt with Book II and Book XIII-XV (posthumously printed in 1575), in 1534 he wrote his version of Book V, VII-IX and in 1541 he devoted himself to Book X. Although Maurolico's redaction was close to Euclidean tradition,

nevertheless presents some original aspects, in particular for what concerns Books XIII-XV. Campanus' *recensio* contained some interesting additional propositions about the regular solids, but Maurolico added about twenty propositions more, which deal with inscribing certain regular bodies or the sphere in certain others. This trend will be emphasized in Candale's and Clavius' editions of the *Elements*, appeared in 1566 and 1574 respectively.
In his *Euclid*, Clavius used some unpublished proofs, sent by Maurolico probably in 1570, of propositions II.1-10. They belong to a general *compendium* of the *Elements*, written in the years 1567-70, characterized by an arithmetical approach which led Maurolico to deeply rework Book V and VII-X.
A discussion about some different redactions of the *Elements* made by Italian and French mathematicians during the Renaissance will be the theme of my talk.

Sources

G. Cardano, *Hieronimi Cardani Castilionei medici mediolanensis super Euclidis libros novem,* ms. Par.Lat. 7217, Bibliothèque Nationale de France, Paris.
C. Clavius, *Euclidis Elementorum libri XV*, Romae, apud Bartholomaeum Grassium, 1589.
Euclid, *Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi in artem Geometriae incipit quam felicissime … Campani commentationes*, Venetiis, Erhardus Ratdolt Augustensis impressor solertissimus, 1482.
Euclid, *Euclidis megarensis philosophii platonici mathematicarum disciplinarum Ianitoriis: habent in hoc volutine quicumque ad mathematicam substantiam aspirant: Elementorum libros xiii cum expositione Theonis … Euclidi volumen xiiii cum expositione Hypsi. Alex. … Bartholomeo Zamberto Veneto Interprete*, Venetiis, edibus Ioannis Tacuini, 1505.
F. Maurolico, *Elementorum XI et XII. Solidorum primus et secundus*, V. Gavagna (ed.), \\http://www.dm.unipi.it/pages/maurolic/edizioni/euclide/librisolidi/intro.htm
F. Maurolico, *Euclidis Elementorum Compendia,* A.C. Garibaldi, V. Gavagna (eds), \\http://www.dm.unipi.it/pages/maurolic/edizioni/euclide/compendi/intro.htm
F. Maurolico, Euclidis regularia solida, V. Gavagna (ed.) \\http://www.dm.unipi.it/pages/maurolic/edizioni/euclide/solidi/intro.htm
F. Maurolico, Ms. San Pantaleo 116/33, Biblioteca Nazionale Centrale "Vittorio Emanuele'', Rome.
J. Peletier, *In Euclidis Elementa geometrica demonstrationum sex*, Lugduni apud Iohannem Tornaesium, 1557.

Secondary Literature

H.L.L. Busard, *Campanus of Novara and Euclid's* Elements, Franz Steiner Verlag 2005.
Euclid, *Les Éléments*, translated and commented by B. Vitrac, Paris, Press Universitaire de France, 1990-2001.
M. Folkerts, *The Development of Mathematics in Medieval Europe*, Ashgate Publishing, 2006.
M. Folkerts, *Luca Pacioli and Euclid*, in E. Giusti (ed.) *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, Città di Castello, Petruzzi, 1998, pp. 219-231.
V. Gavagna, *Cardano legge Euclide: i "Commentaria in Euclidis Elementa*", in M.L. Baldi, G. Canziani (eds.), *Cardano e la tradizione dei saperi*, Milano, FrancoAngeli 2003, pp. 125-144.
V. Gavagna, *Gli* Euclides *di Maurolico*, in V. Gavagna, R. Moscheo (eds.) *Francesco Maurolico e le matematiche del Rinascimento*, Messina, (forthcoming).
F. Loget, *Héritage et réforme du quadrivium au XVI siècle*, Actes du colloque de Peyresq "La pensée numérique", 1999
http://www.peiresc.org/New\%20site/Actes.Dhombres/Pensee.numer.htm/Loget.pdf
L. Maierù, "*… in Christophorum Clavium de Contactu Linearum Apologia*". *Considerazioni attorno alla polemica fra Peletier e Clavio circa l'angolo di contatto (1579--1589)*, "Arch. Hist. Exact Sci.", 41 (1990) n. 2, pp. 115-137.
S. Rommevaux (ed.), *La réception des Éléments d'Euclide au Moyen Âge et à la Renaissance*, "Revue d'histoire des sciences", tome 56, juillet-décembre 2003.
S. Rommevaux, *Clavius. Une clé pour Euclide au XVI siècle*, Paris, Vrin, 2005.
P.L. Rose, *The Italian Renaissance of Mathematics*, Genève, Droz, 1975.

F. Salvi, *Le fonti degli* Elementi *di Euclide di Cristoforo Clavio*, Tesi di Laurea, Università degli Studi di Firenze, A.A. 2003-2004.

J.P. Sutto, *Le compendium du 5e livre des Éléments d'Euclide de Francesco Maurolico*, "Revue d'histoire des mathématiques", 6 (2000), pp. 59-94.

La théorie des nombres de Fermat en contextes

CATHERINE GOLDSTEIN
(Paris, CNRS-Institut mathématique de Jussieu)
cgolds@math.jussieu.fr

Les travaux arithmétiques de Pierre Fermat ont souvent été décrits comme une foule de résultats éparpillés, mais plusieurs historiens se sont efforcés d'en montrer les cohérences, selon des critères parfois très différents. L'exposé se propose de dresser un bilan de ces travaux et de resituer les résultats arithmétiques de Fermat dans l'ensemble de son oeuvre, dans l'histoire de la théorie des nombres, et dans celle des pratiques mathématiques.

John Wallis et l'idée d'une «mathématique universelle» purement arithmétique

DAVID RABOUIN
(Paris, Ecole Normale Supérieure)
David.Rabouin@ens.fr

Une tradition qu'on peut faire remonter à l'école algébrique anglaise et qui s'est perpétuée jusqu'aux commentateurs récents, notamment par l'intermédiaire de Jakob Klein, a fait de John Wallis l'un des pères fondateurs de notre modernité mathématique. En développant contre Barrow et Hobbes une conception purement symbolique du nombre («The symbolical Way») et en défendant l'idée que l'ensemble des mathématiques est fondé sur ce concept de nombre, il aurait esquissé les premiers éléments d'un programme amené à se développer à la fin du XIXème siècle. En suivant le texte où cette thèse est censée être développée pour la première fois, la *Mathesis universalis* (1657), on essayera de montrer que cette lecture téléologique ne correspond pas au projet de Wallis et en masque les faiblesses aussi bien que les forces. On essayera également de montrer que les travaux engagés dans l'«Arithmétique de l'infini» (1655) ne se comprennent qu'à partir de l'idée très particulière de «fondement arithmétique de l'algèbre » qui est développée dans la *Mathesis universalis*.

COMMUNICATIONS

L'opera di Henri Poincaré e il dibattito fra i matematici italiani

GIOVANNI ACOCELLA
(Università "Federico II" di Napoli)
giovanni.acocella@tin.it

Negli ultimi decenni dell'Ottocento, quando erano già stati elaborati i fondamenti delle geometrie non-euclidee, la speculazione scientifica continuò lungo il percorso dell'approfondimento e della revisione dei concetti di spazio e di tempo. Ciò comportò per i fisici e, in particolare, per i matematici, una palese escursione sui terreni della filosofia e delle scienze della natura in genere. A questo compito offrirono un contributo fondamentale Ernst Mach ed Henri Poincaré. Alla attenta analisi sui fondamenti della geometria e della misura del tempo da parte dell'illustre scienziato francese seguì l'organica esposizione della Relatività Speciale, scritta nel 1905 e pubblicata nell'anno successivo sul Rendiconto del Circolo matematico di Palermo. Al processo di revisione critica dei concetti parteciparono attivamente anche alcuni matematici italiani e, fra questi, alla schiera di coloro che diedero un contributo

nel campo delle geometrie non euclidee si aggiunsero studiosi impegnati in particolare sui temi della revisione critica dei concetti di spazio e di tempo con contributi originali.
Tra questi ne cito due: Enrico D'Ovidio e Alfonso Maria Del Re. Riporto il pensiero organico del primo, contenuto nella prolusione del 1889 all'Anno Accademico dell'Università di Torino e del secondo in occasione dell'apertura dell'Anno Accademico all'Ateneo modenese del 1896. Enrico D'Ovidio, dopo una magistrale cavalcata sulla storia e sul significato della Matematica, approda ad una serie di conclusioni. La Matematica viene concepita come sintesi tra pensiero e fatti sperimentali. I Postulati vengono scelti anche per ragioni di pratica e la loro utilità si raccorda con l'esperienza. Il problema del parallelismo va inquadrato nella natura dello spazio che ci circonda. Sono queste delle autentiche anticipazioni di quel contesto ipotetico che si sarebbe affermato organicamente nel pensiero di Henri Poincaré. Tra le anticipazioni di Enrico D'Ovidio va anche sottolineato un importante concetto, acquisito nella cultura scientifica circa mezzo secolo dopo: una teoria può essere definita scientifica se falsificabile. Alfonso Maria Del Re nella prolusione di Modena, alcuni anni dopo, si serve di immagini sperimentali per la definizione dei concetti di tempo e di spazio e anche per affrontare lo stesso tema dello spazio a più dimensioni, partendo dall'analisi del modo in cui "idealizzando i fatti naturali, siamo pervenuti a siffatte nozioni". Il tutto non può essere disancorato dalla specie dell'osservatore e dal modo di percepire di questo, o può essere indipendente dalla questione della finitezza o meno dell'Universo. Cambiando l'organizzazione, cambia l'esperienza e quindi l'aspetto. Nel processo di adattamento della geometria ai fatti sperimentali è necessario introdurre una chiara distinzione tra lo spazio tattile e quello visivo. Nella parte conclusiva v'è una serie di giudizi sulla consistenza delle varie geometrie non-euclidee. Interessante quello sull'"etere che ha fatto il suo tempo". Dopo le due pubblicazioni videro la luce i lavori di H. Poincaré del gennaio 1898 su *La Mésure du temps* e sullo Spazio nel *Monist* dell'ottobre dello stesso anno, nei quali il matematico, il pensatore e il naturalista elaborano quella sintesi preziosa sulla quale poggerà anche il lavoro del 1906.

Bibliografia

E. D'Ovidio, *Sulle origini e sullo sviluppo della Matematica pura*, discorso letto il 4 novembre 1889 nell'occasione della solenne apertura degli studi nella Università di Torino.
H. Poincaré, *Le continu mathématique*, Revue de Méthaphysique et de morale, 16 jan. 1893.
H. Poincaré, *Sur la nature du raisonnement mathématique*, Revue de Méthaphysique et de morale, 26 Jouin 1894.
A. M. Del Re, *Sulla struttura geometrica dello spazio in relazione al modo di percepire i fatti naturali,* discorso pronunziato in occasione della solenne inaugurazione degli studi presso la R. Università di Modena il dì 16 novembre 1896.
H. Poincaré, *La mésure du temps*, Revue de Méthaphysique et de morale, 16 gennaio 1898.
H. Poincaré, *Sur la nature du raisonnement Mathématique*, Revue de Méthaphysique et de morale, 16 gennaio 1898.
H. Poincaré, *The Foundation of geometry*, The Monist, vol. IX, oct. 1898.
H. Poincaré, *La Dynamique de l'électron*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo 1906.

A priori prejudice in Weyl's unintended unification of gravitation and electricity

Alexander Afriat
(Università di Urbino)
afriat@gmail.com

It is almost always claimed (certainly by Folland (1970), Trautman (1982), Perlick (1991), Vizgin (1994) and others) that Weyl *deliberately* unified gravitation and electricity in the rectification of general relativity he attempted in 1918. In fact the unification, as Bergia (1993) and Ryckman (2005) have pointed out and a couple of passages (in Weyl 1918a,b)

show, was the unintended outcome of *a priori* prejudice. But what prejudice? The evidence suggests that the theory came straight out of Weyl's sense of mathematical 'justice,' which led him to put the direction and length of a vector on an equal footing. Levi-Civita (1917) had discovered that the parallel transport determined by Einstein's covariant derivative was not integrable - while length, far from depending on the path taken, remained unaltered. For Weyl this was unfair: both features deserved the same treatment. He remedied with a connection that made *congruent* transport (of length) just as path-dependent as parallel transport. This 'total' connection restored justice through a *length connection* it included, an inexact one-form Weyl couldn't help identifying with the electromagnetic 4-potential A, whose 4-curl $F = da$, being closed (for $dF = ddA$ vanishes everywhere), provides Maxwell's two homogeneous equations. Source-free electromagnetism (up to Hodge duality at any rate) thus came, quite unexpectedly, out of Weyl's surprising sense of mathematical justice.
Admittedly there were also intimations, from the beginning, announcing an 'infinitesimal' agenda of sorts; but it was largely unmotivated back then, and too vague to produce the theory on its own - in fact it may even have been *suggested by* the theory. The agenda would take shape over the next years, acquiring justification and grounding; Ryckman has found roots in Husserl, and connected, or even identified it with a 'telescepticism' opposed to distant comparisons. But his compelling reconstruction of the agenda and its philosophical background rests largely on a couple of texts (in Weyl 1928, 1931) from a subsequent 'context of justification.' 'Mathematical justice' has, in the context of discovery, a more conspicuous (though sometimes thinly disguised) presence than the infinitesimal agenda. It is also logically stronger, being enough - together with a couple of simple and natural operations - to yield all of source-free electromagnetism. So I contend that what was really at work in the spring of 1918, what effectively gave rise to Weyl's theory of gravitation and electricity, was *the equal rights of direction and length*.

Bibliographie

Bergia, S. (1993) "The fate of Weyl's unified field theory of 1918" pages 185-193 in *History of physics in Europe in the 19th and 20th centuries* (edited by F. Bevilacqua) SIF, Bologna Folland, G. B. (1970) "Weyl manifolds" *Journal of differential geometry* **4**, pages 145-53.

Levi-Civita, T. (1917) "Nozione di parallelismo in una varietà qualunque e conseguente specificazione geometrica della curvatura riemanniana" *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo* **42**, pages 173-205.

Perlick, P. (1991) "Observer fields in Weylian spacetime models" *Classical and quantum gravity* **8**, 1369-85.

Ryckman, T. (2005) *The reign of relativity: philosophy in physics 1915-1925*, Oxford University Press.

Trautman, A. (1982) "Yang-Mills theory and gravitation: a comparison" pages 179-89 in *Geometric techniques in gauge theories* (edited by R. Martini and E.M. de Jager) Springer, Berlin.

Vladimir Vizgin (1994) *Unified field theories in the first third of the 20th century*, Birkhäuser, Basel

Weyl, H. (1918a) "Gravitation und Elektrizität" pages 147-59 in *Das Relativitätsprinzip*, Teubner, Stuttgart, 1990

Weyl, H. (1918b) letter from Albert Einstein to Hermann Weyl dated 10 December 1918

Weyl, H. (1928) *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft*, Munich, Oldenbourg

Weyl, H. (1931) "Geometrie und Physik" *Die Naturwissenschaften* **19**, pages 49-58

Una famiglia di manoscritti latini di algebra araba nell'Europa tra Medioevo e Rinascimento: la "Modus Family"

NADIA AMBROSETTI
(Università di Milano)
nadia.ambrosetti@gmail.com

Per poter procedere a tracciare la storia del calcolo e del calcolo automatico, è essenziale la ricostruzione dell'origine dei principi e delle concezioni matematiche che ne costituiscono il fondamento: questi affondano le proprie radici anche in remoti contesti culturali e geografici e, una volta entrati in contatto con la cultura occidentale, sono stati alla base della rinascita delle discipline matematiche nel tardo Medioevo.

L'evoluzione significativa si è avuta grazie al contributo della cultura scientifica arabo-islamica, che, segnatamente attraverso la figura di al-Khawarizmi, ha rappresentato un'indispensabile premessa allo sviluppo dell'aritmetica, dell'algebra ed in genere del calcolo, che nei secoli immediatamente successivi sarebbero andati incontro sia ad una sensazionale crescita di importanza nell'ambito delle scienze teoriche ed applicate, sia ad una diffusione capillare in tutto il continente europeo.

In questo lavoro, attraverso lo studio filologico e contenutistico di una famiglia di quattro codici manoscritti inediti del XV-XVII secolo (New York - Columbia University Library - Plimpton 188; Biblioteca Apostolica Vaticana - Urb. Lat. 1329; Milano - Biblioteca Ambrosiana - P81 Sup.; Torino - Biblioteca Nazionale Universitaria, H V 45), si presenta la ricostruzione di una parte finora sconosciuta della tradizione della versione latina di Gerardo da Cremona dell'Algebra di al-Khawarizmi e la sua collocazione nella tradizione stessa, oltre che nella cultura matematica europea dell'epoca. Ad accomunare i quattro codici sta la presenza di un paragrafo, che non compare nelle copie più antiche della traduzione di Gerardo, intitolato "Modus dividendi", dedicato alla razionalizzazione di frazioni.

L'analisi condotta sulla famiglia "Modus" ha permesso di evidenziare e di tracciare le principali direttrici di una rete di connessioni che legano l'evoluzione dell'algebra nella Mitteleuropa attraverso la figura di Johannis Müller di Königsberg (Regiomontanus) alla corte pontificia di Pio II, dove grazie all'architetto Francesco da Borgo San Sepolcro, si assiste al patrocinio di una febbrile attività di copiatura di opere geometrico-matematiche greche ed arabe, utili in seguito anche a Piero della Francesca e, non ultimo, al mondo delle scuole d'abaco, in ambiente italiano ed europeo.

Bibliografia

H. Alten, A. Djafari Naini, M. Folkerts, H. Schlosser, K. Schlote e H. Wußing, *4000 Jahre Algebra - Geschichte Kulturen Menschen* (Berlin Heidelberg, 2000).

B. Boncompagni, 'Della vita e delle opere di Gerardo Cremonese', *Atti dell'Accademia Pontifica de' Nuovi Lincei*, 4 (1850-1851), pp. 412-435.

M. Cecchini, *La matematica alla corte sabauda 1567-1624*, Torino, Quaderno CRISIS, 2001.

M. Folkerts, 'Regiomontanus' Role in the Transmission of Mathematical Problems ', in Y. Dold-Samplonius, J. W. Dauben, M. Folkerts e B. v. Dalen, eds., *From China to Paris: 2000 Years Transmission of Mathematical Ideas* (Stuttgart, 2002).

R. Franci e L. Toti Rigatelli, 'Towards a History of Algebra from Leonardo of Pisa to Luca Pacioli ', *Janus*, LXXII (1985), pp. 17-82.

J. Høyrup, 'PRE-MODERN "ALGEBRA" A concise survey of that which was shaped into the technique and discipline we know', *Quaderni di Ricerca in Didattica del G.R.I.M.*, 11 (2002).

J. Høyrup, '"Oxford" and "Cremona": on the relation between two versions of al-Khwarizmi's algebra', in Association Algérienne d'Histoire des Mathématiques, ed., *Troisième Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes* (Tipaza (Alger, Algerie), 1990), pp. 159-178.

B. Hughes, 'The Medieval Latin Translation of Al-Khwarizmi's Al-Jabr ', *Manuscripta*, XXVI (1982), pp. 31-37.

B. Hughes, ‘Gerard of Cremona’s Translation of al-Khwarizmi’s al-jabr: A Critical Edition’, *Mediaeval Studies* (1986), pp. 211-263.
J. Oaks e H. Alkhateeb, ‘Mal, enunciations, and the prehistory of Arabic algebra’, *Historia Mathematica*, 32 (2005), p. 400.
C.S. Roero, ‘Algebra e Aritmetica nel Medioevo islamico’, in, *Un ponte sul Mediterraneo. Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente* (Pisa, 2002).
F. Sezgin, *Geschichte des Arabischer Schriftums* (Leiden, 1974).
E. Ulivi, ‘Scuole e maestri d’abaco in Italia tra Medioevo e Rinascimento’, in *Un ponte sul Mediterraneo. Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente* (Pisa, 2002).
E. Zinner, *Regiomontanus: his life and work* (Amsterdam, 1990).

John Napier maître de mathématiques modernes: ce qu’on peut apprendre en lisant la “Mirifici Logarithmorum Canoni Descriptio”

MARGHERITA BARILE
(Università di Bari)
barile@dm.uniba.it

La première partie de [2] prend son inspiration d’une brève note ([1], pages 426-428) rédigée par le lycéen Evariste Galois et est entièrement consacrée aux logarithmes, dont l’essence est mise en lumière en retraçant l’évolution historique du concept. Dans [2] l’on trouve, en particulier, une version italienne commentée du Livre I du traité *Mirifici Logarithmorum Canoni Descriptio* (1614), par lequel le mathématicien écossais John Napier introduit les logarithmes comme une invention toute nouvelle. La traduction est fondée sur l’édition anglaise réalisée par Edward Wright, qui fut imprimée en 1616, après sa mort, par son fils Samuel et Henry Briggs, son collègue au *Gresham College* de Londres.
Le but de cette entreprise est faire découvrire au lecteur inexpert, d’une façon graduelle, à travers les explications originales de l’auteur, les idées qui sont à la base de cette extraordinaire création mathématique. Le texte est pourvu de nombreuses et détaillées notes en bas de page, indispensables pour la compréhension du langage du 17ème siècle, où les formules manquent totalement, et tout est exprimé en paroles, dans un jargon scientifique sûrement loin de la terminologie employée actuellement. Dans le traité de Napier, les énoncés des propositions et les descriptions des méthodes de calcul ne sont pas accompagnées par des véritables démonstrations, mais par des exemples numériques particuliers qui tendent à illustrer le contenu d’une manière visuelle et tangible. C’est sur ceux-ci que dans [2] on a mis l’accent, à cause de leur nature élémentaire et directe, donc didactiquement efficace. Pourtant, ils se bornent à donner une idée grossière, de sorte qu’ils ne permettent pas d’approfondir les concepts d’une façon complète et rigoureuse. A ce propos, il faut rappeler que le traitement précis et détaillé du sujet est contenu dans une autre, précédente oeuvre de Napier, la *Mirifici Logarithmorum Canoni Constructio*, qui a paru posthume en 1619. Dans [2], lors de la première lecture de la *Descriptio,* le lecteur est guidé sur un chemin qui se dénoue essentiellement en surface. Il n’arrive à saisir que la partie du message qui émerge le plus clairement, et qui propose l’idée népérienne dans sa forme la plus primitive, donc la plus accessible. Il s’agit de la partie “discrète”, qui résulte de la comparaison, effectuée en termes de proportions, entre une progression arithmétique et une progression géométrique, qui sont représentées par un couple de points mobiles avec des vitesses constantes sur des intervalles successifs. Cette description est en même temps la plus semblable à la moderne définition de logarithme, aussi bien qu’à l’exposition donnée par Galois. Une fois acquise cette connaissance de base, le lecteur sera en mesure de la perfectionner, en imaginant deux mouvements continus. Leur décodage moderne en termes d’équations différentielles nous fournira le nombre e, qui était inconnu à Napier. En fait, dans le chapitre suivant de [2], ce que le lecteur aura compris devra être assumé comme vrai par approximation, et seulement à

ce point-là, face à la version authentique de la pensée népérienne, il pourra en apprécier pleinement la force et l'originalité.
La consultation du texte requiert un peu de familiarité avec la cinématique des mouvements rectilignes, avec les fonctions trigonométriques de base, outre la disponibilité à aborder un discours qui se développe presque totalement sur le plan de la géométrie euclidienne.

Bibliographie essentielle

[1] J.-P. Azra e R. Bourgne, Ecrits et mémoires mathématiques d'Evariste Galois, Gauthier-Villars, Paris 1962.
[2] M. Barile, S. De Nuccio, *Lezioni di Matematica dagli scritti di Evariste Galois,* Vol. 2, parte I. Prefazione di Silvio Maracchia. Edizioni Goliardiche, Trieste, 2007.

The Arabic versions of Menelaus's *Spherics*

HELENE BELLOSTA
(Centre d'histoire des sciences et des philosophies arabes et médiévales)
h.bellosta@free.fr

This paper aims to study the transmission to the Arab world of Menelaus' *Spherics* and the research it induced. This difficult mathematical text represents the summit level of Greek knowledge bearing on spherical geometry, and the theorem known as "theorem of Menelaus on the sphere" was to remain, until the 10 th century, the only specific tool of the astronomers' calculus. Despite its importance but maybe due to its intrinsic difficulty, the Greek text of the *Spherics* is lost. We shall study the problems faced by its first translators and we shall try to put in perspective the different redactions of this text that do survive to this day, from al-Harawî's (10th century) to Nasîr al-Dîn al-Tûsî's (13th century).

La corrispondenza Tardy: il carteggio Tardy-Bellavitis (1852-1880)

GIUSEPPE CANEPA - GIUSEPPINA FENAROLI
(Università di Genova)
pat.giuseppe@libero.it - fenaroli@dima.unige.it

Questa comunicazione fa seguito allo studio già intrapreso sulla corrispondenza di P. Tardy con alcuni matematici del suo tempo, oggetto di una comunicazione al Congresso SISM 2005 e della quale è in corso di stampa un volume relativo al carteggio con Luigi Cremona[1]. Il presente intervento è svolto in parallelo a quello di C. Cerroni e L. Martini riguardante il carteggio Tardy- Betti.
Placido Tardy (Messina 1816 – Firenze 1914), esule dalla Sicilia nel 1848 per motivi politici, dal 1851 fu Professore di Geometria analitica e Calcolo infinitesimale alla Scuola di Marina di Genova, passò poi all'Università di questa città nel 1859. Egli ebbe un ruolo fondamentale nella prima fase di formazione della Scuola Matematica Italiana a cavallo del 1860. La sua vastissima corrispondenza, donata dal Prof. Gino Loria nel 1925, è conservata presso la Biblioteca Universitaria di Genova nella Cassetta Loria. Consiste di 784 lettere di prestigiosi matematici italiani (in particolare, Genocchi, Bellavitis, Brioschi, Betti, Cremona e Casorati) e stranieri ed una prima catalogazione è disponibile in rete presso il sito dell'Università di Genova[2]. L'esame e la pubblicazione del carteggio Tardy costituiscono quindi un importante contributo alla conoscenza della formazione della Scuola Matematica Italiana.

[1] L'edizione del carteggio Cremona-Tardy è in collaborazione con Cinzia Cerroni (Università di Palermo).
[2] Tale catalogazione è a cura di Oriana Cartaregia, Ariella Pennacchi e Maria Teresa Sanguineti (2000-2001).

Un primo esame della corrispondenza Tardy è stato fatto da G. Loria [8] che ne sottolinea l'importanza e la rilevanza storica e scientifica di alcune lettere in particolare[3]. Una seconda analisi è stata fatta da U. Bottazzini [3] che ha individuato una serie di temi trattati[4] che sono di grande interesse per la conoscenza della formazione della Scuola Matematica Italiana.

Il carteggio, qui preso in esame, è quello con Giusto Bellavitis (Bassano del Grappa 1803 – Tezze 1880). Bellavitis, con formazione da autodidatta, dal 1843 fu professore di liceo, nel 1845 divenne professore di Geometria descrittiva presso l'Università di Padova poi dal 1867 insegnò Algebra complementare e Geometria analitica [7]. Il presente intervento riguarda le 109 tra lettere e cartoline postali che Giusto Bellavitis scrisse a Placido Tardy tra il 1852 e il 1880, anno della morte del primo, che si trovano nella già citata Cassetta Loria. Risposte di Tardy a Bellavitis, ad oggi, ne conosciamo una datata 12 luglio 1864, che appartiene all'Istituto Veneto di Scenze, Lettere e Arti ed è conservata nelle "Carte Bellavitis" [5]. All'inizio della loro corrispondenza Tardy e Bellavitis appartenevano a due diversi stati (Regno di Sardegna e Impero Asburgico) spesso in conflitto tra loro, quindi le espressioni del loro carteggio, non strettamente scientifiche, sicuramente subirono il timore della censura. A partire dalla fine degli anni '60 gli argomenti politici iniziarono ad essere invece dibattuti apertamente. Sono frequenti, in queste lettere, le notizie riguardanti la vita, gli spostamenti, i dibattiti intercorsi tra numerosi matematici che facevano parte del mondo scientifico italiano e straniero. Gli argomenti generali sono: politica, istruzione, tutto ciò che riguarda la "Società Italiana dei XL" (elezione membri, pubblicazioni, ….). In ambito più strettamente matematico, troviamo qualche ampia discussione su problemi risolti col metodo delle equipollenze [1], [6], in più lettere incontriamo il principio d'omogeneità in meccanica, cenni riguardanti gli immaginari, le geometrie non euclidee [2] (nodi spinosi per Bellavitis), le funzioni ellittiche, il calcolo delle probabilità.

Bibliografia

[1] G. Bellavitis, Sulle origini del metodo delle equipollenze, *Memorie Istituto Veneto, Vol.XIX. Venezia, 1876, pp. 449-491.*

[2] L. Boi, L. Giacardi, R. Tazioli (ed.), *La découverte de la géométrie non euclidienne sur la pseudosphère: les lettres de Eugenio Beltrami a Jules Houel (1868-1881),* Paris, Blanchard, 1998.

[3] U. Bottazzini, *Tardy's letters and library in Genoa*, Historia Mathematica, 7, 1980, pp.84-85.

[4] U. Bottazzini, *Và pensiero. Immagini della matematica nell'Italia dell'ottocento*. Il Mulino, 1994.

[5] G. Canepa, Le carte di Bellavitis*, Atti del Terzo Seminario di Storia delle Scienze e delle Tecniche nell'Ottocento Veneto, Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti, Venezia 1994, pp. 49-59*

[6] P. Freguglia*,* Il calcolo delle equipollenze di Giusto Bellavitis, *Atti del Terzo Seminario di Storia delle Scienze e delle Tecniche nell'Ottocento Veneto, Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti, Venezia 1994, pp. 11-48.*

[7] E. N. Legnazzi*,* Commemorazione del Conte Giusto Bellavitis,*Stab. Prosperini, Padova, 1881.*

[8] G. Loria, *Commemorazione del Socio Placido Tardy,* Rend. Della Reale Accademia Nazionale dei Lincei, (5) 24, 1915, pp. 505-531.

[3] Le lettere pubblicate in appendice alla commemorazione sono: un brano di lettera di Genocchi del 25 Dicembre 1866; due lettere di Betti, rispettivamente, del 6 e del 16 ottobre 1863; due lettere di Schläfli, rispettivamente, del 17 Agosto 1864 e del 4 Ottobre 1865.

[4] Come ad esempio il progetto e la fondazione degli Annali di Matematica pura ed Applicata, la discussione sulle Geometrie non-Euclidee e sul modello di Beltrami, le informazioni periodiche sulle ricerche dei matematici europei.

La corrispondenza fra T. Levi-Civita e A. Righi: elettromagnetismo e relatività

SANDRO CAPARRINI - R. TAZZIOLI
(Università di Ferrara - Università di Catania)
caparrini@libero.it

Tra il 1901 e il 1920 T. Levi-Civita e A. Righi ebbero una fitta corrispondenza su questioni di elettromagnetismo e di relatività. Poiché Righi viene oggi considerato il più importante fisico sperimentale italiano prima di Fermi e Levi-Civita è tra i maggiori matematici del Novecento, la loro corrispondenza assume a priori un'importanza storica. Si tratta di lettere dal contenuto tecnico, relative a problemi specifici. Il loro studio ci aiuta a capire il passaggio dalla fisica matematica alla fisica teorica all'inizio del secolo.

La corrispondenza ebbe inizio quando Levi-Civita assistette a una conferenza di Righi al congresso nazionale di fisica del 1901. Righi discuteva dell'esperimento di Crémieu, che a quel tempo occupava le menti dei fisici. È noto che, secondo la teoria di Maxwell, il movimento di una carica elettrica deve creare un campo magnetico; la prova sperimentale era stata data da Rowland nel 1876. Crémieu, su richiesta di Poincaré, aveva rifatto l'esperimento con maggior accuratezza, ottenendo però un risultato negativo. Nella sua conferenza, Righi osservava che il risultato di Crémieu si poteva forse spiegare supponendo che le correnti indotte su alcuni parti metalliche dell'apparato compensassero l'effetto del moto della carica.

Per capire se la critica era giusta bisognava però valutare l'ordine di grandezza del campo magnetico secondario. Righi propose quindi a Levi-Civita un problema di fisica matematica che, pur schematizzando al massimo la situazione reale, era ancora assai complicato: *trovare il campo elettromagnetico prodotto al di là di un piano indefinito conduttore da una carica elettrica che si muova uniformemente in linea retta parallelamente al piano*. Levi-Civita si mise immediatamente al lavoro. La sua soluzione fu pubblicata nel 1902 sugli *Annales de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse*.

Si intuisce dalla corrispondenza che Levi-Civita attribuiva al problema una notevole importanza. Nel 1896 egli aveva pubblicato un lavoro in cui, per usare la terminologia moderna, esprimeva le equazioni di Maxwell per mezzo dei potenziali elettromagnetici. Non era però chiaro all'epoca se le nuove equazioni fossero del tutto equivalenti a quelle di Maxwell. Il problema posto da Righi richiedeva un uso attento delle condizioni al contorno dei campi sulla superficie metallica. Se per risolvere il problema si fossero usate le equazioni alle derivate parziali di Maxwell, le condizioni al contorno avrebbero dovute essere aggiunte al problema; se invece si fossero usate le formule dei potenziali, le condizioni al contorno sarebbero state imposte dal metodo stesso. Il problema di Righi poteva forse permettere di capire quale fra i due gruppi di equazioni fosse quello fondamentale. Seguendo questa linea di pensiero, Levi-Civita scrisse in pochi anni diversi lavori collegati al problema di Righi. Da ultimo, com'è immaginabile, dimostrò che le condizioni al contorno possono essere ottenute anche dalle equazioni di Maxwell.

Nel seguito della corrispondenza, Levi-Civita e Righi discussero della massa elettromagnetica (1906). Il problema oggi ha solo un interesse storico, ma nelle lettere si trovano osservazioni istruttive sulle prime interpretazioni della contrazione relativistica di Lorentz.

L'ultima parte della corrispondenza (1918-1920) riguarda la nuova versione dell'esperimento di Michelson e Morley progettata da Righi prima della morte. Il punto essenziale della critica di Righi consisteva nell'osservazione che la riflessione della luce su uno specchio in rotazione non segue le stesse leggi della riflessione su uno specchio immobile. Da qui derivava la necessità di rivedere tutti i calcoli dell'esperimento originario. La nuova teoria forniva però risultati paradossali, per cui Righi chiese il parere di Levi-Civita. La morte di Righi pose termine alla discussione.

Gli storici della scienza hanno spesso fatto osservare che, con i suoi lavori di relatività generale, Levi-Civita fu per diversi anni tra i pochissimi in Italia a studiare la fisica teorica prima che essa fosse riconosciuta ufficialmente. La corrispondenza con Righi dimostra che egli aveva già cominciato a occuparsi di "fisica teorica" dall'inizio del secolo. Non ultimo fra i motivi di interesse, la corrispondenza mostra il rispetto e la stima reciproca fra due studiosi molto diversi. È un occasione in più per ricordare la cortesia e la signorilità di Levi-Civita e di Righi.

Bibliografia essenziale

L. Indorato, e G. Masotto "Poincaré's role in the Crémieu-Pender controversy over electric convection", *Annals of Science* **46** (1989), 117-163.

T. Levi-Civita, "Sur le champ électromagnétique engendré par la translation uniforme d'une charge électrique parallèlement à un plan conducteur indéfini", *Annales de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse pour les sciences mathématiques et les sciences physiques* (2) **4** (1902), 5-44; in *Opere* II, 153-195.

A. Righi, "Sulla questione del campo magnetico generato dalla convezione elettrica, e su altre analoghe questioni" *Il Nuovo Cimento*, (5) **2** (1901), 233-256.

Il CD: I manoscritti matematici di Paolo Cassiani (1743 – 1806)

FRANCA CATTELANI DEGANI
(Università di Modena e Reggio Emilia)
cattelani@unimo.it

Già nella comunicazione tenuta a Modena nell'ambito del I Congresso della SISM (2001) ebbi modo di riferire del rinvenimento, presso l'Archivio storico dell'Accademia di Scienze Lettere e Arti di Modena, di un cospicuo gruppo di manoscritti di carattere matematico di Paolo Cassiani (1743 - 1806). L'interesse dei manoscritti è dettato dal fatto che Cassiani fu il primo docente di Analisi matematica presso l'Università di Modena, fu maestro di Paolo Ruffini e fu docente di Geometria descrittiva presso la neo-istituita Scuola Militare voluta da Napoleone; ciò nonostante, di Cassiani ci sono pervenuti a stampa solo due brevissimi saggi inseriti nel *Corso di Matematiche ad uso degli aspiranti alla Scuola d'Artiglieria e Genio di Modena.* Le oltre 700 carte manoscritte raccolgono:

- i *Primi rudimenti d'algebra,* testo steso dal Cassiani quasi certamente per le lezioni che egli teneva al Biennio Filosofico (propedeutico agli studi universitari veri e propri)
- bozze varie di un testo di *Istituzioni analitiche* (altre volte detto *Corso di Analisi Matematica*); tra queste occupano un posto di rilievo le numerose pagine dedicate alla teoria delle equazioni, da cui emerge che fu certamente Cassiani a suggerire al Ruffini la via da seguire per il teorema sull'insolubiltà per radicali delle equazioni algebriche di grado maggiore di quattro;
- stesure varie di *Lezioni di geometria descrittiva*
- le bozze dei *Teoremi geometrici,* cioè di uno dei due saggi a stampa di Cassiani, quello che fu edito postumo a cura di Giuseppe Tramontini col titolo *Saggio elementare sul metodo dei limiti*.

Mediante il lavoro svolto attraverso cinque diverse tesi di laurea (vedi Bibliografia), si è provveduto dapprima ad un riordino delle carte manoscritte, che erano raccolte in modo del tutto casuale, ad uno studio e trascrizione di alcune loro parti ed alla riproduzione digitale di alcune carte. Successivamente, grazie anche ad una borsa di studio assegnata alla dottoressa Erica Cassanelli, si è completata la riproduzione digitale di tutte le carte manoscritte e della loro trascrizione (con la sola eccezione di poche pagine di appunti non significativi).

Scopo della comunicazione è la presentazione del CD *I manoscritti matematici di Paolo Cassiani (1743– 1806),* (a cura di: Franca Cattelani Degani ed Erica Cassanelli) che raccoglie:

- l'*Elogio del Consigliere Paolo Cassiani*, steso da Luigi Rangoni e pubblicato nelle *Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere e Arti di Modena,* 1, P.III (1858), Sezione di Lettere, 156-172
- le note a stampa di Cassiani
- il mio articolo pubblicato sugli *Atti e Memorie dell'Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti di Modena* nel 2002 e che descrive la "carte Cassiani"
- una ricca bibliografia
- la riproduzione digitale e trascrizione dell'intero corpus dei manoscritti consultabile secondo tre diverse modalità:
    1. visione delle sole immagini
    2. lettura delle sole trascrizioni con possibilità di link all'immagine della relativa carta
    3. lettura della trascrizione affiancata dall'immagine del testo originale.

Bibliografia

Baldini U., *Paolo Cassiani,* in *Dizionario Biografico degli Italiani,* Roma, Istituto dell'Enciclopedia Italiana, 1978, vol, 21, 475 - 476;

Barbensi G., *Paolo Ruffini,* Modena, Accademia di Scienze Lettere e Arti, 1956;

Barbieri F., Cattelani Degani F., *Catalogo della corrispondenza di Paolo Ruffini,* Modena, Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti, 1997;

Barbieri F., Cattelani Degani F., *I matematici italiani nel periodo napoleonico: i contributi di P. Cassiani, G. Tramontini, P. Ruffini alla Scuola d'artiglieria e genio di Modena,* in *Atti e Memorie dell'Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti di Modena,* VIII, 6(2003), 119- 126;

Bortolotti E. (a cura di), *Opere matematiche di Paolo Ruffini,* T.I, Palermo, Tip. Matematica, 1915; T.II e III, Roma, Cremonese, 1954;

Canevazzi G., *La scuola militare di Modena, Vol. I (1756 – 1814),* àModena, Tip. G. Ferraguti & C., 1914-1920;

Caroli S., *Dalle Carte Cassiani: le equazioni di terzo, quarto grado e grado superiore nei "primi rudimenti dell'Algebra",* Tesi di laurea, Dipart. di Matematica, Università di Modena, a.a. 2000-01;

Cassanelli E., *Manoscritti di Paolo Cassiani in formato digitale,* Tesi di laurea, Dipartimento di Matematica, Università di Modena e Reggio E., a.a. 2002-03;

Cassinet J., *Paolo Ruffini (1765-1822): la résolution algébrique des equation et les groupes de permutations,* Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, 8 (1988), 21-69;

Cattelani Degani F., *Le carte di Paolo Cassiani conservate presso l'Archivio dell'Accademia Nazionale di Scienze, Lettere e Arti di Modena,* in: *Atti e Memorie dell'Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti di Modena,* VIII, 4(2002), 369- 390;

Ferrari C., *I manoscritti della filza C, armadio D dell'Archivio dell'Accademia di Scienze, Lettere e Arti di Modena – Le carte Cassiani,* Tesi di laurea, Dipartimento di Matematica, Università di Modena, a.a. 1999-2000;

Franci R., *L'algebra in Italia dal 1799 al 1813,* Physis, 29(1992) n.3, 745-770;

Gallesi S., *Alcune proprietà delle equazioni nei manoscritti di Cassiani. Confronto con Ruffini e Lagrange,* Tesi di laurea, Dipartimento di Matematica, Università di Modena, a.a. 2000-01;

Logli G., *Le lezioni di Geometria descrittiva nelle Carte Cassiani,* Tesi di laurea, Dipartimento di Matematica, Università di Modena e Reggio E., a.a. 2004-05;

Mor C. G. - Di Pietro P., *Storia dell'Università di Modena*, Voll. 2, Firenze, Olschki, 1975;

Venturi G.B., *Memoria intorno alla vita del Marchese Gherardo Rangone,* Modena, Eredi Soliani, 1818.

La corrispondenza Tardy: il carteggio Tardy-Betti (1850-1891)

CINZIA CERRONI - LAURA MARTINI
(Università di Palermo - Università di Siena)
cerroni@math.unipa.it - lauramartinisiena@gmail.com

Questo intervento si colloca all'interno del progetto di pubblicazione della corrispondenza di P. Tardy con i matematici italiani del suo tempo, di cui si è già data comunicazione al convegno SISM del 2005 e di cui è in corso di stampa il volume riguardante la corrispondenza con Luigi Cremona. (Il carteggio Cremona-Tardy è in collaborazione con Giuseppina Fenaroli). Placido Tardy (Messina 1816 – Firenze 1914), esule per motivi politici dalla Sicilia nel 1848, fu professore all'Università di Genova dal 1851. Egli, pur non essendo un matematico di prima grandezza, ha avuto un ruolo fondamentale nella prima fase di formazione della Scuola Matematica Italiana a cavallo del 1860. La sua vastissima corrispondenza, donata dal Prof. Gino Loria nel 1925, è conservata presso la Biblioteca Universitaria di Genova nella Cassetta Loria. Consiste in 784 lettere di prestigiosi matematici italiani (in particolare, Genocchi, Bellavitis, Brioschi, Betti, Cremona e Casorati) e stranieri ed una prima catalogazione è disponibile in rete presso il sito dell'Università di Genova (Tale catalogazione è a cura di Oriana Cartaregia, Ariella Pennacchi e Maria Teresa Sanguineti, 2000-01). L'esame e la pubblicazione del carteggio Tardy costituisce quindi un importante contributo alla conoscenza della formazione della Scuola Matematica Italiana.

Un primo esame della corrispondenza Tardy è stato fatto da G. Loria [3] che ne sottolinea l'importanza e la rilevanza storica e scientifica di alcune lettere in particolare (Le lettere pubblicate in appendice alla commemorazione sono: un brano di lettera di Genocchi del 25 Dicembre 1866; due lettere di Betti, rispettivamente, del 6 e del 16 ottobre 1863; due lettere di Schläfli, rispettivamente, del 17 Agosto 1864 e del 4 Ottobre 1865). Una seconda analisi è stata fatta da U. Bottazzini [1] che ha individuato una serie di temi trattati (ad esempio il progetto e la fondazione degli Annali di Matematica pura ed Applicata, la discussione sulle Geometrie non-Euclidee e sul modello di Beltrami, le informazioni periodiche sulle ricerche dei matematici europei) che sono di grande interesse per la conoscenza della formazione della Scuola Matematica Italiana. Il carteggio qui preso in esame è quello con Enrico Betti (Pistoia 1823 – Pisa 1892). Betti si laureò a Pisa nel 1846 sotto la guida di Mossoti e dopo un periodo di insegnamento nella scuola secondaria superiore divenne professore di Algebra Superiore presso l'Università di Pisa nel 1857. Nel 1858 insieme con Brioschi e Casorati intraprese un viaggio nel centro dell'Europa ed in particolare a Göttingen conobbe Riemann. Tornato a Pisa nel 1859 ottenne la cattedra di Analisi e Geometria Superiore.

La corrispondenza tra Betti e Tardy consiste di 128 lettere, che coprono un arco cronologico che va dal 1850 al 1891. In particolare, le lettere di Betti a Tardy sono 79 e si trovano nella già citata Cassetta Loria. La lettere di Tardy a Betti sono 49 e si trovano nella Biblioteca della Scuola Normale Superiore di Pisa. Alcuni brani di lettere di Betti a Tardy e di Tardy a Betti sono esposti da U. Bottazzini [2]. Sono citate in particolare le lettere di Betti a Tardy del 22 Maggio 1852, 8 Novembre 1852, 19 Luglio 1853, 21 Marzo 1868 e la risposta del Tardy a Betti del 17 Giugno 1852. L'intera corrispondenza permette di ricostruire il percorso scientifico seguito da Betti. Infatti, vi si trova riferimento a lavori di Betti di idrodinamica, sulla teoria di Galois e sulle funzioni ellittiche, ed a lavori legati alla teoria di Riemann. In particolare, nelle lettere di Betti del 6 e del 16 ottobre 1863 e nella risposta di Tardy del 14 ottobre del 63 vi si trovano riferimenti alla teoria della connessione degli spazi di Riemann.

Bibliografia essenziale

[1] Bottazzini U., *Tardy's letters and library in Genoa*, Historia Mathematica, 7, 1980, pp.84-85.
[2] Bottazzini U. *Và pensiero. Immagini della matematica nell'Italia dell'ottocento*. Il Mulino, 1994.

[3] Loria G., *Commemorazione del Socio Placido Tardy,* Rend. Della Reale Accademia Nazionale dei Lincei, (5) 24, 1915, pp. 505-531.

Décrire la formulation d'algorithmes

Karine Chemla
(REHSEIS, CNRS - Université Paris Diderot - Paris 7)
chemla@paris7.jussieu.fr

L'exposé vise à présenter le travail que j'ai réalisé dans le contexte d'un groupe de recherche du laboratoire REHSEIS qui s'intitule «Histoire des sciences, histoire du texte».
Dans un premier temps, j'esquisserai le programme de recherche que l'ensemble de chercheurs travaillant dans cette équipe s'est donné pour objectif et j'évoquerai certains résultats en vue. Puis, je me concentrerai, à titre d'illustration, sur ma propre contribution à ce chantier. L'idée est de mettre en évidence que les mêmes calculs réalisés, sur un même instrument, peuvent correspondre, chez différents auteurs, à des textes différents; de décrire les critères qui permettent d'organiser ces différences et de les interpréter en regard de la question générale, qui peut être travaillée sur bien des textes mathématiques de l'époque moderne: qu'est-ce qu'écrire un texte d'algorithme?

L'explicitation du couple local/global: questions de périodisation

Renaud Chorlay
(R.E.H.S.E.I.S., Université Paris 7)
Renaud-chorlay@noos.fr

Notre travail porte sur l'émergence du couple "local / global" dans son usage explicite par des mathématiciens dans les textes mathématiques. Outre l'intérêt documentaire d'une histoire de l'émergence des problèmes globaux, l'attention à la question de l'explicitation et le souci de ses conditions de possibilités permettent d'aborder sous un angle inédit l'histoire du passage à une écriture ensembliste des mathématiques.
C'est dans la période 1900-1914 que l'on observe des usages de ce couple à la fois explicites et présentant un certain degré de systématisme, dans des textes qui proposent un retour épistémologique ou didactique sur des travaux de la seconde moitié du 19ème siècle. En nous appuyant sur les figures de Riemann, Neumann, Poincaré, Lie, Osgood, Hadamard ou Weyl, nous voudrions présenter ici des éléments de caractérisation du rapport au couple local/global et proposer des éléments de périodisation.

Bibliographie

B. Riemann, *Gesammelte mathematische Werke*, Teubner, Leipzig, 1876.
H. Poincaré, *Analyse des travaux scientifiques de Henri Poincaré, faite par lui-même*, Acta Mathematica 38, 1921.
S. Lie et F. Engel, *Theorie der Transformationsgruppen*, Leipzig, 1888-1893.
W.F. Osgood, *Lehrbuch der Funktionentheorie*, Teubner, Leipzig, 1906.
J. Hadamard, *L'œuvre mathématique de Henri Poincaré*, Acta mathematica 38, 1921.
H. Weyl, *Die Idee der Riemannschen Fläche*, Teubner, Leipzig, 1913.

Observations sur le rôle des figures dans la pratique mathématique euclidienne

Davide Crippa
(Paris, ENS)
davide.crippa@ens.fr

La constitution de géométries alternatives à la géométrie euclidienne, ainsi que la découverte, dans le domaine de l'analyse, de courbes continues et différentiables en aucun point ne sont

que deux exemples dans l'histoire des mathématiques du XIXem siècle qui expliquent les raisons du divorce entre rigueur et intuition, soutenus tant par les mathématiciens, que par les philosophes (voir [5]). Ainsi, le recours au raisonnement diagrammatique était considéré une faiblesse de la pratique mathématique traditionnelle, et notamment euclidienne.
D'autre part, c'est un acquis de la moderne philologie (voir [11]) le fait que les oeuvres mathématiques grecques classiques sont toujours accompagnées de figures, même si nous n'avons aucune connaissance de leur aspect dans les autographes perdus.
« Imperfection » et « atypicalité » sont les deux traits qui ont rendu l'emploi des figures si douteux aux yeux des lecteurs modernes. Par ailleurs même si les critiques au style de raisonnement euclidien remontent à l'antiquité (comparer [10]), la légitimité du recours aux figures n'était pas en question dans ces auteurs de manière si radicale que comme dans les époques plus récentes.
En plus, des études récents (voir [11]) suggèrent que les figures dans les textes des oeuvres des mathématiques grecques classiques étaient soit incorrectes (parfois de manière évidente) soit «hyper -spécifiques», alors que les commentateurs, assez attentifs à intégrer plusieurs démonstrations laissées incomplètes, n'ont laissé aucune remarque autour de ces défauts.
Si donc nous admettons les points précédents, deux conclusions peuvent être avancées:
a) le rôle des figures, en général limité à des représentations schématiques ou topologiques des représentations spatiales, n'était pas nécessaire, mais au plus valable en tant que simple outil heuristique dans la démonstration euclidienne.
b) étant donné l'hyper-spécificité et l'incorrection des diagrammes dans la pratique Euclidienne, les figures ont de même un rôle épistémique, à savoir elles entrent de manière nécessaire dans le raisonnement géométrique en déterminant certaines relations implicites dans le texte (comme le rapport entre un objet géométrique et ses parties).
Sur la base de l'analyse de quelques propositions du livre premier (notamment la proposition I.1 et la proposition I. 4) et sur la base d'études récentes ([5]) j'essaierai de défendre la deuxième thèse, en montrant comment la pratique mathématique euclidienne peut constituer une pratique féconde, non malgré l'emploi des figures dans le raisonnement, mais grâce à cet emploi. Je défendrai enfin la thèse d'après laquelle les représentations graphiques intègrent le texte en permettant la production d'inférences selon des schémas rigoureux (et fondées sur l'attribution aux diagrammes des propriétés dites non -exactes: à savoir, relations d'inclusion topologique, d'intersection, et de coincidence entre parties) bien que informels.

Note Bibliographique

[1] Detlefsen Michael (ed.) Proof, logic and formalization, Routledge, 1992. Idem, Proof and knowledge in mathematics, Routledge, 1992.
[2] Euclide, Les Éléments d'Euclide, (ed. Bernard Vitrac, M. Caveing), éd. PUF Paris, 2001.
[3] Heath Thomas (ed.) Thirteen books of Euclid's Elements, Courier Dover Publications, 1956.
[4] Helman Glen, Proof and epistemic structure, dans Detlefsen M., Proof, logic and formalization.
[5] Manders K., Euclidean Diagrams, forthcoming. [6] Miller N. A Diagrammatic Formal System for Euclidean Geometry, PhD DD Dissertation, 2001.
[7] Mueller Ian, Philosophy of mathematics and deductive structure in Euclid's Elements,Cambridge, MIT Press, 1981.
[8] Netz Reviel, The Shaping of Deduction in Greek Mathematics. Cambridge UP, 1999.
[9] Norman Jesse, After Euclid. CSLI, 2006. [10] Proclus, A Commentary on the First Book of Euclid's Elements. G. R. Morrow, tr. Princeton UP, 1970.
[11] Saito Ken, A preliminary study in the critical assesment of diagrams in Greek mathematical works.
[12] Vitrac Bernard, A Propos des Démonstrations Alternatives et Autres Substitutions de Preuves dans les Elements d'Euclide. Arch. Hist. Exact Sci. 59 (2004), 1–44.
[13] Tragesser Robert, Three aspects of most mathematical proofs, dans M. Detlefsen, Proof, logic and formalization.

Unpublished manuscripts of Sophie Germain and a re-evaluation of her work on Fermat's last theorem.

ANDREA DEL CENTINA
Dipartimento di Matematica, Università di Ferrara.
cen@dns.unife.it

It is well known that Sophie Germain [1776–1831] never published her studies on Fermat's Last Theorem. Up till now, what has been attributed to her on this subject is the theorem that Adrien-Marie Legendre [1752–1833] credited to her in [Legendre 1823, p. 17], but some unpublished manuscripts reveal that her achievements went beyond what is usually known as "Sophie Germain's theorem" (e.g. [Ribenboim 1999, 109–122]).

One of these manuscripts is entitled *Remarque sur l'impossibilité de satisfaire en nombres entiers a l'équation* $x^p + y^p = z^p$. There are two copies of it, one held at the Moreniana Library of Florence[5] (the existence of which was announced in [Del Centina 2005], the other held at Bibliothèque Nationale (Département des manuscrits) in Paris.[6]

After having completely transcribed the manuscript held in Florence, I compared it with the text held in Paris and, in my view, the latter manuscript is essentially a polished copy of the former one.[7] A letter to Carl Friedrich Gauss [1777–1855] of 1819 and a letter to Louis Poinsot [1777–1859] [Del Centina 2005], suggest that this work is datable between 1819 and 1820.

The other manuscripts to which I am referring are: part of an appendix to a letter of 1804 and a letter of 1819, both addressed to Gauss, which are held at the University Library in Göttingen. All the ten surviving letters that Germain wrote to Gauss are held there, along with the appendices she included to some of them; these amount to a total of twenty-two large pages.[8] Drafts of the first five were published in [Boncompagni 1880] but without the theorems, proofs and conjectures she had included as appendices.[9] Perhaps for this reason, biographers and scholars (see e.g. [Bucciarelli & Dworsky 1980, p. 21], [Ribenboim 1999, p. 203]) believed these appendices were lost forever, but luckily that is not so. These manuscripts deserve to be published as a whole,[10] but here, as I said above, I will take into account only the ones strictly related to Fermat's Last Theorem.

These manuscripts of Germain, and especially those preserved in Paris and Florence, throw new light on her strategy for proving Fermat's Last Theorem, which, as I will show, now appears more comprehensive and far-reaching. I stress that some of the results she stated, and often proved, were later rediscovered and published by other authors, without acknowledgement to her. All this contribute to a substantial revaluation of her work on this subject.

References

Adleman L.M. & Heath-Brown D.R. 1985. The first case of Fermat's last theorem. *Invent. Math.* **79**, 409–416.

Boncompagni B. 1880. Cinq lettres de Sophie Germain à Charles-Frederic Gauss. *Arch. Math. Phys.,* **63**, 27–31, **66**, 3–10.

[5] *Nuovo fondo Libri* (hereafter NFL), cas. 11, ins. 266.
[6] *Manuscrits français* (hereafter MS. F.) vol. 9114, 198–207.
[7] A complete transcription of this work is appended at the end of this paper.
[8] Universitätbibliothek, Göttingen, Cod. Ms. von Germain an Gauss 1–10.
[9] These are the drafts of the first five letters as listed in the previous footnote. Others drafts of the same letters, and of that dated May 22nd 1809, are preserved at the Moreniana Library. All came from the archive of G. Libri [Del Centina, 2005].
[10] A complete annotated edition of Germain–Gauss correspondence is in preparation by the present author and A. Fiocca.

Bucciarelli L.L. & Dworsky N. 1980. *Sophie Germain, an Essay in the History of the Theory of Elasticity.* D. Reidel, Dordrecht.
Del Centina A. 2005. Letters of Sophie Germain preserved in Florence. *Hist. Math.* **32**, 60–75.
Dickson L.E. 1908. On the last theorem of Fermat. *Messenger Math.,* 38, 14–32, and *Quart. J. Pure Appl. Math.,* **40**, 27–45.
Edwards H.M. 1977. *Fermat's Last Theorem: A Genetic Introduction to Algebraic Number Theory.* Springer, New York.
Fouvry E. 1985. Théorème de Brun–Titchmarsh. Application au théorème de Fermat. *Invent. Math.,* **79,** 383–407.
Gandhi J.M. 1965. A note on Fermat's last theorem. *Math. Notae,* **20**, 107–108.
Gandhi J.M. 1966. On Fermat's last theorem. *Math. Gaz*. **50**, 36–37.
Gauss C.F. 1801. *Disquisitiones Aritmethicae*. French translation, Coursier Paris 1807.
Gauss C.F. 1873. *Werke* II. Reprint by G. Olms Verlag, Hidesheim 1973.
Legendre A.-M. 1823. Sur quelques objets d'analyse indéterminée et particu-lièrement sur le théorème de Fermat. *Mém. Ac. R. Sc. de l'Institut de France*, **6** (1827), 1–60. Also in: *Second supplément*, to *Théorie des nombres*. 2nd ed. Coursier, Paris, 1808.
Perisastri M. 1968. A note on Fermat's last theorem. *Amer. Math. Monthly*, **75**, 170.
Raina B.L. 1969. On Fermat's last theorem. *Amer. Math. Monthly*, **76**, 49–51.
Ribenboim P. 1999. *Fermat's Last Theorem for Amateurs*. Springer New York.
Sampson J.H. 1990. Sophie Germain and the theory of numbers. *Arch. Hist. Exact Sci*., 41, 157–161.
Stone D.E. 1963. On Fermat's last theorem. *Amer. Math. Monthly*, **60**, 976–977.
Stupuy H. 1896. *Sophie Germain, Œuvres philosophiques*. Nouv. ed. Ritti, Paris.
Théboult V. 1953. A note on number theory. *Amer. Math. Monthly*, **60**, 322–323.
Vandiver E.H. 1926. Note on trinomial congruences and the first case of Fermat's last theorem. *Ann. of Math*. **27**, 54–56.

The rise and development of the theory of series up to the early 1820s

Giovanni Ferraro
(Università del Molise)
giovanni.ferraro@unimol.it

The mathematicians who first used series were interested in their capacity to represent geometrical quantities and only had an intuitive idea of convergence. They thought that series represented quantities if, and only if, they were convergent to this quantity (the quantitative aspect of the notion of series). However, a distinction between finite and infinite sums was lacking and this gave rise to formal manipulations; in other words, they used procedures which were the infinitary extension of finite procedures. In the works of mathematicians such as Newton and Leibniz, the quantitative and the formal aspect co-existed and formal manipulations were a tool for deriving convergent series.

By the 1720s, this interlacing of the quantitative and the formal yielded several results that could not be reduced to the original concept. Mathematicians introduced recurrent series, which stressed the law of formation of coefficients, independently of the convergence of series. The attempt to improve the acceleration of series subsequently led to the emergence of asymptotic series, which showed the possibility of using divergent series to obtain appropriate approximations. Furthermore, the investigation of continued fractions and infinite products and certain applications of series (for instance, in numerical analysis and in number theory) increasingly stressed the formal aspects. In this context, Euler offered a unitary interpretation of the complex of results concerning series, which even allowed the acceptance of those findings that did not form part of the early theory. A series was thought to be the result of a formal transformation of an analytical quantity expressed in a closed form. This transformation was sufficient to give a meaning to the series, even when the latter was not convergent. However mathematicians were not free to invent transformations by a free

creative act. They limited themselves to using the same transformations that were used in the original theory or at least were compatible with it. This seemed to guarantee that the new more formal conception was a generalization of the earlier conception, which remained the essential basis from which all the parts of the series theory were subsequently generated.
The more formal Eulerian approach was widely predominant during the second part of the 18th-century for two main reasons. Firstly, mathematicians who were critical of it were not able to eliminate the formal aspects of the early concept and found a really new theory: they always used the formal methodology that had led to asymptotic series and to the combinatorial use of series. Secondly, the formal concept of series contributed to the growth of mathematics. It led to many new discoveries and even to a new branch of analysis: the calculus of operations. The Eulerian approach became unsuited to most advanced mathematical research towards the end of the 18th century and the beginning of the 19th century. Applied mathematics encouraged investigations and introduction of new functions in analysis, but formal methodology was unable to treat quantities which were not elementary quantities and series which were not power series. The need to use trigonometric series to enable the analytical investigation of heat led Fourier to reject the formal concept of series and assert an entirely quantitative notion of series. The need to introduce hypergeometric and gamma functions into analysis and to have an adequate analytical theory of them forced Gauss to highlight the quantitative meaning of the sum of series and to reject formal manipulations. The new approach based only upon convergence was the basis of Cauchy's treatises.

Bibliography

G. Ferraro, *The rise and development of the theory of series up to the early 1820s*, Springer-Verlag, New York, in corso di stampa.

G. Ferraro, 'True and Fictitious Quantities in Leibniz's Theory of Series', *Studia Leibnitiana* 32 (2000), 43-67.

G. Ferraro, Some parts of 'Convergence and formal manipulation of series in the first decades of the eighteenth century', *Annals of Science,* 59:2 (2002) 179-199.

G. Ferraro, 'Functions, Functional Relations and the Laws of Continuity in Euler, *Historia mathematica*, 27 (2000), 107-132.

G. Ferraro, 'Analytical symbols and geometrical figures. Eighteenth Century Analysis as Nonfigural Geometry', *Studies In History and Philosophy of Science Part A,* 32 (2001), 535-555.

G. Ferraro, 'Some Aspects of Euler's Theory of series. Inexplicable functions and the Euler-Maclaurin summation formula', *Historia mathematica*, 25 (1998), 290-317.

G.Ferraro, 'The value of an infinite sum. Some Observations on the Eulerian Theory of Series', *Sciences et Techniques en Perspective*, 4 (2000), 73-113.

G. Ferraro, 'Convergence and Formal Manipulation from 1750s to the beginning of the Nineteenth Century', *Historia mathematica*, 34 (2007), pp.62-88.

G. Ferraro, 'The foundational aspects of Gauss's work on the hypergeometric, factorial and digamma functions', *Archive for History of Exact Sciences* (2007).

C. Fraser, 'The Calculus as Algebraic Analysis: Some Observations on Mathematical Analysis in the 18^{th} century', *Archive for History of Exact Sciences*, 39 (1989), pp. 317-335.

T. Hayashi, *Leibniz's construction of Mathesis Universalis. A consideration of the relationship between the plan and his mathematical contributions*, Historia Scientiarum, 12 (2002), pp. 121-141.

M. Pensivy, *Jalons historique pour une épistémologie de la série du binôme*, Sciences et techniques en perspective, 14 (1987-1988).

Il *Corso di Storia della Scienza* di Guglielmo Libri al Collège de France (1833)

ALESSANDRA FIOCCA-IOLANDA NAGLIATI
(Università di Ferrara)
fio@unife.it; nagliati@dm.unife.it

Quando, alla fine di novembre dell'anno 1831, l'esule Guglielmo Libri giunse a Parigi, trovò un ambiente rassicurato. I sospetti di un suo ruolo di delatore nella congiura ordita contro il Granduca di Toscana la sera di Berlingaccio, si erano dissipati grazie alle lettere giunte da Firenze di alcuni dei suoi più intimi amici tra cui lo storico Gino Capponi.

Libri aveva trascorso i primi mesi di esilio a Carpentras, piccola cittadina del sud della Francia, dove era depositato un ricco fondo di manoscritti già appartenuti a Nicolas-Claude Fabri de Peiresc, l'amico e corrispondente di Galilei. A Carpentras si era trattenuto sei mesi a studiare e a scrivere il *Discorso intorno alla storia scientifica della Toscana*, pubblicato sull'Antologia alla fine dell'anno. Si trattava del manifesto programmatico di un'opera che stava prendendo corpo nella sua mente già da alcuni anni e che verrà pubblicata, per quanto riguarda il primo volume, nel 1835, l'*Histoire des Sciences Mathématiques en Italie*.

A Parigi Libri ritrovò quasi tutti gli amici (Sophie Germain e Jean-Baptiste-Joseph Fourier erano nel frattempo morti) e le conoscenze che aveva allacciato durante i suoi precedenti soggiorni nella capitale francese, il primo di quasi un anno tra il 1824 e il 1825 e il secondo di qualche mese nel 1830. Ritrovò, tra l'altro, lo scienziato Jean-Baptiste Biot e il matematico Sylvestre-François Lacroix che si prodigarono, assieme ad altri, ad aiutare il giovane esule italiano. Si trattava innanzitutto di procurargli una collocazione accademica che gli permettesse di vivere considerato che i beni della famiglia erano dissipati da tempo e la madre non poteva garantirgli aiuti economici consistenti. Sia Biot che Lacroix insegnavano al Collège de France. Biot ricopriva dal 1801 la cattedra di fisica matematica e Lacroix dal 1815 la cattedra di matematica. La prima opportunità di guadagno si presentò all'inizio dell'anno accademico 1832-33 e fu la supplenza per il corso di Biot al Collège, retribuita dallo stesso docente con 2000 franchi annui. Successivamente, il 31 dicembre 1832, Libri fu eletto Socio Corrispondente dell'Académie des Sciences per la sezione di Geometria e l'anno successivo, avendo assunto la cittadinanza francese, poté essere eletto membro effettivo nel posto vacante per la morte del matematico Adrien Legendre. Nel 1834 fu nominato professore aggiunto di Calcolo delle Probabilità alla Sorbona. La supplenza per il corso di Biot fu riconfermata anche l'anno successivo, 1833-34, mentre nel 1836 Libri iniziò a supplire Lacroix sulla cattedra di matematica. Alla morte di Lacroix, nel 1843, Libri fu eletto professore di matematica al Collège de France, venendo preferito a Joseph Liouville e Augustin-Louis Cauchy. Come è noto, Libri lascerà la Francia dopo la rivoluzione del 1848. Processato per furto di libri ai danni delle Biblioteche pubbliche francesi e condannato in contumacia a dieci anni di reclusione, perse i pubblici incarichi e quindi la cattedra. Al Collège de France le lezioni erano organizzate in due semestri e il docente era tenuto a svolgere tre lezioni alla settimana, di un'ora ciascuna, anche se ben pochi si sottomettevano alla regola. La frequenza delle lezioni era libera e non comportava obbligo di esame finale e non forniva alcun diploma. Grazie a queste caratteristiche, le lezioni al Collège de France, particolarmente nelle discipline scientifiche, rappresentavano per il professore l'occasione per presentare le proprie ricerche in corso, non ancora pubblicate.

Quanto ai contenuti dei corsi di matematica svolti da Libri al Collège, è noto che, come supplente di Lacroix, trattò la *Théorie des différences et des séries*, che formava il terzo volume dell'opera di Lacroix sul calcolo differenziale e integrale. Divenuto professore titolare, nel 1843-44 presentò le più recenti ricerche di teoria dei numeri, poi la teoria delle funzioni ellittiche e ultra ellittiche. Nel 1846 a sua volta Libri si fece sostituire da Amiot, professore di matematica al liceo St. Louis, che trattò argomenti di geometria differenziale.

Un carattere del tutto speciale ebbe, invece, il primo corso di Libri al Collège come sostituto di Biot. Immerso nelle ricerche storiche e avendo già steso gran parte del primo volume della sua opera l'*Histoire des Sciences Mathématiques en Italie*, Libri affiancò alle sue lezioni di fisica matematica un corso di storia della scienza esponendo i principali temi sviluppati in questo primo volume dell'*Histoire* e alcuni argomenti che troveranno spazio nel secondo volume. Svolto nel secondo semestre dell'anno accademico 1832-33, il corso nasceva, racconta Libri, da una richiesta esplicita forse di qualche allievo presente alle lezioni, o dello stesso professore titolare della cattedra, di trattare separatamente la parte storica delle scienze matematiche. Su questo specifico argomento, Libri svolse nove lezioni, con cadenza settimanale, ogni sabato dal 27 aprile al 29 giugno 1833. Restano gli appunti manoscritti delle lezioni, ad eccezione della quarta, probabilmente tenuta il 18 maggio. Come si vedrà, è possibile fare qualche congettura circa l'argomento trattato nella quarta lezione.

Libri esordisce affermando la sua intenzione, che non era di sviluppare un corso di storia della scienza, cosa peraltro impossibile considerato il numero ridotto di lezioni, ma di presentare alcuni temi rilevanti, trascurati da chi si era occupato precedentemente di questo ramo della storiografia. Volendo partire dalle origini, occorreva stabilire innanzitutto le fonti a cui attingere. A differenza della storia della fisica del globo, scritta nella disposizione della crosta terrestre e nei resti fossili, la storia della scienza era il prodotto dello spirito dell'uomo ed era scritta nei libri scientifici. Questi, tuttavia, per le epoche più antiche, non esistevano, almeno nella forma usuale, o se ce n'erano stati, nulla era rimasto. Occorreva allora cercare le conoscenze scientifiche dei popoli più antichi nei libri dei poeti e nei libri religiosi; lo Zend Avest, il Mahabarata e l'Iliade erano i più antichi monumenti storici. Libri inizia la sua storia della scienza con l'emigrazione dei popoli Asiatici ed Etiopici verso l'Atlantico e la scoperta dell'Italia, poi della Spagna e delle isole Canarie. Dopo aver tracciato un quadro delle migrazioni dei popoli e delle conquiste militari, allo scopo di evidenziare le reciproche influenze culturali di Indiani, Cinesi, Arabi, Etruschi, Greci e Romani, sono introdotti i diversi sistemi di numerazioni dell'antichità (numeri etruschi, romani, greci, zend, atzechi, wolof, arabi, etiopi), i legami di questi con l'astronomia, l'astrologia, con la divisione del tempo. Segue quindi l'aritmetica pitagorica. Probabilmente la lezione mancante era dedicata ad Archimede, poiché nella successiva si richiamano le ricerche del matematico di Siracusa come note e vengono trattati Diofanto, l'algebra e l'analisi indeterminata, i matematici indiani Arya Bhatta, Bhascara e Brahmagupta, la formazione delle potenze in Diofanto, presso Indiani e Arabi. L'introduzione in Occidente della bussola, ma anche gli strumenti degli antichi, gnomone, riga e compasso, squadra e livella, astrolabio, clessidra, orologi solari, carte geografiche, sono gli argomenti trattati nelle ultime lezioni del corso che si conclude con esempi di false attribuzioni di alcune scoperte scientifiche, tra cui il parafulmine agli etruschi e l'algebra a Diofanto.

Bibliografia

G. Libri, *Histoire des Sciences Mathématiques en Italie*, tome premier, Paris, Paulin 1835; Id. *Histoire des Sciences Mathématiques en Italie*, 4 voll., Paris, Renouard, 1838-1841.

P. A. Maccioni Ruju – M. Mostert, *The Life and Times of Guglielmo Libri* (*1802-1869*), Hilversum Verloren Publisher 1995.

A. Del Centina – A. Fiocca, *L'archivio di G.Libri dalla sua formazione ai fondi della Biblioteca Moreniana*, Firenze, Olschki, 2004.

L.Am. Sédillot, *Les professeurs de Mathématiques et de Physique Générale au Collège de France*, Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche, tomo III (1870), 107- 170.

Le Collège de France (1530-1930), a cura di A. Lefranc, Paris, Les Presses Universitaires de France, 1932.

B. Belhoste, J. Lützen, *Joseph Liouville et le Collège de France*, Revue d'Histoire des Sciences, tomo XXXVII/3-4 (1984), pp. 255-304.

L'edition critique de l'œuvre de François Viète

PAOLO FREGUGLIA
(Università dell'Aquila)
fregugli@univaq.it

De la configuration à l'espace projectif: le statut de la figure dans les géométries finies au début du XXème siècle

SEBASTIEN GANDON
(Université di Clermont)
sgandon@wanadoo.fr

Peu d'études ont été consacrés, à ma connaissance, à l'émergence des géométries finies au début du XXème siècle. L'intérêt du sujet est, à divers points de vue, pourtant très grand.
Intérêt historique d'abord. Les questions à l'origine de ces géométries ont d'abord été des questions d'analyse combinatoire et d'algèbre (théorie des corps finis), qui revêtent sous l'impulsion d'un article du géomètre Reye consacré à la théorie des configuration, une dimension géométrique. Le lien avec la géométrie projective est cependant assez tardif, puisqu'il est explicitement fait dans l'article de Veblen et Bussey (1907). L'intérêt pour les géométries finies va ensuite peu à peu décliner jusqu'à ce que Yates (1936), relie les questions afférant à l'élaboration des plans d'expérience à la résolution de problèmes en géométrie finie. De nos jours, les géométries finies sont utilisées dans les théories du codage. La trajectoire d'une tel corps disciplinaire – de l'algèbre à la statistique, en passant par la géométrie – est inédite, et mériterait d'être mieux connue.
Intérêt épistémologique ensuite. Quel rapport y a-t-il entre figure géométrique et configuration? Quel rapport y a-t-il ensuite entre configuration géométrique et configuration prise comme modèle d'une axiomatique géométrique (projective)? L'étude des textes montre une grande variabilité dans la réponse à ces questions de 1890 à 1910. La définition algébrique d'une configuration ne garantit sa constructibilité géométrique – ainsi la configuration 7_3 est explicitement dit être géométriquement impossible. Mais dans le même temps, elle est prise par Veblen et Bussey par exemple comme étant l'exemple le plus simple de plan projectif. Comment le même objet peut-il jouer le rôle de modèle géométrique dans un contexte et être considéré comme le paradigme de ce qui n'est pas géométriquement constructible dans un autre? Plus généralement, comment les mathématiciens ont-ils été conduits à voir dans ce qui n'était qu'une figure, un espace?
Intérêt philosophique enfin. Dans la destinée étonnante qu'a eu cet ensemble de travaux, une forme de cohérence se dégage. Le concept fondamental de ces géométries est celui de structure d'incidence, que l'on trouve déjà explicitée chez Moore. Comment expliquer qu'une notion aussi abstraite puisse apparaître dans le contexte des plans d'expérience statistique? A une méthodologie essentiellement inductive, qui conçoit la généralisation comme une interpolation dans une série d'événements qui nous est donnée de façon lacunaire, le statisticien Ron Fisher, à la base des plans d'expérience, oppose l'idée qu'une expérimentation se présente avant tout comme le résultat du contrôle de plusieurs facteurs, comme l'intersection, au sens quasi-géométrique du terme, de plusieurs séries de phénomènes dont la variabilité est gouvernée à chaque fois par une seule variable. On retrouve là la vieille notion baconienne d'expérience cruciale (la croix symbolisant l'intersection). J'aimerais étudier les métaphores et les analogies qui, au XIXème et au XXème siècle, manifestent la récurrence de ce lien entre expérience et structure d'incidence: l'expérience comme tissus, l'exprérience comme champ, etc…

Pour le congrès de la société italienne d'histoire des sciences, je propose de parler de deux textes: *Tactical Memoranda* (1896) de Moore, et *Finite Geometries* (1906) de Veblen et Bussey. Dix ans séparent ces deux articles. Mais dans l'intervalle, la publication des *Grundlagen* de Hilbert, très étudié par Moore et ses disciples, me paraît changer complètement la donne. En 1896, Moore donne la première définition formelle et générale du terme de configurations. Celles-ci pouvaient être ou non réalisables géométriquement. En 1906, Veblen et Bussey, après avoir formulé, pour la première fois, l'axiomatique standard de la géométrie projective, raisonne en terme de modèles. La rupture n'est pas toutefois simplement méthodologique. Un des enjeux explicites de l'article de 1906 est de montrer à quel point la nouvelle perspective, projective, permet de mettre de l'ordre dans la jungle des configurations et des techniques de représentation de ces configurations – de montrer également que le nouveau point de vue permet d'engendrer de nouvelles configurations.
L'analyse de ces deux textes offre ainsi la possibilité de mesurer l'impact des *Grundlagen* d'une façon qui nous semble relativement inédite et surprenante en montrant que la réception de Hilbert:

1. nous fait passer d'une géométrie de la configuration à une géométrie des espaces finis
2. mais tend, dans le même mouvement, à privilégier le point de vue géométrique sur l'approche combinatoire.

Ce qui nous semble digne d'intérêt est que la formalisation hilbertienne de la géométrie coexiste dans ce contexte avec l'idée que l'approche géométrique est plus unificatrice que l'approche combinatoire.

Bibliographie Selective

Fisher R. A., *Design of experiments*, Oliver and Boyd, 1935.
Molk J., *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées,* Gauthier-Villars, III, 2, article «configuration», 1906-1916.
Moore E. H., Tactical Memoranda, *American Journal of Mathematics*, 18, 264-290, 1896.
On the projective axioms of geometry, *Transactions of the American Mathematical Society*, 3, 142-158, 1902.
Parshall K., Rowe D., *The Emergence of the American Mathematical Research Community, 1876-1900: J. J. Sylvester, Felix Klein, and E. H. Moore*, AMS, 1994.
Veblen O., Bussey W., *Finite Projective Geometries*, Transactions of the American Mathematical Society, 7, 241-259, 1907.
Wadderburn J., *A theorem of finite algebras*, Transactions of the American Mathematical Society, 6, 349-352, 1905.
Yates, F., *Incomplete randomized blocks*, Ann. Eugenics, 7, 121-140, 1936.

La visione del mondo in Maurolico: dagli Sphaerica Rudimenta (1528) alla Cosmographia (1543) al De sphaera Liber unus (1567)

ANTONIO CARLO GARIBALDI
(Università di Genova)
garibald@dima.unige.it

Questa comunicazione intende presentare l'impegno che Francesco Maurolico (1494-1575) dedicò, lungo tutto l'arco della sua vita, al fondamentale problema della struttura dell'Universo.
Già all'inizio della sua carriera scientifica, documentata nelle pagine iniziali dei "*Grammaticorum Rudimentorum libelli sex*", un testo a carattere didattico essenzialmente non matematico, stampato a Messina nel 1528, Maurolico mostra un grande interesse per le tematiche astronomiche da lui studiate sui testi fondamentali, anche se non tutti facilmente accessibili nelle edizioni migliori. Egli sottolinea, pur concisamente, la presenza di errori nei libri, elementari e non, su vari argomenti tecnici e si propone di correggerli promettendo la pubblicazione di opere a stampa nell'intento di sostituirle ai cattivi testi in circolazione nelle

scuole. Egli già allora, del resto, insegna pubblicamente la Sfera, come continuerà a fare negli anni ‘30. Non meraviglia perciò che appunto alla fine dei Grammaticorum egli inserisca un breve capitolo di “*Sphaerica Rudimenta*” cui segue una più estesa trattazione della Geografia, ispirata agli Antichi ma ben attenta a sottolineare l’importanza delle scoperte che i “peragratores neoterici” andavano facendo nelle varie parti del globo terrestre e soprattutto in “Americam, sive novum mundum quarum fines adhuc ignorantur”.
Nasce così il progetto di preparare una “*Cosmographia*” suddivisa in tre dialoghi, dedicata a Pietro Bembo. Il libro uscirà effettivamente soltanto nel 1543 a Venezia, con modifiche ed aggiunte rispetto al progetto originale. Sarà poi ristampato a Parigi nel 1558. Nello stesso tempo, Maurolico prepara una versione italiana dell’opera, affidata al discepolo Giovan Pietro Villadicani. Questo testo non venne mai stampato. Ne è stata ritrovata soltanto una copia manoscritta del secolo XVIII, ora editata da Giovanni Cioffarelli nel sito del Progetto Maurolico. Lo studio pratico della sfera celeste richiede, com’è ovvio, una approfondita conoscenza della geometria della sfera e soprattutto dei triangoli sferici; il calcolo è fondato sulle funzioni trigonometriche. L’argomento, sviluppato nell’antichità, soprattutto attraverso le opere di Teodosio e Menelao, necessarie per comprendere la “*Grande Costruzione*” di Tolomeo, che gli Arabi chiameranno “*Almagesto*”, fu progressivamente esteso attraverso l’introduzione dei seni con le relative tavole. Nel Quattrocento, Giovanni Regiomontano, apportò alla teoria molti contributi originali che Maurolico, seguendolo da vicino, ampliò e perfezionò. Si comprende così facilmente che, nell’ambito della vicenda (assai complessa) della pubblicazione dell’intera opera matematica di Maurolico, sia stata data la precedenza agli “*Sphaericorum libri*”, contenenti appunto le Sferiche di Teodosio e Menelao ex traditione Maurolyci, due libri di Sferiche dello stesso Maurolico, altri brevi testi antichi appartenenti alla cosiddetta “parva astronomia” ed i contributi alla trigonometria (la “*tabula benefica*”). Dopo varie e tormentate vicende il volume uscì a Messina nel 1558. In esso figura, come introduzione, un “*de sphaera sermo*”, dove i contenuti elementari del sistema del mondo sono delineati in forma estremamente succinta ma incisiva, tenendo presenti le correzioni alla “*Sfera*” del Sacrobosco, il testo allora circolante, dei cui errori Maurolico parla spesso. Ne conosciamo un elenco da un suo appunto manoscritto, più tardo, recentemente pubblicato da Rosario Moscheo. Nella lunga gestazione del libro a stampa, ben documentata soprattutto da una lettera a Juan de Vega scritta in quegli anni, forse per inserirla come prefazione al volume, si parla del fatto che esso avrebbe dovuto contenere anche un’altra “*Sphaera in 8 capita*”, probabilmente un rifacimento esplicito del Sacrobosco. L’autore non doveva però esserne completamente soddisfatto perché, pur conservandone il manoscritto, non lo pubblicò. Com’è ben noto, alla fine degli anni ‘60, Maurolico, sviluppando peraltro idee che ebbe sempre presenti, si dedicò alla stesura di “*Compendia*” delle opere fondamentali per la didattica anche avanzata, avendo di mira la loro utilizzazione da parte della Compagnia di Gesù che stava mettendo allora a punto il proprio sistema scolastico attraverso una rete di Collegi in molte città. A Messina ve n’era uno, in cui, tra l’altro, insegnò lo stesso Maurolico. Questi *Compendia* restarono in gran parte inediti e i manoscritti conservati mostrano aggiunte e correzioni posteriori. L’eccezione è però rappresentata, anche qui, dal tema astronomico cui sono dedicati due testi, chiaramente uno di seguito all’altro, che Maurolico affidò ad un libraio perché fossero pubblicati, come di fatto avverrà nel 1575 a Venezia in una miscellanea intitolata “*Opuscula Mathematica*”. Si tratta precisamente del “*De sphaera liber unus*” seguito dal “*Computus ecclesiasticus*”. Mentre in precedenza i fondamenti del Computo trovavano posto nella Sfera, qui Maurolico distingue nettamente i due ambiti, l’uno teorico e l’altro pratico, in qualche modo un’applicazione legata alle necessità della Chiesa. Questi testi sono databili al 1567. L’esposizione cronologica che abbiamo fatto finora mostra come Maurolico, condividendo la necessità di una urgente restaurazione dell’astronomia propugnata da Regiomontano, abbia sviluppato l’ammodernamento della parte più elementare, che

Peuerbach e Regiomontano avevano, secondo lui, un po' troppo trascurato. Se ci si fermasse qui però, non si farebbe completa giustizia allo scienziato messinese che, al di là della chiarezza didattica, non cessa mai anche di portare contributi originali alla disciplina che va esponendo, da lui studiata con grande passione. Ne fanno fede tra l'altro le numerose osservazioni astronomiche, le indagini sulla costruzione di vari strumenti e, quasi alla fine della vita, lo studio della "*stella nova*" del 1572 cui dedicò un breve opuscolo. Perciò meritano un esame dettagliato almeno i più importanti tra i suoi contributi: la discussione delle posizioni reciproche di Venere e Mercurio rispetto al Sole e il suo nuovo metodo per misurare la circonferenza terrestre. Accanto a questi indubbi risultati positivi colpisce l'atteggiamento negativo di Maurolico nei confronti della riforma del calendario che proprio allora, dopo tanti tentativi falliti, si stava avviando alla conclusione avvenuta nel 1582. Egli si mostra infatti decisamente "conservatore" ed ostile alle innovazioni. E' probabilmente questa stessa mentalità che lo porta nel 1567, alla fine del "*De sphaera liber*", a rigettare in blocco, con espressioni forti, l'opera di Copernico che era apparsa nel 1543, l'anno in cui aveva pubblicato la sua "*Cosmographia*".

Fonti

Grammaticorum rudimentorum libelli sex. Francisco Maurolycio authore. Donati Barbarismus. Marii Servii centimetrum. Horatii necnon et Boethi metrorum ratio Sipontino autore. Theoria Grammatices. Sphaerae et Cosmographiae Primordia quaedam. Messanae, 1528.

Cosmographia in tres dialogos distincta: Venetiis, 1543.

Theodosii Sphaericorum elementorum libri tres ex traditione Maurolyci Messanensis matematici. Menelai Sphaericorum libri tres ex traditione eiusdem. Maurolyci Sphaericorum libri duo.Autolyci de Sphaera quae movetur Liber. Theodosii de habitationibus. Euclidis Phaenomena brevissime demonstrata. Demonstratio et praxis trium tabellarum scilicet Sinus recti, Foecundae, et Beneficae ad Sphaeralia Triangula pertinentium. Compendium mathematicae mira brevitate ex clarissimis authoribus. Maurolyci de Sphaera sermo. Messanae 1558.

De sphaera liber unus in *Opuscula Matematica* Venetiis 1575 pp.1-26

Computus Ecclsiasticus in summam collectus in *Opuscula Matematica* Venetiis 1575 pp. 26-48

Dialoghi tre della Cosmografia dal ms. 52 della Biblioteca dell'Università di Catania, edizione elettronica a cura di G. Cioffarelli nel sito www. maurolico.unipi.it

Libri e articoli

Moscheo R.: *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana. Materiali e ricerche*. Messina 1988.

Moscheo R.: *I Gesuiti e le Matematiche: Maurolico, Clavio e l'esperienza siciliana*. Messina 1998.

Garibaldi A. C.: *I programmi di Maurolico*, in Atti del Convegno internazionale di studi: "Francesco Maurolico e le Matematiche del Rinascimento" Messina 2002, in corso di stampa.

Echi dalambertiani nella corrispondenza dei fratelli Riccati

Sandra Giuntini
(Università di Firenze)
giuntini@math.unifi.it

Vincenzo Riccati, forse anche influenzato dalla lettura del *Traité de dynamique* di d'Alembert, fin dalla primavera del 1750 iniziò a comporre un'*Istoria critica della meccanica*. L'opera fu abbandonata e ripresa più volte, Riccati pubblicò, nel 1772, solo un suo stralcio, sotto forma di lettere al suo confratello Virgilio Cavina.

Giordano Riccati, dopo la morte di Vincenzo, in previsione della pubblicazione del manoscritto dell'*Istoria*, iniziò a preparare una "prefazione" che mettesse in rilievo le ricerche compiute, i risultati trovati dal fratello, basandosi sulle lettere che questi gli aveva inviato.

Questa comunicazione è basata sul manoscritto di Giordano, composto per l'occasione, che permette di seguire, per il periodo 1750-1773, l'*iter* scientifico dei due fratelli. In particolare ritroviamo Vincenzo Riccati attento lettore non solo di d'Alembert, ma anche di Clairaut e di Condorcet.

È stata proprio la lettura del *Calcul intégral* di Condorcet ad aver ispirato a Riccati una lunga lettera che pur ritrovandosi fra le carte di d'Alembert, conservate alla Bibliothèque de l'Institut di Parigi, è a mio avviso indirizzata a Lagrange.

Bibliografia

Alembert Jean Baptiste Le Rond d', *Traité de dynamique: dans lequel les loix de l'équilibre et du mouvement des corps sont réduites au plus petit nombre possible et demontrées d'une manière nouvelle et où l'on donne un principe général pour trouver le mouvement de plusieurs corps qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque*, Paris, David, 1743. Nouvelle édition / revûe et fort augmentée par l'auteur, Paris, chez David libraire, 1758.

Alembert Jean Baptiste Le Rond d', *Recherches sur la courbe que forme une chorde tendue mise en vibration*, Histoire de l'Académie royale des sciences et belles lettres, 1747, Berlin [1749], p. 214-219.

Alembert Jean Baptiste Le Rond d', *Suite des recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration*, Histoire de l'Académie royale des sciences et belles lettres, 1747, Berlin [1749], p. 220-249.

Alembert Jean Baptiste Le Rond d', *Addition au mémoire sur la courbe que forme une corde tendue, mise en vibration*, Histoire de l'Académie royale des sciences et belles lettres, Berlin, 1750 [1752]. p. 355-360.

Casini Paolo, *D'Alembert: l'economia dei principi e la "metafisica delle scienze*", Rivista di filosofia, 75 (1984), p. 45-62.

Condorcet Jean Antoine Nicolas, *Du calcul intégral*, Paris, de l'imprimerie de Didot, 1765.

Crummett William P.-Wheeler Gerald F., *The vibrating string controversy*, American Journal of physics, 55 (1987), p. 33-37.

Firode Alain, *La dynamique de d'Alembert*, Paris, Vrin-Bellarmin, 2001.

Fraser Craig G., *D'Alembert principle: The original formulation and application in Jean d'Alembert Traité de Dynamique*, Centaurus, 28 (1985), p. 33-61; p. 145-159.

Lagrange Joseph Louis, *Recherches sur la nature et la propagation du son*, Miscellanea philosophico-mathematica taurinensis, I, 1759, p. 1-112. (o.L, t. I, p. 39-148).

Lagrange Joseph LouiS, *Nouvelles recherches sur la nature et la propagation du son*, Miscellanea taurinensia, II, 1760-61. (o.L, t. I, p. 151-316).

Maltese Giulio, *Introduzione alla teoria della dinamica nei secoli XVII e XVIII*, Genova, Brigati, 1996.

Maltese Giulio, *Taylor and Johann Bernoulli on the vibrating string: aspect of the dynamics of continuous systems at the beginning of the 18th century*, Physis, 29/3 (1992), p. 703-744.

Michieli Adriano Augusto, *Una famiglia di matematici e di poligrafi trivigiani: i Riccati. II. Vincenzo Riccati*, Atti del r. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, cl. di sci. mor. e lett., CIII, p. II (1943-44), p. 69-109.

Michieli Adriano Augusto, *Una famiglia di matematici e di poligrafi trivigiani: i Riccati. III. Giordano Riccati*, Atti del r. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, CIV, p. II (1944-45), p. 771-832.

Riccati Giordano, *Delle corde ovvero fibre elastiche: schediasmi fisico-matematici*, In Bologna, nella Stamperia di San Tommaso d'Aquino, 1767.

[Riccati Vincenzo], *Vincentii Riccati Soc. Jesu Opuscolorum ad res physicas et mathematicas pertinentium*, Bononiae, apud Laelium a Vulpe (t. I)-ex typographia Sancti Thomae Aquinatis (t. II), 1757-1762. tomi 2.

Riccati Vincenzo, *De' principi della Meccanica. Lettere di Vincenzo Riccati al P. Virgilio Cavina Professore delle matematiche in Cagliari di Sardegna*, In Venezia, Nella Stamperia Coleti, 1772.

Truesdell Clifford A., *Outline of the history of flexible or elastic bodies to 1788*, Journal of the acoustical society of America, 32 (1960), p. 1647-1656.

Viard Jerome, *Le principe de D'Alembert et la conservation du moment cinétique d'un système de corps isolés dans le Traité de dynamique*, Physis, n.s., 39/1 (2002), p. 1-40.

Le Mémoire 4 des *Opuscules Mathématiques* (1761) de D'Alembert et la crise de l'hydrodynamique des années 1770 *

A. GUILBAUD
Université Lyon 1
guilbaud@math.univ-lyon1.fr

Le développement de l'hydrodynamique à partir de 1738 s'effectue selon deux approches théoriques distinctes. La première repose sur une approximation, l'hypothèse du parallélisme des tranches, permettant la mise en équation des écoulements en fonction d'une seule variable d'espace. Elle conduit par là même à des équations différentielles ordinaires que les savants savent résoudre, et dont les solutions peuvent donc être confrontées aux résultats expérimentaux. Elle constitue le cadre d'étude de l'*Hydrodynamique* de Daniel Bernoulli (1738), de l'*Hydraulique* de Jean Bernoulli (1742) et du *Traité des Fluides* de D'Alembert (1744). La seconde approche, dite «analytique», consiste en l'examen du mouvement d'un fluide sans hypothèse et selon plusieurs variables d'espace. La mise en équation repose, dans ce cadre, sur l'application du calcul aux dérivées partielles. Elle sera initiée par D'Alembert dans son *Essai sur la Résistance des Fluides* (1752), puis développée par Euler qui parvient ce faisant, et comme chacun sait, à l'établissement des équations d'Euler pour un fluide idéal dans son célèbre mémoire «Principes généraux du mouvement des fluides» publié dans l'*Histoire de l'Académie des sciences et belles-lettres de Berlin* pour l'année 1755.

Malgré le degré de perfectionnement théorique atteint par la discipline à l'issue de cette petite vingtaine d'années de recherches, les hydrodynamiciens ne se trouvent pas moins confrontés à une impasse. L'approche unidimensionnelle repose sur une approximation dont ils ne tardent pas à douter de la pertinence vis-à-vis de l'expérience. L'approche analytique, censée permettre de se passer de l'hypothèse du parallélisme des tranches, conduit, quant à elle, à des équations aux dérivées partielles que les techniques de calcul de l'époque ne permettent pas de résoudre. Au début des années 1760, les savants font ainsi face à un gouffre entre théorie et expérience, gouffre que Jean-Charles Borda ne tarde pas à tenter de combler en publiant son «Mémoire sur l'écoulement des fluides par les orifices des vases» dans les *Mémoires de l'Académie Royale des sciences de Paris* pour l'année 1769. Il s'en prend aux théories de Daniel Bernoulli et D'Alembert dans l'*Hydrodynamique* et le *Traité des Fluides*, notamment pour ce qui concerne l'hypothèse du parallélisme des tranches, qu'il propose de faire évoluer, et les conditions d'application des principes mécaniques employés par ses deux prédécesseurs. La parution de son mémoire marque le début de la crise de l'hydrodynamique des années 1770. Les principaux acquis de la période 1738-1755 sont pour la plupart remis à plat, et une querelle s'engage entre Borda et D'Alembert, et, de façon indirecte, Lagrange, Condorcet et l'abbé Charles Bossut.

En 1761, quelques années, donc, avant le début de la polémique, D'Alembert publie un texte d'une trentaine de pages dédié à la poursuite de ses recherches en hydrodynamique: le 4e Mémoire du tome I de ses *Opuscules Mathématiques*. Cet écrit peu connu des historiens – le seul à s'y être intéressé, C. Truesdell, s'avoue désarçonné devant certains passages incompréhensibles – est un texte important. Il contient en effet le premier essai de résolution, par D'Alembert, des équations aux dérivées partielles établies dans son traité de 1752. Cette tentative se solde par un échec, mais nous en apprend beaucoup sur l'état d'esprit, quelque peu empreint de pessimisme, du savant à cette époque. Elle renvoie également à une polémique avec Euler concernant sa propre tentative de résolution des équations aux dérivées partielles dans son mémoire «Continuation des recherches sur le mouvement des fluides».

* Cette communication résulte du travail d'édition critique et commentée du 4e Mémoire des *Opuscules Mathématiques* que nous avons effectué en collaboration avec Alain COSTE dans le cadre de l'édition des *Œuvres Complètes* de D'Alembert.

Elle fera l'objet d'un intense échange scientifique avec Lagrange dans le cadre de leur correspondance, ainsi que d'un ensemble de commentaires critiques du même Lagrange dans un mémoire publié dans le tome II des *Mélanges de Turin* (1760-1761). Ces nouvelles recherches analytiques ont également des conséquences inattendues, puisqu'elles débouchent sur de notables découvertes: les notions de fonction courant et de potentiel complexe, pour ne citer que les principales. Elles influencent, par ailleurs, la théorie unidimensionnelle des écoulements de D'Alembert qui, dans ce même mémoire, propose une nouvelle version de l'hypothèse du parallélisme des tranches: cette hypothèse constituera l'un des fondements du mémoire de Borda de 1769 … Outre cela, le savant revient aussi sur les deux questions opposant sa théorie du *Traité des Fluides* à celle donnée par Daniel Bernoulli dans l'*Hydrodynamique*: les conditions d'application du principe de conservations des forces vives, également abordées par Borda à la fin de la décennie, et la question de la «pression négative» arbitrée par Euler dans sa lettre à D'Alembert du 29 décembre 1746.

Ce 4^e Mémoire des *Opuscules Mathématiques* présente donc un indéniable intérêt scientifique, dont il convient de présenter tous les aspects. C'est, dans le même temps, un texte fort intéressant du point de vue historique. Nous montrerons qu'il porte effectivement en germe toutes les questions qui seront débattues dans le cadre de la crise de l'hydrodynamique des années 1770; qu'il peut donc être considéré, à ce titre, comme un texte révélateur de l'état d'esprit des hydrodynamiciens à l'issue de la période 1738-1755. Nous verrons enfin qu'il correspond à un texte de transition dans l'œuvre de D'Alembert en hydrodynamique: transition entre ses deux premiers traités et ses deux dernières grandes contributions en la matière, toutes aussi méconnues que ce mémoire, et respectivement publiées dans les t. V (1768) et VIII (1780) de ses *Opuscules Mathématiques*.

Bibliographie primaire

Daniel Bernoulli

Hydrodynamica, sive De Viribus et Motibus Fluidorum Commentarii, 1738.

Jean Bernoulli

«Hydraulica nunc primum detecta ac demonstrata directe ex fundamentia pure mechani-cis. Anno 1732», *Johannis Bernoulli Opera Omnia*, vol. 4, 1743, p. 387-493.

Jean-Charles Borda

«Mémoire sur l'écoulement des fluides par les orifices des vases», *MARS 1766*, 1769, p. 579-607.

Charles Bossut

Traité élémentaire d'hydrodynamique, Paris, 1771.

Jean Le Rond D'Alembert

Traité des fluides, 1ère édition, Paris, 1744.

Lettres à Euler du 29 janvier et 24 mars 1747, Paris.

Essai d'une nouvelle théorie sur la résistance des fluides, Paris, 1752.

«4e Mémoire – Réflexions sur les Loix du mouvement des fluides», *Opuscules Mathématiques*, tome I, Paris, 1761, p. 137-168.

Lettres à Lagrange du 12 janvier 1765 et 28 septembre 1765, Paris.

«31e Mémoire – Nouvelles réflexions sur les Loix du mouvement des Fluides», *Opuscules Mathématiques*, tome V, Paris, 1768, p. 41-67.

«32e Mémoire, § II – Sur le mouvement d'un Fluide dans un Tuyau quelconque», *Opuscules Mathématiques*, tome V, Paris, 1768, p. 76-84.

«33e Mémoire – Sur l'équation qui exprime la loi du mouvement des Fluides», *Opuscules Mathématiques*, tome V, Paris, 1768, p. 95-131.

«57e Mémoire – Nouvelles Recherches sur le mouvement des Fluides dans des Vases», *Opuscules Mathématiques*, tome VIII, Paris, 1780, p. 52-230.

Leonhard Euler

Lettre à D'Alembert du 29 décembre 1746, Berlin.

«Principes généraux de l'équilibre des fluides», *HAB* 1755 (1757), p. 217-273.

«Principes généraux du mouvement des fluides», *HAB* 1755 (1757), p. 274-315.

«Continuation des recherches sur la théorie du mouvement des fluides», *HAB* 1755 (1757), p. 316-361.

Joseph Louis Lagrange

«Application de la méthode exposée dans le mémoire précédent à la solution de différents problèmes de dynamique», *Mélanges de Turin*, t. II, 1760-1761.

Lettres à D'Alembert du 13 novembre 1764, 26 janvier 1765, 6 septembre 1765 et 15 janvier 1766, Berlin.

Bibliographie secondaire

J. S. Calero, *La genesis de la mecanica de fluidos*, Madrid, UNED, 1996.

O. Darrigol, *A history of hydrodynamics from the Bernoullis to Prandtl*, Oxford University Press, 2005.

R. Dugas, *Histoire de la mécanique*, Neuchâtel, 1950.

G. E. Grimberg, *D'Alembert et les équations aux dérivées partielles en hydrodynamique*, thèse de Doctorat, Université Paris 7, 1998.

R. Hahn, *L'hydrodynamique au XVIII^e^, Aspects scientifiques et sociologiques*, Conférence donnée au Palais de la Découverte le 7 novembre 1964.

G. K. Mikhailov, Introduction to Daniel Bernoulli's Hydrodynamica*, «Die Werke von Daniel Bernoulli»,* Hydrodynamique II*, vol. V, éditions Birkhäuser Verlag, Bâle, 2002.*

H. Rouse, S. Ince, *History of hydraulics*, New-York, 1963.

I. Szabò, *Geschichte der mechanischen Prinzipien und ihrer wichtigsten Anwendungen*, 1977, Basel, Boston, Stuttgart, Birkhäuser, 1987.

C. Truesdell, «Editor's Introduction:Rational fluid mechanics, 1687–1765», *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, Series II, Volume 12, Zürich, 1954, p. VII–CXXV.

C. Truesdell, *Essays in the History of Mechanics*, Springer Verlag, New-York, 1968.

When the mathematics of randomness meet finance: a historical analysis of the development of stochastic calculus in the theory of finance between 1973 and 1983

GHISLAINE IDABOUK
(Rehseis lab UMR 7596 CNRS-University Paris VII)
ghislaine.idabouk@gmail.com

In May of 1973, the *Journal of Political Economy* publishes an article entitled *The pricing of Options and Corporate Liabilities* by Fisher Black, from the University of Chicago and Myron Scholes from the Massachusetts Institute of Technology.

The authors address a question that had been a topic of interest among economists since the 1960's: the pricing of financial securities used for speculation and hedging purposes, options.

They derive an option pricing formula which depends on perfectly known parameters and explicitly uses the standard normal distribution.

Their article will have a major influence.

First, it is to become the keystone of a theoretical stream, which will later be known as continuous-time finance or mathematical finance, within the still recent theory of finance, born in the early 1950's with the works of Harry Markowitz, and up to then an area quite strictly reserved to economists. The characteristic of this new stream of theory within the theory is the substantial use of stochastic calculus, the origins of which can be traced back to the works of Kolmogorov in the 1930's and Doob in the 1940's, but which was mostly developed with the works of the Japanese mathematician Kiyosi Itô in the mid 1940's and early 1950's.

It will also serve, from a practical standpoint, as the pricing reference. In April of 1973, a month before the article was published, the Chicago Board of Options Exchange (CBOE), the first exchange for the standardised trading of options, was created.

In 1975, the CBOE officially adopted the Black and Scholes formula for the pricing of traded options. The annual volume of equity options traded at CBOE was then 14,4 millions, 14 times the amount it was in 1973.

The construction of continuous-time finance as a theoretical field, since the Black and Scholes article of 1973, and for the following 10 years, is, in many respects, a challenging and interesting field of research and analysis for a historian of mathematics.
Indeed, from a historical standpoint, the construction process of this particular stream of the theory of finance lays stress on the interactions and synergies that operate between two fields of two different disciplines (financial theory within economics and stochastic calculus within mathematics) at the time of constitution of a third theoretical stream at their interface.
It also illustrates the birth of a theoretical field with its own scientific language, its axiomatic and its epistemological foundations. Besides, it provides an example for interactions between the academic sphere and the sphere of practitioners, which, without even going too far into sociological history refinements, had major consequences on the way the problem at stake in the Black and Scholes paper was not only formulated but also on the way it was solved, and therefore also had an impact on the later developments of mathematical finance.
This paper builds on the work I am pursuing with my PhD research, to give a historical perspective on the early stages of what is now a well-established field of financial economics, widely taught since the early 1990's in business and engineering schools worldwide.

Bibliography

Louis Bachelier, Théorie de la spéculation, *Annales Scientifiques de l'ENS, 3e série*, tome 17, 1900.
F. Black, M.Scholes, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy, vol.81, n° 3,* 1973.
F.Black, The Pricing of Commodity Contracts, *The Journal of Financial Economics,* 1976.
Ivar Ekeland, Au hasard, La chance, la science et le monde, *Points Sciences, Seuil 1991*.
M.B Garman, S.W Kohlagen, Foreign Currency Option Values, *Journal of International Money and Finance, n° 2,* 1983.
J.M. Harrison, D.M Kreps, Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets, *Journal of Economic Theory, n° 20,* 1979.
J.M. Harrison, S.R Pliska, Martingales and stochastic integrals in the theory of continuous trading, *Stochastic Processes and Their Applications, n° 11,* 1981.
Giorgio Israël, The invisible hand. Economic Equilibrium in the history of science, *MIT Press, Cambridge 1990.*
Giorgio Israël, La mathématisation du réel, *Seuil 1996.*
W.Margrabe, The Value of an Option to Exchange one Asset for another, *The Journal of Finance, vol.33,n°1,* 1978.
B.Mandelbrot, Une approche fractale des marchés. Risquer, perdre et gagner, *Odile Jacob 2005.*
R.C Merton, Theory of Rational Option Pricing, *The Bell Journal of Economics and Management Science, vol.4, n°1,* 1973.

Le rôle de D'Alembert dans les premiers pas d'une étude programmatique des équations aux dérivées partielles (1760-1783)

GUILLAUME JOUVE
(Université Lyon 1)
jouve@math.univ-lyon1.fr

D'Alembert est généralement reconnu par les historiens comme étant le premier à avoir appliqué le calcul aux différences partielles à des problèmes physico-mathématiques. Ses *Réflexions sur la cause des Vents* (1747) et son mémoire sur les cordes vibrantes publié dans les recueils de l'Académie de Berlin de 1747 marquent en effet l'avènement d'une première théorie des équations aux dérivées partielles (EDP) digne de ce nom. Par la suite, Lagrange, Euler, et l'encyclopédiste lui-même, vont utiliser cet outil mathématique dans bien d'autres domaines: écoulement, équilibre et résistance des fluides, propagation du son …

Mais, progressivement, et surtout à partir du début des années 1760, ils vont rencontrer dans leurs recherches des EDP d'une complexité croissante (ondes sphériques, problèmes dans des milieux résistants …).
De surcroît, parallèlement, des savants comme Fontaine et Condorcet développent une approche consistant à procéder à une étude systématique, programmatique, et hors de tout contexte physique de certains objets mathématiques. Condorcet adopte en particulier cette démarche vis-à-vis de des équations différentielles ordinaires et de l'intégration en termes finis.
C'est dans ce contexte que D'Alembert va entreprendre dans le Mémoire 26 du tome IV de ses *Opuscules Mathématiques* (1768) une étude systématique de plusieurs classes d'EDP d'ordre 1 et 2 en les extrayant de tout cadre physique. A la même époque, Lagrange et Euler adoptent à leur manière une démarche semblable.
L'objectif de cette communication sera de montrer les spécificités des recherches en la matière de chacun de ces savants, et également d'examiner l'impact de leurs travaux respectifs sur ceux de Laplace, Monge, Cousin etc … dans les années 1770 et 1780. Une attention plus particulière sera bien sûr portée au Mémoire 26 de D'Alembert.
Par ailleurs, cet exposé permettra aussi de montrer un autre aspect de la relation entre D'Alembert et Condorcet qui se trouve être bien plus interactive que l'on pouvait le croire. Ce sera aussi l'occasion de souligner l'intérêt des *Opuscules Mathématiques* et de l'œuvre tardive de l'encyclopédiste …

Bibliographie essentielle

Condorcet
«Mémoire sur les équations aux différences partielles», *MARS* année 1770, p. 151-178.
«Sur la détermination des fonctions arbitraires qui entrent dans les intégrales des équations aux différences partielles», *MARS* année 1771, p. 49-74.
D'Alembert, Jean Le Rond
Réflexions sur la cause générale des Vents, Paris, 1747.
«Recherches sur la courbe que forme une corde tenduë mise en vibration», *HAB* année 1747 (1749), p. 214-219.
Mémoire 25, «Nouvelles réflexions sur les vibrations des Cordes sonores», *Opuscules Mathématiques*, tome IV, 1768, p. 128-224.
Mémoire 26, «Recherches de Calcul intégral», *Opuscules Mathématiques*, tome IV, Paris, 1768, p. 225-253.
Mémoire 58 §VI, «Sur les Fonctions discontinues», *Opuscules Mathématiques*, tome VIII, Paris, 1780, p. 302-308.
Euler, Leonhard
«De la propagation du son», suivi de «Supplement aux recherches sur la propagation du son» et «Continuation des recherches sur la propagation du son», *HAB* année 1759 (1766), p. 185-264 (E305, E306, E307).
Institutiones calculi integralis, vol. 3, 1771, St Pétersbourg (E385).
Lagrange, Joseph-Louis
«Nouvelles Recherches sur la nature et la Propagation du son», *Mélanges de Turin*, t. II, p. 11-172.
«Sur l'intégration des équations à différences partielles du 1er ordre», *NMAB* année 1772, p. 353-372.
Laplace, Pierre-Simon de
«Recherches sur le calcul intégral aux différences partielles», *MARS* année 1773, p. 341-402.
Monge, Gaspard
«Mémoire sur la construction des fonctions arbitraires qui entrent dans les intégrales des équations aux différences partielles», *Mémoires des Savants Etrangers*, t. VII, 1773, p. 267-300.

Les origines italiennes de l'analyse mathématique moderne

JEAN-MICHEL KANTOR
(Université Paris 7)
kantor @math.jussieu.fr

La naissance de l'analyse mathématique moderne au début du vingtième siècle a été marquée de difficultés conceptuelles liées au développement de la théorie des ensembles, qui ont conduit à la naissance de la théorie descriptive des ensembles en France et en Russie: travaux de Baire, Borel, Lebesgue, Egoroff, Lusin et son école. Mais comme l'écrit Arnaud Denjoy, souvent lyrique: "… Les mathématiciens italiens" (Dini, Arzela, Pincherle, Volterra ...) "avaient sans doute cru entendre l'appel de ce prochain monde à créer. Mais ce fut Baire qui jeta les ponts de la topologie des fonctions", Baire qui publiera sa thèse, concue lors d'un séjour de trois mois en 1898 à Turin auprès de Volterra, dans les Annali di matematica - comme celle Lebesgue - en 1899 (la thèse de Baire est dédiée à Dini et à Volterra).
Nous examinerons d'abord l'introduction en Italie et en France de la théorie des ensembles de Cantor, et les premiers travaux qui se placent dans son cadre, dans les deux pays, les développements de la théorie des fonctions de variables réelles dont nous chercherons à déconstruire l'histoire parallèle, au regard des difficultés locales et des développements ultérieurs (classification de Baire, travaux sur l'intégrale de Lebesgue en France et en Italie, naissance de l'Ecole de Moscou, extensions ultérieures).

Références

Dini U., Fondamenti per la teoria delle funzioni di variabili reali, Pisa, 1878.
Dugac P., Histoire de l'Analyse, Autour de la notion de limite et de ses voisinages, Vuibert, Paris, 1999.
Notes et documents sur la vie et l'oeuvre de René Baire, Arch. Hist. Exact Sciences, 15, 1976, 297-383.
Ferreiros J., Labyrinth of thought, A history of Set theory and its role in Modern mathematics Birkhauser, Basel, 1999.
Lebesgue H., Les lendemains de l'intégrale Lettres à Emile Borel, Vuibert, Paris, 2004.
Graham L. - Kantor Jean-Michel, A Comparison of Two Cultural Approaches to Mathematics: France and Russia, 1890-1930, ISIS 2006; cf www.math.jussieu.fr/~kantor/isis.pdf.
Letta G., Papini P., Pepe L., Cesare Arzelà e l'analisi reale in Italia, in Arzelà, Opere, I, Bologna, 1992.

Le *Traité des Fluxions* de MacLaurin: une nouvelle épistémologie mathématique?

PIERRE LAMANDE
(Université de Nantes)
Pierre.Lamande@univ-nantes.fr

On connaît la profonde fidélité de MacLaurin aux principes mathématiques et à la philosophie naturelle de Newton. Les attaques de Berkeley envers le maître lucasien sont aussi célèbres. Elles ont porté tant sur la métaphysique des Principia que sur les fondements du calcul[11]. et ont suscité de nombreux écrits polémiques. Elles ont aussi été l'objet d'analyses tant de philosophes que d'historiens des sciences dans la période récente. Il ne s'agira pas ici de reprendre ces études, mais de dégager quelques axes de la pensée de Berkeley et de montrer comment ils peuvent expliquer une partie des fondements du *Traité*

[11] *Ses critiques envers les principes physiques sont développées dans le* Traité des Principes de la connaissance humaine *(1710), les* Trois dialogues entre Hylas et Philonous *(1713) et le* De motu *(1721). Il attaque les fondements du calcul dans* L'Analyste (*1734) puis répond à ses détracteurs dans* A Defence of Free-thinking in Mathematics *(1735),* Reasons for not Replying to Mr Walton's Full Answer in a letter to P.T.P. by the Author of the Minute Philosopher.

des Fluxions. En effet, si Berkeley, notamment dans le *De motu*, souligne l'ambiguïté du vocabulaire employé par les physiciens et conteste la validité de certains concepts développés dans les *Principia*, en particulier l'espace absolu, il ne remet pas en cause les résultats obtenus par la mécanique de son époque. Maclaurin ne reviendra pas sur ces critiques de Berkeley même dans The Account of Sir Isaac Newton's Philosophical Discoveries dont la première version manuscrite circule dès 1732. Par contre, le *Traité des fluxions* est explicitement commencé pour répondre à l'Analyste et il s'appuie sur un mouvement purement abstrait et indépendant de toute contingence physique qu'il a déjà utilisé notamment dans sa *Geometrica Organica.*

MacLaurin se situe sur le terrain même de l'évêque de Cloyne, évitant les ultimes raisons, les infiniment petits comme les rapports de quantités évanouissantes. Il se fonde sur le concept de vitesse qui ne relève pas initialement de la physique[12]. Le temps n'est pas un absolu physique mais associé à un mouvement mathématique d'un point sur une droite[13]. Maclaurin reste sur le terrain défriché par Archimède et ne recherche pas à définir *la nature de cette puissance, affection ou mode*. «Dans ces sciences (mathématiques), on examine plutôt les relations des choses que leurs essences intérieures; parce que nous pouvons avoir une idée claire de ce qui est le fondement d'une relation, sans avoir une idée parfaite & entière des attributs d'une chose. Nos idées des relations sont souvent plus claires & plus distinctes que celles des choses mêmes qui ont ces relations; & c'est à cela que nous devons principalement attribuer l'évidence particulière des mathématiques. Il n'est pas nécessaire que les objets de nos théories soient décrits actuellement, ou qu'ils existent hors de nous; mais il est essentiel que leurs relations soient clairement conçues & évidemment déduites»[14]. Deux seuls principes et quatre axiomes lui sont nécessaires qui relient l'idée de mouvement à l'idée de quantité d'une part et déduisent des accroissements ou décroissements de vitesse des inégalités sur les espaces parcourus d'autre part[15].

La mesure de la vitesse est faite au prix d'une fiction intellectuelle. «*La vitesse avec laquelle une quantité flue à chaque terme du temps pendant lequel elle est supposée se former [...] est [...] toujours mesurée par l'incrément ou le décrément que ce mouvement aurait produit dans un temps donné, s'il avait été continué uniformément depuis ce terme sans aucune accélération ou retardement*»[16]. Cette définition est bien indépendante de tout débat ontologique. Comment est-elle justifiée? MacLaurin avait évoqué le principe d'inertie et l'on peut y voir un argument en faveur de sa définition. Mais le principe d'inertie n'est jamais utilisé dans les démonstrations. Mieux, au chapitre VII où il aborde la question des tangentes à une ligne courbe, il démontre que les fluxions associées à une ligne courbe peuvent être peuvent être représentées grâce à la tangente. Les concepts de base du *Traité des fluxions* se fondent sur une mathématique de type archimédien et non sur une physique; ils relèvent de ce que Carnot appelle le *mouvement géométrique*. Nous appuierons cette affirmation sur quelques démonstrations.

Nous reviendrons aussi sur la profonde unité qui relie les livres I (où règnent les démonstrations géométriques) et le livre II (lieu de démonstrations analytiques). Nous verrons que les principes de base de l'analyse ne font pas appel à une notion de limite (qui est par ailleurs présente dans l'ouvrage) mais sont directement issus du livre I.

---

[12] Le livre a d'abord été conçu comme un exposé des principes du calcul. C'est cette partie que nous analysons. Elle a été ensuite complétée par des chapitres qui relèvent bien de la physique. L'unité du livre I réside dans sa méthode démonstrative.

[13] Deux temps de parcours égaux seront représentés par deux segments parcourus égaux.

[14] *Traité des fluxions* p. 1-2.

[15] « 1) Lorsque les quantités qui sont produites sont toujours égales l'une à l'autre, les mouvements qui les produisent sont toujours égaux 2) Au contraire, les mouvements étant égaux, les quantités qui en proviennent dans le même temps sont toujours égales » *Traité des fluxions* p. 5.

[16] *Traité des fluxions* p. 7.

Nous terminerons en regardant les justifications apportées par Maclaurin à la méthode des ultimes raisons de Newton, puis nous verrons comment il explique les infiniment petits leibniziens et souligne les erreurs auxquelles ont conduit certains des principes des partisans de ce calcul, notamment l'assimilation de la tangente au prolongement d'un segment de droite infiniment petit.

Bibliographie

Bayes T., Introduction to the Doctrine of Fluxions and Defence of the mathematicians against the Objections of the Author of the Analyst, so far as Designed to Affect the General Methods of Reasoning *Londres 1736.*

Blay Michel, *«Deux moments de la critique du calcul infinitésimal: Michel Rolle et George Berkeley»* Revue d'histoire des sciences *n° 3, 1986, p. 223-253.*

Cajori F., A History of the Conceptions of Limits and Fluxions in Great Britain from newton to Woodhouse, *Londres 1919.*

Grabiner Judith, *«The calculus as algebra, the calculus as geometry; Lagrange, MacLaurin and their legacy»* Vita Mathematica *Washington DC p. 131-144, 1996.*

Grabiner Judith, *«Newton, Maclaurin and the Authority of Mathematics»* American Mathematical Monthly *111 (10), p. 841-852.*

Grattan-Guinnes Ivor, *«Berkeley 's Criticism of the Calculus as a Study in the Theory of Limits»* Janus *n° 36, 1969, p. 215-217, 2004.*

Guicciardini Niccolo, *«Una riposta a Berkeley: Colin Maclaurin e i fondamenti del calcolo flussionale»* Epistemologia *VII p. 201-224, 1984.*

Guicciardini Niccolo, The Development of newtonian Calculus in Britain 1700-1800 *Cambridge University press, Cambridge, 1989.*

Guicciardini Niccolo, Reading the Principia: The debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy from 1687 to 1736 *Cambridge University Press, Cambridge,1999.*

J. Jurin (Philalethes Cantabrigiensis), Geometry no Friend to Infidelity, or a Defence of Sir Isaac Newton and the Bristish mathematician *1734.*

Jurin J. (Philalethes Cantabrigiensis), The Minute Mathematician; or the free-thinker no Just-thinker *1735.*

MacLaurin Colin, A Treatise of Fluxions in two Books *Edimbourg 1742.*

MacLaurin Colin, The Account of Sir Isaac Néwton's Philosophical Discoveries *Londres, 1748.*

MacLaurin Colin, Geometrica Organica: sive descriptio Linearum Curvarum Universalis *Londres 1720.*

Panza Marco, La statua di Fidia *Unicopli, Milan 1986.*

Panza Marco, La forma della Quantità *Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences, vol. 38 et 39,, Belin, Paris 1992.*

Panza Marco et Ferraro Giovanni, *«Developping into series and returning from series: A note on the Foundations of eighteenth century analysis»* Historia mathematica *30, p. 17-46.*

Pycior Helena, Symbols, Impossible numbers and geometric Entanglements: British Algebra through the Commentaries on Newton's Universal Arithmetic *Cambridge University Press, Cambridge, 1997.*

Peterschmitt Luc, *«Berkeley et les hypothèses mathématiques»* Archives internationales d'histoire des sciences *vol. 53 n° 150-151, p. 184-197. 2003.*

Walton J. A, Vindication of Sir Isaac Newton'sPrinciples of Fluxions against the Objections contained in the Analyst *Dublin, 1735.*

Walton J., The cathechism of the Author of the Minute Philosopher Fully Answer'd *1735.*

Benjamin Robins A Discourse Concerning the Nature and Certainty of Sir Isaac Newton's Method of Fluxions and of Prime and Ultimate Ratios *Londres 1735.*

Wisdom J.O., *«The compensation of Errors in the Method of Fluxions»* Hermathena *n° 57, p. 49-81 mai 1941.*

Wisdom J.O., *«The Analyst Controversy:Berkeley as a Mathematician»* Hermathena *n° 59, p. 111-128, mai 1942.*

Wisdom J.O., *«Berkeley 's Criticism of the Infinitesimal»* British Journal for the Philosophy of Science *vol. IV, p. 22-25, 1953.*

Moyenne ou choix, le conflit intérieur de l'astronome des Lumières

NICOLAS LESTÉ-LASSERRE
(EHESS)
Nicolas.Leste@obspm.fr

Une des obsessions des astronomes de l'époque moderne est de repousser toujours plus loin les limites de la précision. Ce gain de précision peut intervenir au sein de deux éléments: l'écart minimum mesurable (en mesures d'angle et de temps) et la fiabilité des mesures. Le premier est essentiellement lié au perfectionnement de l'instrumentation. C'est au niveau de la fiabilité que peuvent intervenir certaines méthodes liées à la moyenne. Rendre fiable la mesure, dans l'esprit de l'astronome de la fin du XVIIe et de tout le XVIIIe siècles, c'est traquer l'erreur partout où elle peut se trouver. Même si les observateurs ne doutent pas de posséder les qualités requises – «patience à toute épreuve, attention à laquelle n'échappe aucune circonstance, prompte et vive pénétration» –, peut-être qu'il leur faut également user de quelques stratégies, telle que la répétition des observations d'un même phénomène. Le problème se pose alors de l'utilisation des ces multiples mesures. Les hésitations qui ont existé entre le choix arbitraire d'une seule mesure ou l'utilisation d'une moyenne arithmétique de toutes ou parties des mesures ne sont pas des faits nouveaux pour l'historien des sciences. Ptolémée, les astronomes arabes, Tycho Brahe ou Hévélius nous ont renseigné sur ce fait. Mais le point sur lequel je vais insister tient au dilemme qui se pose à l'observateur des Lumières qui déploie ses talents avec le plus grand soin pour capturer d'infimes variations de secondes de degrés et de fractions de secondes de temps. La moyenne arithmétique, gommant mécaniquement les incertitudes, ne vient-elle pas détruire un certain idéal du savant au geste précis et au jugement sûr, fruits d'une pratique longue et assidue, à une période même où l'instrumentation et les méthodes qui s'y appliquent font des progrès remarquables? Pour comprendre quels sont les usages pratiques face aux mesures multiples, j'ai utilisé comme corpus différents journaux d'observations d'astronomes français entre 1670 et 1800, avec leurs enregistrements souvent très bruts des observations effectuées.

L'examen de ces journaux montre une confusion dans l'usage de différents termes, «médiocre», «moyen», «milieu», «vrai». Alors même que les théoriciens énoncent des méthodes dont aucune ne semble vouloir faire le consensus, les observateurs continuent d'exercer leur savoir-faire, tant dans le maniement des instruments que dans le traitement des séries de mesures. Pour ceux dont l'affirmation de leur art est le plus prononcé, les valeurs extrêmes deviennent des valeurs suspectes, la valeur moyenne devient la valeur vraie. Cette confusion peut être considérée comme un conflit intérieur chez l'astronome, conflit dont on trouve les traces dans son discours. S'il parle souvent d'erreur, il ne rattache celle-ci qu'à l'instrument, donc à une erreur mesurable et corrigible techniquement. Le mot «incertitude» ne prend que très timidement place dans son vocabulaire, écrasé par le maître mot «précision», aux connotations beaucoup plus glorifiantes pour le savant des Lumières. Dans le discours d'un même astronome, il n'est pas rare de lire des recommandations pour les mesures multiples, et plus loin des mises en garde contre des procédures trop lourdes. La mesure parfaite est parfois préférée à l'excès de manipulations, tant matérielles que mathématiques.

Cette communication n'a donc pas pour but de ré-écrire une histoire de la moyenne, mais bien de fixer les conflits de son usage dans un milieu savant où la pratique est érigée en art et où la théorie est parfois regardée de loin.

Bibliographie

Daniel Bernoulli, «The most probable choice between several discrepant observations and the formation therefrom of the most likely induction», in M.G. Kendall et E.S. Pearson (eds), Studies in the History of Statistics and Probability, Londres: Griffin, 1970, pp. 157-167.

Roger Boscovitch, Voyage Astronomique et Géographique dans l'Etat de l'Eglise, entrepris par l'Ordre et sous les Auspices du Pape Benoît XIV, pour mesurer deux degrés du méridien, et corriger la carte de l'Etat ecclésiastique, 1757.
Allan C. Chapman, Dividing the circle. The development of critical angula measurement in astronomy 1500-185, New York, London: Ellis Horwood, 1990.
Jean-Baptiste Chappe d'Auteroche, «Journal du voyage en Californie», BOP C 5.20-24.
Antoine Darquier de Pellepoix, Lettres sur l'astronomie pratique, Paris: chez Didot fils, Jombert jeune, 1786.
Joseph-Nicolas Delisle, «Observations astronomiques faites à Paris, 1712-1725», BOP C 2-14 n°113-1.
Louis Delisle de La Croyère, «Observations astronomiques faites à Paris, 1712-1725», BOP C 2-14 n°113.32.
Jean-Jacques Droesbeke et Philippe Tassi, Histoire de la statistique, Paris: Presses Universitaires de France, 1990.
Nicolas Louis de La Caille, «Observations faites au Collège Mazarin, au Cap, etc.», 1742-1762, BOP C 3-17.
Jean-Louis Lagrange, «Sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre les résultat de plusieurs observations», Miscellanea Taurinensia, 1776.
Esprit Pezenas, «Observations», BOP C 2-16 n° 103-3.
Jean Picard, «Journal autographe de ses observations», 1666-1682, BOP D 1.14.
F. Schmeiter, «Astronomy and the theory of errors: from the method of averages to the method of least squares», in René Taton et Curtis Wilson, The general history of astronomy. Volume 2, Planetary astronomy from the Renaissance to the rise of astrophysics. Part B: The eighteenth and nineteenth centuries, Cambridge: Cambridge University Press, 1995, pp. 198-207.
Thomas Simpson, «A letter to the Right Honourable George Earl of Macclesfield, President of the Royal Society, on the advantage of taking the mean of a number of observations in practical astronomy», Philosophical Transactions, 1756, vol. 49, pp. 82-93.
«Journal des observations faites à l'Observatoire de Paris, 1683-1798», B.

Le antinomie del primo Novecento: un problema forse sopravvalutato

DOMENICO LENZI
(Università di Lecce)
domenico.lenzi@unile.it

Premessa. Tra la fine dell''800 e l'inizio del '900 una sorta di cataclisma scientifico sconvolse il mondo matematico: la scoperta di alcune contraddizioni (antinomie) insiemistiche, che mettevano in forse i lusinghieri risultati conseguiti da Georg Cantor.
Come è noto, tutto partì dall'antinomia di Russell, che era scaturita da un uso forse troppo disinvolto dei concetti insiemistici, che un po' ingenuamente aveva portato a considerare l'insieme $\boldsymbol{K}$ costituito dagli insiemi A individuati dalla proprietà di non appartenersi ($A \notin A$). Era il 1902 e molti matematici intravvidero l'*inferno*; anche se David Hilbert ebbe a dire: *Nessuno potrà cacciarci dal Paradiso che Cantor ha creato.* Tuttavia niente sarebbe stato più come prima. Di fronte alla matematica – caduta dal suo piedistallo di dea delle scienze – si apriva il purgatorio della quotidianità umana, che però essa ha affrontato con estrema dignità, lungo un percorso denso di accidenti e pericoli vari, ma anche di risultati significativi ed entusiasmanti.
Lo stesso Cantor – come egli scrisse in una lettera a Hilbert – già nel 1896 aveva evidenziato nella sua teoria una spiacevole antinomia, conosciuta come *Antinomie der Allmenge* (*l'antinomia della classe totale*, o *dell'insieme di tutti gli insiemi*); ma questo risultato rimase pressocché sconosciuto. Forse Cantor evitò di diffonderlo nella speranza di trovare egli stesso un "antidoto".
L'antinomia evidenziata da Cantor risiedeva nel fatto che, considerata *la classe totale* $\boldsymbol{\Theta}$ – onde risultava $\wp(\boldsymbol{\Theta}) \subseteq \boldsymbol{\Theta}$ – si veniva a costruire facilmente una funzione suriettiva di $\boldsymbol{\Theta}$ su

$\wp(\mathbf{\Theta})$: bastava prolungare a tutto $\mathbf{\Theta}$ la funzione identica su $\wp(\mathbf{\Theta})$, associando l'insieme vuoto a ogni eventuale elemento di $\mathbf{\Theta}$ non appartenente a $\wp(\mathbf{\Theta})$. Il che contraddiceva la proprietà $|\mathbf{\Theta}| < |\wp(\mathbf{\Theta})|$ proprio nella parte che afferma che non può esserci alcuna funzione suriettiva di un insieme sull'insieme delle sue parti (Cantor 1873).

Accanto alle altre antinomie spesso se ne cita una che si fa risalire a un articolo di Cesare Burali-Forti del 1897; il che può essere frutto di una lettura poco attenta dei contributi dello studioso toscano. Infatti Burali-Forti, in un suo scritto, si limitò a dimostrare – per assurdo – una proprietà riguardante quelli che lui chiamava *insiemi ordinati perfetti*, dicendo che essi erano anche degli *insiemi bene ordinati*.

Tuttavia gli insiemi ordinati perfetti di Burali-Forti non sono ben ordinati alla luce della definizione odierna. Solo in epoca successiva all'antinomia di Russell le argomentazioni presentate nel lavoro di Burali-Forti furono applicate agli attuali insiemi bene ordinati, probabilmente a opera dello stesso Russell. Noi nel seguito ci riferiremo alla sola antinomia di Russell, potendosi di fatto ricondurre a questa quasi tutte le altre.

L'antinomia di Russell. Come si è già accennato, l'antinomia di Russell derivò da un uso improprio dei concetti insiemistici, che aveva portato a considerare l'insieme $\boldsymbol{K}$ costituito dagli insiemi A individuati dalla proprietà $A \notin A$; il che comportava e comporta che per $\boldsymbol{K}$ valga una e una sola delle seguenti eventualità: 1) $\boldsymbol{K} \in \boldsymbol{K}$; 2) $\boldsymbol{K} \notin \boldsymbol{K}$.

Nell'eventualità $\boldsymbol{K} \in \boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{K}$ gode della proprietà tipica dei suoi elementi; cioè: $\boldsymbol{K} \notin \boldsymbol{K}$. Il che è in contraddizione con la premessa $\boldsymbol{K} \in \boldsymbol{K}$, che perciò è assurda.

Esclusa l'eventualità 1), resta in piedi l'altra: $\boldsymbol{K} \notin \boldsymbol{K}$; che perciò risulta essere un teorema. Ma $\boldsymbol{K} \notin \boldsymbol{K}$ esprime per $\boldsymbol{K}$ il verificarsi della proprietà di cui godono gli elementi di $\boldsymbol{K}$, il che assicura l'ulteriore teorema $\boldsymbol{K} \in \boldsymbol{K}$. Perciò l'antinomia è data dai due teoremi – entrambi dimostrati! – $\boldsymbol{K} \notin \boldsymbol{K}$ e $\boldsymbol{K} \in \boldsymbol{K}$.

Ma ecco come Frege descrisse l'antinomia che Russell gli aveva segnalato (si veda [4], *Nota finale*, p. 58): «[...] *A uno scrittore di scienza ben poco può giungere più sgradito del fatto che, dopo aver completato un lavoro, venga scosso uno dei fondamenti della sua costruzione. Sono stato messo in questa situazione da una lettera del signor Bertrand Russell.* [...] *Il signor Russell ha scoperto una contraddizione che ora esporrò. Nessuno vorrà asserire, della classe degli uomini, che essa è un uomo. Abbiamo qui una classe che non appartiene a se stessa. Dico infatti che qualcosa appartiene a una classe se questo qualcosa cade sotto un concetto, la cui estensione* [17] *è proprio la classe stessa. Fissiamo ora il concetto: classe che non appartiene a se stessa! L'estensione di questo concetto, ammesso che se ne possa parlare*, *è, per quanto detto, la classe delle classi che non appartengono a se stesse*[...].

Quindi Frege prosegue la sua esposizione dell'antinomia segnalatagli da Russell. Però a nostro avviso quella contraddizione fu sopravvalutata. E forse lo stesso Frege, se non fosse stato colto dal "panico", avrebbe potuto tamponare almeno in parte la falla che si era aperta nella teoria degli insiemi. Infatti si può presumere che il dubbio di Frege (espresso dalla locuzione *ammesso che se ne possa parlare*) si riferisse non tanto al concetto considerato, quanto alla sua estensione, e quindi alla classe K che avrebbe dovuto far parte di quell'estensione. Perciò, non essendo perfettamente individuabile quel K, perdeva senso la possibilità – in definitiva, era assurdo! – che esso cadesse, come disse Frege, sotto il concetto di appartenere oppure no a se stesso.

Ebbene, nello svolgere il ragionamento che conduce all'Antinomia di Russell si parte proprio dall'insieme $\boldsymbol{K}$ di tutti gli insiemi che non si appartengono. Perciò come conclusione si ha che non si può parlare di $\boldsymbol{K}$ come insieme; onde non si può parlare nemmeno dell'insieme $\mathbf{\Theta}$ di tutti gli insiemi, poiché in tal caso $\boldsymbol{K}$ rientrerebbe in gioco come sottinsieme di $\mathbf{\Theta}$. Tuttavia ciò

[17] Per *estensione* di un concetto riferito a individui (concreti o astratti), presi singolarmente, si intende la "collezione" degli oggetti per i quali quel concetto risulta verificato.

non garantisce che così si escludano altre contraddizioni; onde è necessario porre una limitazione nell'attribuire "l'etichetta blu" di insieme, precisando in quale contesto e sotto quali condizioni una "collezione di cose", concrete o astratte, possa essere considerata un insieme. Per esempio, si dovrebbe evitare di parlare di insiemi "in evoluzione", i cui elementi non siano "perfettamente esistenti" nel momento in cui li si considera. In definitiva, non si deve confondere un concetto (ad esempio quello di uomo, "aperto" a inserimenti futuri) con quella che è la sua "estensione" attuale; cioè, le "cose", gli oggetti, le persone che a un certo istante rientrano in quel concetto. Inoltre non può "preesistere" a se stesso un insieme $\boldsymbol{C}_i$ che "nasca" a un certo istante i e sia costituito da insiemi già "nati" in precedenza. In definitiva $\boldsymbol{C}_i$, proprio perché nasce all'istante i, non può appartenersi, poiché a esso appartengono esclusivamente insiemi "nati prima" di lui [18]. Ed in questo senso – a nostro avviso – lo stesso Russell (insieme ad A. N. Whitehead, si veda [8], pag. 37) tentò di superare la sua antinomia attraverso la *teoria dei tipi*, dove il termine "tipo" si riferisce a un livello di aggregazione di elementi, ma potrebbe anche intendersi come sinonimo di *istante*. Infatti si parte (*istante zero*) da una collezione fissata di "individui", di "oggetti" che non abbiano la caratteristica di essere delle collezioni (o per i quali si prescinda da questa qualità). C'è poi un primo tipo di *insiemi* – quelli di un dato istante i successivo all'istante *zero*: *istante uno*, diremmo noi – che sono collezioni costituite da quegli individui; dopodiché (*istante due*) c'è un secondo tipo di *insiemi*, costituito da almeno un insieme del primo tipo ed eventualmente da individui; e così via. Tuttavia l'impostazione Russelliana, anche se significativa e corretta, fu considerata piuttosto limitativa.

Un altro tentativo per superare le varie antinomie fu elaborato successivamente da J. Von Neumann con la *teoria delle classi*. In un primo approccio intuitivo, in questa teoria si considera una specie di *contenitore* ideale $\boldsymbol{T}$ al cui interno ci sono delle *collezioni* chiamate *classi*. In particolare, una classe è chiamata *insieme* quando essa appartiene a una di quelle classi. Ci sono poi assiomi limitativi tendenti a evitare dei "virus" che possano determinare antinomie. Ma c'è anche un modo più astratto di parlare di questa teoria, e quindi meno legato a considerazioni di carattere intuitivo che potrebbero risultare ingannevoli. Infatti quel contenitore $\boldsymbol{T}$ lo si può intendere come la collezione dei vertici di un grafo orientato; il che equivale a considerare su $\boldsymbol{T}$ una relazione binaria [19]. Quei vertici vengono chiamati *classi*; mentre vengono chiamati *insiemi* i vertici da cui partano dei collegamenti orientati: *gli archi*, secondo la terminologia usata in teoria dei grafi. Naturalmente gli archi del grafo considerato debbono determinare dei collegamenti che ricordino la relazione di appartenenza, una volta che un vertice $\boldsymbol{v}$ lo si sia "identificato" con la collezione dei vertici che lo "raggiungono". Per ulteriori dettagli su questa teoria si rinvia a [5], pagg. 55-64, dove si trovano anche varie interessanti indicazioni bibliografiche. Per la maggior parte i tentativi furono portati avanti, giustamente, all'insegna di impostazioni logico-formali, proprio nel tentativo di non inquinare la natura dei ragionamenti con considerazioni di carattere intuitivo che potevano risultare errate. Tuttavia alcune di quelle impostazioni produssero risultati matematici discutibili. Si pensi ai numeri naturali, che furono reinventati come un banale gioco (fino a che punto giustificato?) di parentesi graffe applicate all'insieme vuoto: $\varnothing$ (zero), $\{\varnothing\}$ (*uno*), $\{\varnothing, \{\varnothing\}\}$ (*due*), e così via, con il "nuovo" numero naturale n+1 dato da $n \cup \{n\}$.

In realtà, i risultati conseguiti dalla logica formale in ambito matematico sono stati inferiori alle aspettative; anzi l'inadeguatezza di questa disciplina come strumento per la matematica è stata spesso interpretata – paradossalmente – come un difetto della matematica stessa. Il fatto,

[18] Anche se è forse impossibile "fissare" un istante di tempo "globale", non c'è dubbio che il concetto di contemporaneità sia del tutto valido, nonostante la mancanza di un "orologio universale" a cui riferirlo.

[19] Si noti l'analogia con l'impostazione per la geometria che Hilbert propose in chiave esclusivamente deduttiva, prescindendo dal significato intuitivo dei termini usati. *E allora quei termini potrebbero anche essere interpretati* – diceva Hilbert – *come tavoli*, *sedie*, *boccali di birra*.

poi, che la logica formale abbia dato risultati lusinghieri in altre discipline fondamentali (ad esempio la Computer Science) nessuno crediamo lo voglia negare. Ma questo è un altro discorso.

Bibliografia

[1] C. Burali-Forti, *Una questione sui numeri transfiniti*, Rend. Circolo Mat. Di Palermo, Vol. **11**, pp. 154-164 (1897).
[2] C. Burali-Forti, *Sulle classi ben ordinate*, Rend. Circolo Mat. Di Palermo, Vol. **11**, p. 260 (1897).
[3] Beth E.W., *I fondamenti logici della matematica*, Feltrinelli, Milano (1963).
[4] Frege G. *I principi dell'aritmetica*. Inserito in *Letture di Logica* (a cura di C. Mangione ed M. Franchella), Ambrosiana-Zanichelli (1993).
[5] Lombardo-Radice L. *Istituzioni di algebra astratta*, Feltrinelli, Milano (1973).
[6] Russell B., *The principles of mathematics*.
http://fair-use.org/bertrand-russell/the-principles-of-mathematics/preface.
[7] Russell B., Whitehead A. N., *Principia Mathematica*. Cambridge Univ. Press, London (1980; 1ª ediz. 1910).
[8] Russell B., *Introduzione alla Filosofia della Matematica*. Longanesi (2004).

L'algèbre en Italie: le témoignage des textes hébraïques (XIIe - XVe siècle)

TONI LEVI
(CNRS)
tlevy@vjf.cnrs.fr

Je présenterai et commenterai des textes mathématiques qui partagent les caractéristiques suivantes:
- ils sont rédigés en hébreu
- ils traitent d'algèbre d'une manière ou d'une autre
- ils sont composés par des savants juifs en Italie (Italie du Nord; Sicile) entre XIIe et XVe siècles.

Les plus anciens de ces textes sont directement issus de traditions algébriques arabes. Les plus récents sont plus directement liés aux traditions mathématiques proprement italiennes.
Une question reste largement ouverte: comment évaluer la part que ces textes - ils sont peu nombreux et ne composent pas un ensemble unifié - ont pu prendre au développement de l'algèbre en Italie (en latin ou en vernaculaire)?

Bibliographie

R. Franci & L. Toti Rigatelli, "Towards a history of Algebra from Leonardo of Pisa to Luca Pacioli", JANUS 72 (1985), p. 17-82.
T. Lévy, "L'algèbre arabe dans les textes hébraïques (I). Un ouvrage inédit d'Isaac ben Salomon al-Ahdab (XIVe siècle", Arabic sciences and Philosophy 13 (2003), p. 269-301.
ID., "L'algèbre arabe dans les textes hébraïques (II). Dans l'Italie des XVe et XVIe siècles, sources arabes et sources vernaculaires", Arabic Sciences and Philosophy 17 (2007), p.81-107.
T. Lévy and C. Burnett, "Sefer ha-Middot. A mid-twelfth-century text on arithmetic and geometry attributed to Abraham ibn Ezra", ALEPH 6 (2006), p. 57-238.

Pierre de La Ramée et l'algèbre

FRANÇOIS LOGET
(IUFM, Limoges)
francois.loget@limousin.iufm.fr

En 1560, Pierre de La Ramée a publié anonymement un traité d'algèbre inspiré de celui de Scheubel. Dès les premières lignes, il déclare que l'algèbre est une partie de l'arithmétique. Quelques années auparavant, il avait publié une arithmétique dont le troisième et dernier livre était consacré aux «nombres figurés», où il rassemblait les propositions des *Éléments*

d'Euclide concernant les «nombres carrés et cubes». Or, dans la troisième édition de cette *Arithmétique*, ce troisième livre est supprimé, et c'est dans l'Algèbre que La Ramée entend reformuler la science des «nombres figurés». Mais il n'a jamais republié son *Algèbre* et dans les derniers ouvrages qu'il consacre aux mathématiques, il rattache la science des «figurés» à la géométrie.
Je cherche à expliquer pourquoi La Ramée n'a pas su donner, dans les ouvrages qu'il a publié pour accompagner son ambitieux programme de réforme de l'enseignement des mathématiques, une place à l'algèbre, science qu'il déclare finalement «inutile». J'entends montrer aussi comment certains de ses épigones se sont efforcés, dans le cadre d'un programme d'enseignement inspiréé de La Ramée, de réhabiliter cette science en étudiant les éditions par Lazare Schöner et Berdard Salignac de l'Algèbre de La Ramée.

Bibliographie

La Ramée, Pierre

(1555) *P. Rami, eloquentiæ et philosophiæ professoris regii Arithmeticae libri tres ad Carolum Lotharingum cardinalem*, Paris, Wechel.

(1560) *Algebra*, Paris, Wechel.

(1562) *Arithmetica*, Paris, Wechel.

(1569*) Arithmeticæ libri duo, geometriæ septem et viginti,* Bâle, Lévêque.

(1569) *Scholarum mathematicarum libri unus et triginta*, Bâle, Lévêque.

Salignac, Bernard

(1575) *Tractatus arithmetici partium et alligationis*, Strasbourg, Wechel.

(1580) *Arithmeticae libri duo, et algebrae totidem, cum demonstrationibus*, Strasbourg, Wechel.

Scheybl, Johann

(1550) *Euclidis [...] sex libris priores, de geometricis principiis, Græci & latini, unà cum demonstrationibus propositionum [...]. Algebræ porro regulæ præmissæ sunt propter numerorum exempla, passim propositionibus adjecta, his libris praemissae sunt, eademque demonstratae* [...], Bâle, J. Hervage.

(1551) *Algebræ compendiosa facilisque descriptio qua depromuntur magna arithmetices miracula*, Paris, Cavellat.

Schöner, Lazare

(1586) *Petri Rami Aritmetices libri duo, et Algebrae totidem: à Lazaro Schonero emendati & explicati Ejusdem Schoneri Libri duo: alter De Numeri figuratis; alter De Logistica sexageneria*, Francfort, Wechel.

G. Peano e l'analisi matematica: la ricezione in Italia e in Francia*

ERIKA LUCIANO
(Università di Torino)
erikaluciano@hotmail.com

Nel 1887, a tre anni di distanza dalla pubblicazione del trattato di Genocchi-Peano *Calcolo differenziale e principii di calcolo integrale*, Giuseppe Peano dà alle stampe, per i tipi di Bocca, il volume intitolato *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale*.

Frutto dei corsi omonimi e di quelli di *Geometria infinitesimale trattata sinteticamente*, da lui impartiti dapprima in sostituzione di A. Genocchi, e successivamente come titolare dal 1885, il trattato comprende sette capitoli dedicati rispettivamente al calcolo sui segmenti, ai limiti e alle derivate 'geometriche', alle curve piane, alle curve e alle superficie nello spazio, alle funzioni della posizione di un punto, alle grandezze geometriche, alla curvatura, alle figure variabili e agli inviluppi.

Pur configurandosi come la prosecuzione del *Genocchi-Peano*, il volume di *Applicazioni geometriche* risulta solo marginalmente basato sulle lezioni del corso tenuto da Genocchi

* Ricerca eseguita nell'ambito del progetto MIUR, Storia delle Matematiche, Unità di Torino.

all'Università di Torino, i cui programmi e contenuti sono noti grazie a tre manoscritti di *Sunti* redatti dagli studenti negli anni accademici 1870-71, 1871-72 e 1881-82.[20] Assai meno fedele del precedente trattato (1884) al dettato delle lezioni di Genocchi, il volume del 1887 si contraddistingue per un'architettura concettuale ed espositiva radicalmente rinnovata, grazie all'introduzione del metodo e del linguaggio delle equipollenze, elaborato in Italia da G. Bellavitis, e di cui Peano è un convinto promotore.

Per la selezione degli argomenti e per il ricorso al nuovo approccio sintetico – modificato poi da Peano nel 1888, a favore dei metodi del calcolo geometrico di H. Grassmann – il trattato di *Applicazioni* riceve giudizi contrastanti sul versante italiano: se è vero che esso è recensito positivamente da G. Vivanti nello *Jahrbuch über die fortschritte der Mathematik*, non si può d'altra parte ignorare la valutazione severa formulata nel 1890 dai commissari F. Brioschi, E. Beltrami, S. Pincherle, A. Tonelli e V. Volterra, all'atto di esaminare i titoli di Peano nel concorso a professore ordinario:

> "il trattato delle applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale è inferiore a molte opere sullo stesso argomento uscite prima e contemporaneamente al lavoro del Peano, avendo l'autore tralasciato molti dei più importanti capitoli della geometria differenziale, forse perché troppo preoccupato del metodo che ha voluto usare (il calcolo dei segmenti) metodo che non sarebbe opportuno introdurre nell'insegnamento in sostituzione di quelli classici".[21]

Del resto, le *Applicazioni* di Peano risultano fortemente innovative non solo nell'impostazione metodologica. Nel Capitolo quinto, intitolato *Grandezze geometriche*, forse il più importante ed interessante del volume, Peano introduce infatti i concetti di misura esterna, interna e di insieme misurabile, fornendone una trattazione che, ripresa in modo indipendente da Camille Jordan nella seconda edizione del suo *Cours d'analyse* (1893), si affermerà in letteratura come la teoria della misura "secondo Peano-Jordan".

La comunità dei matematici francesi si rivela invece, a ben vedere, particolarmente attenta agli elementi di originalità del trattato di *Applicazioni*. A favore della positiva ricezione del volume in Francia gioca la recensione elogiativa curata da Jules Tannery per il *Bulletin des Sciences Mathématiques*. Il matematico francese, che nel 1885 aveva già recensito il *Genocchi-Peano* per la medesima rivista, non esita infatti a sottolineare, accanto ai pregi del rigore, della generalità e della precisione che caratterizzano lo stile espositivo di Peano, alcune novità contenutistiche, grazie alle quali questo trattato si distingue nettamente dagli altri manuali classici:

> "les définitions qui se rapportent aux champs de points, aux points extérieurs, intérieurs ou limites par rapport à un champ, aux fonctions distributives (coexistences d'après Cauchy), à la longueur (à l'aire ou au volume) externe, interne ou propre d'un champ, la notion d'intégrale étendue à un champ [qui] sont présentées sous une forme abstraite, très précise et très claire".[22]

---

[20] Le applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale affrontate da Genocchi nelle sue *Lezioni* erano distinte in Applicazioni del Calcolo differenziale, del Calcolo integrale e delle Equazioni differenziali. Gli argomenti affrontati erano i seguenti: Formule differenziali per le tangenti e le normali alle curve piane; Asintoti alle curve piane; Concavità e convessità delle curve piane; Flessi; Differenziale dell'area e dell'arco di curva piana; Angolo di contingenza, curvatura, cerchi oscuratori ed evolute delle curve piane; Tangenti, piano normale, piano oscuratore, differenziale dell'arco di curve nello spazio; Curvatura, angolo di contingenza, cerchio oscuratore, torsione delle curve nello spazio; Superfici nello spazio; Quadrature e rettificazioni; Metodi d'approssimazione e formule di quadratura; Cubatura di solidi nello spazio; Quadratura delle superfici nello spazio; Equazioni differenziali; Linee di curvatura delle superfici nello spazio.

[21] *Relazione della Commissione incaricata di giudicare sul concorso alla cattedra di professore straordinario di calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino*, Bollettino ufficiale dell'Istruzione, a. XVIII, 16, 16.4.1891, p. 428.

[22] J. TANNERY, *Peano G. Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale* ..., Bulletin des Sciences Mathématiques, 2, 11, 1887, p. 238.

In questi contenuti originali, segnalati da Tannery, si ravvisa con chiarezza l'esordio di una linea di ricerca – a cui afferiscono gli studi di Peano sui temi dell'integrazione e della misura, sugli insiemi di punti, sulla definizione di area e sulle funzioni coesistenti – connessa in modo inestricabile alle ricerche di teoria degli insiemi e di logica matematica e che vedrà impegnati fianco a fianco, anche se in sostanziale autonomia, i più brillanti protagonisti della teoria delle funzioni di variabile reale italiani e francesi. Seppure solo saltuariamente citati negli scritti di C. Jordan, R. Baire, E. Borel e H. Lebesgue, alcuni risultati di Peano inseriti nel trattato del 1887, e poi ripresi in note successive fino al 1915, costituiscono infatti una pietra miliare nel cammino verso l'opera di Lebesgue, al punto che, secondo F.A. Medvedev, le *Applicazioni* di Peano rappresentano

> "the highest achievement of mathematicians of the 19th century in the working out of the theory of functions of sets […]. Today it may be possible to find fault with regard to this or that method of reasoning applied by Peano, but at the same time, for generality and depth of its various ideas, this chapter of Peano's book [il capitolo *Grandezze geometriche*] is more remarkable than Lebesgue's memoir of 1910, which is generally considered as the source from which grew the boundless river of modern research in the theory of functions of sets."[23]

In questa comunicazione si esamineranno le sedi, le tempistiche, le modalità e le diverse fasi della ricezione in Francia di alcuni contributi di Peano nel campo dell'analisi, da cui trapela il ruolo gradualmente più marcato rivestito dall'approccio astratto funzionale e dal simbolismo logico. La ricerca mira a individuare le differenti tappe nell'acquisizione critica e nella manipolazione originale di tali risultati da parte dei matematici francesi.
Si tratta di un percorso storico definito da tre momenti chiave:

1. l'elaborazione da parte di Peano di una nuova teoria della misura e di alcuni risultati sulle funzioni distributive (1887, 1890);
2. l'impresa editoriale del *Formulario di Matematica*, in cui confluiscono parzialmente tali ricerche, con la conseguente creazione di un linguaggio logico-simbolico *ad hoc*, alla cui conoscenza in Francia contribuisce in modo determinante il filosofo L. Couturat, amico e corrispondente di Peano fra il 1891 e il 1910;
3. la dura polemica sul ruolo del rigore e dell'intuizione, che fra il 1904 e il 1906 coinvolge, sulle pagine della *Revue de métaphysique et de morale*, L. Couturat, B. Russell, G. Peano, E. Boutroux, J. Hadamard, H. Poincaré ed E. Borel.

Lo scopo che ci si prefigge è quello di indagare le ripercussioni negative, *in primis* la mancata sinergia negli studi di analisi, che tale polemica sortì sui protagonisti della teoria delle funzioni di variabile reale e le loro diverse reazioni: mentre, in Italia, Peano registra nel *Formulario* alcuni dei più importanti risultati sull'integrazione di Lebesgue e, nel 1906, dedica una parte del suo corso libero di Logica a illustrare i contributi alla teoria degli insiemi, emersi nei lavori di Borel, Hadamard, Poincaré, Lebesgue, Baire, e Jourdain,[24] in Francia si acuirà invece sempre più l'insofferenza di molti matematici di fronte alle rivendicazioni dell'utilità della logica come strumento di ricerca, particolarmente efficace nello studio delle questioni delicate e difficili del calcolo infinitesimale.[25]

Bibliografia

Bottazzini U., *Dall'analisi matematica al calcolo geometrico: origini delle prime ricerche di logica di Peano*, History and Philosophy of Logic, 6, 1985, pp. 25-52.

[23] F.A. MEDVEDEV, *Ocherchi istorii teorii funktsii deisvitel'nogo peremennogo*, Moscow, Nauka, 1975 (trad. inglese a cura di R. COOKE, *Scenes from the history of real functions*, Basel, Birkhäuser, 1991), pp. 67-68,.

[24] *Programma di Logica Matematica. Corso Libero per l'anno 1906-07 presso la R. Università di Torino*, Archivio Storico dell'Università di Torino, XIVB, 1906, c. 1r.

[25] Cfr. ad esempio R. Baire a E. Borel, 15.12.1904 in DUGAC 1990, pp. 80-81 e L. Couturat a E. Borel, 13.12.1904, L. Couturat a E. Borel, 16.12.1904, di cui sono pubblicati gli estratti in DUGAC 1990, pp. 110-113.

Bru B., Dugac P. (a cura di), *H. Lebesgue. Les lendemains de l'intégrale. Lettres à Émile Borel*, Paris, Vuibert, 2004.
Couturat L., *Peano G., Professeur à l'Université de Turin. Formulaire de Mathématiques* ..., Bulletin des Sciences Mathématiques, 2, 25, 1901, pp. 141-159.
[Couturat L.], *Leçons sur les fonctions de variables réelles et les développements en séries de polynomes, par Emile Borel, avec des notes par P. Painlevé et Lebesgue* [...]*; Leçons sur les fonctions discontinues, par René Baire* ..., Revue de métaphysique et de morale, Supplement, Janvier 1905, p. 6.
Dugac P., *Lettres de René Baire à Emile Borel*, Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques, 11, 1990, pp. 33-120.
Dugac P., *Histoire de l'Analyse, Autour de la notion de limite et de ses voisinages*, Paris, Vuibert, 2003.
FreguglIA P., *Geometria e numeri. Storia, teoria elementare ed applicazioni del calcolo geometrico*, Torino, Boringhieri, 2006.
Gispert H., *La théorie des ensembles en France avant la crise de 1905: Baire, Borel, Lebesgue ... et tous les autres*, Revue d'histoire des mathématiques, 1, 1995, pp. 39-81.
Gispert H., *Camille Jordan et les fondements de l'analyse (Comparaison de la 1ère édition (1882-1887) et de la 2ème (1893) de son cours d'Analyse de l'Ecole Polytechnique*, Paris, Publications mathématique d'Orsay, 1982.
Lebesgue H., *Œuvres scientifiques*, 5 voll., Genève, L'Enseignement Mathématique, 1972.
Luciano E., Roero C.S. (a cura di), *Giuseppe Peano – Louis Couturat Carteggio (1896-1914)*, Firenze, Olschki, 2005.
Medvedev F.A, *The work of Henri Lebesgue in the theory of functions of a real variable*, Russian Mathematical Survey, 30, 4, 1975, pp. 179-191.
Peano G., *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale*, Torino, Bocca, 1887.
Tannery J., *Peano G. Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale* ..., Bulletin des Sciences Mathématiques, 2, 11, 1887, pp. 237-239.
TanneRY J., *Peano G. Calcolo geometrico secondo l'«Ausdehnungslehre di H. Grassmann», preceduto dalle operazioni della logica deduttiva* ..., Bulletin des Sciences Mathématiques, 2, 12, 1888, pp. 261-262.
Tonelli L., *Il contributo italiano alla teoria delle funzioni di variabili reali*, Atti del Congresso Internazionale dei Matematici, Bologna 3-10 settembre 1928, t. 1, Bologna, Zanichelli, 1929, pp. 247-254.

Les choix graphiques dans les conceptions des éléments sphériques de l'antiquité à la Renaissance

MICHELA MALPANGOTTO
(Observatoire, Paris)
malpangotto.michela@libero.it

Les *Eléments sphériques* de Théodose (1er siècle avant notre ère), consacrées à l'exposition des propriétés géométriques des cercles et des arcs de la sphère, coordonnent une série de propositions destinées à l'établissement du fondement théorique de l'astronomie. Cette œuvre est donc l'exposé fondamental de la géométrie de la sphère qui complète les connaissances concernant ce sujet développées dans les *Eléments* d'Euclide et que la culture grecque a inséré dans la *Parva astronomia:* la collection de textes astronomiques préparant la compréhension de l'*Almageste* de Ptolémée.

Ce caractère préparatoire des *Sphériques* de Théodose est à l'origine de l'ample diffusion de cet ouvrage qui a partagé le même processus de transmission des principales œuvres mathématiques grecques de l'antiquité.

Après une diffusion initiale dans leur langue d'origine, les *Sphériques* ont été traduites en Arabe au 9ème siècle. C'est d'après ces dernières rédactions que l'ouvrage de Théodose a été traduit en Latin et fait donc partie du patrimoine culturel de l'Occident à travers deux versions différentes à partir du 12ème siècle. La traduction due à Gérard de Crémone donne un texte dont le contenu reste fidèle à celui de la tradition grecque et a été transmis sur support manuscrit uniquement. En revanche, la version attribuée par tradition à Platon de Tivoli (en premier en 1558 par J. Pena, ensuite en 1851 par B. Boncompagni et en 1927 par J. L. Heiberg), présente une révision profonde des trois livres de Théodose en changeant la structure de l'œuvre, en doublant les définitions et en accroissant d'un tiers le nombre des propositions.

Celle-ci est la seule rédaction manuscrite médiévale qui a été imprimée en devenant ainsi l'*editio princeps* des *Sphaericorum libri tres* de Théodose apparue à Venise en 1518 dans un recueil de textes astronomiques. Une révision de la même version médiévale de Platon de Tivoli a été publièe à Vienne en 1529 par le soin du mathématicien viennois Johannes Voegelin.

L'année 1558 apporte une évolution dans la *traditio* des *Sphériques* de Théodose, car en cette année sont imprimées deux versions de l'œuvre: Jean Pena publie à Paris l'*editio princeps* du texte grec enrichie d'une traduction latine; Francesco Maurolico publie à Messine une version *ex traditione Maurolyci* qui représente la phase la plus élaborée de l'appropriation des mathématiques anciennes. Maurolico s'appuie sur la tradition arabo-latine de Platon de Tivoli pour arriver à élaborer une version originale profondément rénovée.

Les modifications de Maurolico s'étendent aussi à l'aspect iconographique qui, pour la première fois dans la transmission des *Sphériques*, se trouve modifié de manière substantielle: aux figures de la tradition –restées jusqu'alors inchangées- qui privilégient une représentation plane, Maurolico substitue des figures qui offrent une image en perspective en faisant un choix auquel se conformera toute la tradition successive.

La présente communication, consacrée à l'aspect iconographique des *Sphériques* de Théodose se propose d'exposer les résultats d'une recherche qui, en s'appuyant sur l'étude ponctuel de chaque binôme figure-proposition, cherche à les insérer dans un contexte plus général, c'est-à-dire en tenant compte du contenu de l'œuvre et de ses buts mathématiques ainsi que astronomiques. Ceci à permis d'interpréter l'évolution graphique des *Sphériques* mettant en évidence comment les deux différents types de représentation –traditionnelle et maurolicienne- ne répondent pas à de simples exigences formelles. En revanche, ils reflètent les exigences géométriques substantielles exprimant des façons différentes pour interpréter la sphère et témoignant des façons différentes pour raisonner sur les éléments qui interagissent sur celle-ci.

Notre recherche donne ainsi des aspects nouveaux d'enquête qui ouvrent sur le problème de devoir réexaminer le rapport authentique entre la figure et le texte, dépassant l'interprétation habituelle de la figure comme support visuel utile à suivre les passages démonstratifs. Maurolico offre, en effet, un exemple significatif qui révèle comment la représentation graphique peut au contraire assumer la fonction fondamentale de guide à la pensée géométrique de l'auteur: c'est la figure qui détermine le procédé démonstratif.

Bibliographie

Editions imprimées des *Sphériques* de Théodose:

G. Valla, *De expetendis et fugiendis rebus opus Venetiis, in aedibus Aldi Romani impensa, ac studio Ioannis Petri Vallae filii pietiss. mense Decembri 1501.*

Sphaera cum commentis in hoc volumine contentis, videlicet: Cichi Esculani cum textu. Expositio Joannis Baptiste Capuani in eandem .... Theodosii de Spheris .... Venetiis. Impensa heredum quondam Domini Octaviani Scoti Modoetiensis ac sociorum. 19 Januarii 1518.

J. Voegelin, *Theodosii de Sphaericis libri tres, a Joanne Voegelin Hailpronnensi, ... restituti et Scholiis non improbandis illustrati. Viennae, in officina Joannis Singrenii. Anno 1529. 18 Martii.*

F. Maurolico, *Theodosii sphaericorum elementorum libri III, ex traditione Maurolyci Messanensis mathematici;.... Messanae, in freto Siculo, impr. Petrus Spira mense Augusto 1558* (l'édition critique de ce texte est publiée par le soin de P. D'Alessandro sur le site www.maurolico.unipi.it).

J. Pena, ΘΕΟΔΟΣΙΟΥ ΤΡΙΠΟΛΙΤΟΥ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΑ Γ. Theodosii Tripolitae Sphaericorum libri tres, nunquam antehac graece excusi. Iidem latine redditi per Joannem Penam... Parisiis, apud Andream Wechelum, sub Pegaso, in vico Bellovaco. Anno salutis 1558.
C. Clavius, Theodosii Tripolitae Sphaericorum Libri III, a Christophoro Clavio Bambergensi Societatis Jesu perspicuis demonstrationibus ac scholiis illustrati.... Romae, ex typographia Dominici Basae. 1586.
P. Herigone, Cursus Mathematicus, nova, brevi et clara Methodo demonstratus,.. Cours de Mathématique démontré d'une nouvelle, briefve et claire méthode,.... Parisiis, Sumptibus Aegidii Morelli, Architypographi Regij. 1644. *(première édition:* Paris, H. Le Gras, 1634-1637).
J. L. Heiberg, *Theodosius Tripolites Sphaerica*, Berlin Weidmannische Buchandlung 1927.
C. Czinczenheim, *Edition, traduction et commentaire de Théodose,* 2000.

Littérature

R. Lorch, *The Transmission of Theodosius' Sphaerica*, Mathematische Probleme im Mittelalter: der lateinische und arabische Sprachbereich hrsg. von Menso Folkerts, Wiesbaden Harrassowitz 1996, pp. 159-183.
P. Freguglia, *La geometria fra tradizione e innovazione,* Bollati Boringhieri 1999.
R. Netz, *The shaping of deduction in Greek mathematics,* Cambridge 1999.
K. Saito, *A preliminary study in the critical assessment of diagrams in Greek mathematical works*, Sciamvs vol. 7 (Décembre 2006), pp. 81-144.
M. Malpangotto, *La* traditio *delle* Sferiche *di Teodosio dall'antichità al Seicento*, IV Congresso della Società italiana di Storia delle Matematiche, Padova 9-11 Septembre 2004 (résumé consultable sur le site: http://www.dm.unito.it/sism/IVcongresso/sunti.pdf).
M. Malpangotto, *Some remarks about diagrams of Theodosii Sphaericorum libri tres*, Workshop international *Diagrams and Images criticism in Mathematical textual traditions*, Département de Mathématiques de l'Université de Pise, 25-27 Novembre 2004 (résumé consultable sur le site: http://www.brickscommunity.org/material/MalpangottoAbstract.doc).
M. Malpangotto, *Diagrams and geometric thought in* Theodosii Sphaericorum Elementorum libri tres, Workshop international *Problems and Drawings Criticism in Mathematical Texts*, Université d'Osaka, 1-3 Novembre 2006 (un article concernant ces considérations est en préparation).

Euler: la costruzione del numero "e" e la sua approssimazione

SILVIO MARACCHIA
(Università di Roma 1)
silvio_maracchia@libero.it

Nella relazione si intende prendere in considerazione il grande contributo che Euler diede per la costruzione consapevole del numero "*e*" sia come scelta della lettera e sia come calcolo con approssimazione spinta a piacere del suo valore numerico.

Come ricorda Florian Cajori nella sua monumentale *A History of Mathematical Notations,* il bisogno di un simbolo per rappresentare la base di un sistema "naturale" di logaritmi, si presentò prima di tutto nello sviluppo del calcolo. Infatti in una lettera ad Huygens (ottobre 1690), Leibniz indicò con "*b*" proprio quella «*lettera costante il cui logaritmo risulta essere uno*» con ciò sottintendendo che la base di tale logaritmo fosse proprio la *b*, per cui si ha (altro scritto di Leibniz del 1703 in un suo giudizio al *Methodus Fluxionum inversa* di G. Cheyne): $\int \frac{dx}{x} = \ln x$ cioè, possiamo aggiungere: $\mathrm{D}\ln x = \frac{1}{x}$ vero solo se la base del logaritmo è appunto quel numero che oggi indichiamo con "*e*".

In questa comunicazione si presenta la strada seguita da Euler per giungere alla definizione ed alla stessa indicazione del simbolo "*e*" attraverso la via esponenziale che giungerà, con "*z*" numero reale qualsiasi, e con lo stesso simbolismo usato da Euler (fatta eccezione per l'indicazione del fattoriale), alla formula: $e^z = 1 + \frac{z}{1} + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \ldots$

Il punto di partenza è la relazione: $(1+z)^n = 1+\frac{n}{1}z+\frac{n(n-1)}{2!}z^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}z^3+.....$

Euler[26], prende le mosse da un qualsiasi numero reale $a>1$, considerando un esponente w di "*pochissimo*" maggiore di zero, per cui, essendo $a^0=1$ si avrà un valore di pochissimo maggiore di uno: $a^w=1+\psi$ (w e ψ infinitesimi).

Elevando al numero reale "*i*" si ottiene: $a^{iw}=(1+\psi)^i$ Euler a questo punto sostituisce a ψ il prodotto *kw* con *k,* avverte, che può essere minore, uguale o maggiore di uno ed ottiene: $a^{iw}=(1+kw)^i$ e applica lo sviluppo visto della potenza del binomio.

Osserviamo però che per $k=1$ si può già prevedere, con il senno del poi, che si arriverà al numero *e*, infatti l'ultima formula si può anche scrivere: $\frac{a^w-1}{w}=k$. Ma noi oggi sappiamo che al tendere di *w* a zero il primo membro, e quindi *k*, diventa il logaritmo nella base "*e*" di "*a*".

Ebbene, con $a=e$ si ha $k=1$ (viceversa, con $k=1$ si ottiene $a=e$) ed è questo che Euler ottiene, come si vedrà tra poco pur senza un'accettabile teoria dei limiti! Sviluppando come già detto, si ottiene:

$$a^{iw}=(1+kw)^i=1+\frac{i}{1}kw+\frac{i(i-1)}{2\,!}k^2w^2+\frac{i(i-1)(i-2)}{3\,!}k^3w^3+....$$

Si pone ora $i=\frac{z}{w}$ ("*i*" è dunque infinitamente grande) da cui $iw=z$ e $kw=\frac{kz}{i}$.

Sostituendo $a^z=(1+\frac{kz}{i})^i=1+\frac{1}{1}kz+\frac{i-1}{1\cdot 2i}k^2z^2+\frac{(i-1)(i-2)}{1\cdot 2i\cdot 3i}k^3z^3+....$ uguaglianza vera per "*i*" infinito (*infinite magnus*) e cioè, scriveremmo noi, al limite per $i\to\infty$.

Ma per "*i*" infinitamente grande, scrive Euler, cioè al limite diremmo noi, si ha anche $\frac{i-1}{i}=1$; $\frac{i-2}{2}=2$ *ecc.* per cui si ha: $a^z=(1+\frac{kz}{i})^i=1+\frac{kz}{1}+\frac{k^2z^2}{2\,!}+\frac{k^3z^3}{3\,!}+....$

Per $z=1$ allora: $a=(1+\frac{k}{i})^i=1+\frac{k}{1}+\frac{k^2}{2\,!}+\frac{k^3}{3\,!}+....$

Vi è quindi una relazione tra "*a*" e "*k*"; ebbene, si può scegliere "*a*" in modo che sia $k=1$.

[Euler sostituisce ora questo valore, si può però osservare che in questo caso con $k=1$ si ha $\psi=w$ per cui la $a^w=1+\psi$ si può scrivere: $a^w=1+w$ cioè $a=(1+w)^{1/w}$ per cui si vede nascere una definizione del nostro numero "*e*" anzi, come vedremo tra poco, con $k=1$ si avrà proprio $a=e$. Notiamo che Euler si serve esplicitamente del cosiddetto "principio della trascurabilità" dato che scrive nella premessa della *Introductio* «*Poi bisogna immaginarsi che questi incrementi diventino sempre più piccoli e si ha che il loro rapporto si avvicina sempre di più ad un certo limite che viene però raggiunto solo quando questi incrementi diventano completamente nulli. Questo limite, che nello stesso tempo è anche l'ultimo rapporto di quelli indicati, è il vero oggetto del calcolo differenziale*»]

Torniamo ad Euler, operando la sostituzione $k=1$ indicata, si ottiene: $a=1+\frac{1}{1}+\frac{1}{2\,!}+\frac{1}{3\,!}+....$ da cui, scrive Euler, si ha *a* = 2,718281…. In verità Euler si spinge sino a 25 cifre decimali esatte ed osserva che i logaritmi con tale base sono detti naturali o iperbolici dato che sono utili per la quadratura dell'iperbole e conclude: «*Per abbreviare questo numero 2,718281…verrà sempre indicato con la lettera "e"* [iniziale dell'esponenziale?] *che perciò denoterà la base dei logaritmi naturali o iperbolici e alla quale corrisponderà il valore* 1 *per*

[26] Euler, *Introductio in analysin infinitorum, t. 1, cap. VII* dal titolo *De quantitatum exponentialium ac Logarithmorum per Series explicatione*, nn. 114 sgg..

la lettera k. In altre parole, questa lettera "e" indicherà anche la somma della serie $1+\frac{1}{1}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+....$*fino all'infinito* [in infinitum]. *Pertanto con tale numero "e" sopra trovato si ha per sempre* $e^z=1+\frac{z}{1}+\frac{z^2}{2!}+\frac{z^3}{3!}+....$»

Sostituendo al posto del numero reale z il fattore $i\varphi$ con i unità immaginaria una volta stabilito che ciò sia lecito (questa volta il procedimento di Euler è diverso, ma questo si vedrà, se sarà possibile, nel corso della comunicazione; inoltre egli indica l'immaginario con $\sqrt{-1}$) si ha, tenendo conto degli sviluppi in serie del seno e del coseno noti ad Euler e delle potenze di i:

$$e^{i\varphi}=(1+\frac{\varphi i}{n})^n=1+i\frac{\varphi}{1}-\frac{\varphi^2}{2!}-i\frac{\varphi^3}{3!}+\frac{\varphi^4}{4!}+i\frac{\varphi^5}{5!}-...=$$
$$=1-\frac{\varphi^2}{2!}+\frac{\varphi^4}{4!}+....+i(\frac{\varphi}{1}-\frac{\varphi^3}{3!}+\frac{\varphi^5}{5!}+....)=\cos\varphi+i\sin\varphi$$

Siamo così giunti alla famosa "formula di Euler"!

Bibliografia

Cajori F., *A History of Mathematical Notations*, La Salle, Illinois, 1928-29, due voll.
Castelnuovo G., *Le origini del calcolo infinitesimale nell'era moderna*, Feltrinelli, Milano, 1962.
Collette J-P., *Historia de las matemàticas*, Siglo Veintiuno de España Editores, 2° vol. 1985.
Di Venti F. E Mariatti A., *Leonhard Euler tra realtà e finzione*, e. Pitagora, Bologna, 2000.
Euler L., *Introductio in analysin infinitorum*, Lausanne, 1748;
Euler L., *De la controverse entre Mrs. Leibniz et Bernoulli sur les logarithmes des nombres negatifs et imaginaires*, Commentatio 168, *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin,* 1751.
Wussing H., Voce "*Euler*" in *Scienziati e tecnologi dalle origini al 1875*, Mondatori Milano, vol. I, 1975.

Les ovales de Descartes dans les *Excerpta Mathematica* et la méthode des normales

SEBASTIEN MARONNE
(REHSEIS, Université Paris 7)
sebastien.maronne@wanadoo.fr

À notre connaissance, on trouve la seule et première occurrence, avant la *Géométrie* de 1637, de la méthode des normales dans une suite d'essais des *Excerpta Mathematica* consacrés aux ovales et datés antérieurement à 1630 par Tannery.

On peut ainsi penser que le contexte de la méthode des normales a pu être fourni au moins en partie par des questions de dioptrique comme nous allons essayer de le montrer dans cette étude où nous examinerons en détail quelques-uns de ces fragments sur les ovales et les textes de la *Géométrie* de 1637 qui en sont issus.

Nous proposerons d'autre part une reconstruction de la solution qui aurait pu être donnée par Descartes au problème inverse des normales qui conduit aux ovales appuyée déjà sur la méthode présentée dans la *Géométrie* de 1637.

Références

René Descartes: «La Dioptrique». In [Descartes(1964-1974)] (resp. [Descartes(1637b)]), p. 81-227 (resp. p. 1–153). 1637a.
René Descartes: *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences. Plus la Dioptrique. Les Meteores. & la Geometrie qui sont des essais de cette Methode*. I. Maire, Leyde, 1637b.
René Descartes: «La Géométrie». In [Descartes(1964-1974)] (resp. [Descartes(1637b)]), volume VI, pages p. 369–485 (resp. p. 297–413). 1637c.

René Descartes: «Excerpta ex Ms. R. Des-Cartes». In [Descartes(1964-1974)] (resp. [Descartes(1701b)]), volume X, pages 277–324 (resp. pagination spéciale en fin de volume, p. 1–17). 1701a.
René Descartes: *Opuscula posthuma physica et mathematica*. Ex Typographia P. & J. Blaeu, Amstelodami, 1701b.
René Descartes: *Œuvres de Descartes*. 11 vols., Vrin, Paris, édition de Charles Adam et Paul Tannery, 1964-1974.
Kokiti Hara: «Comment Descartes a-t-il découvert ses ovales?» Historia Scientiarum, 29: 51–82, 1985.
Roshdi Rashed: «De la Dioptrique à la Géométrie: les ovales de Descartes» Physis, XLII(2): 325–346, 2005.
J.F. Scott: *The scientific work of René Descartes*. Taylor and Francis, London, 1952.
Paul Tannery: «Les « Excerpta ex M. SS. R. Descartes». In *Mémoires Scientifiques*, volume VI: Sciences Modernes, pages 323–339. Edouard Privat/Gauthier Villars, Toulouse/Paris, édition de Gino Loria, 1926.

A perspective of continuity. Transmission and production of scientific knowledge at the court of Roger II of Sicily

DANIELE MOLININI
dmolinini@yahoo.it

The important role played by Italy and Spain in the transmission of ancient scientific knowledge in the period between the eleventh and the fifteenth century is well-known today. In particular, if we focus on Southern Italy, we can see in the Norman Sicily of king Roger II (1095-1154) a real crossroads area between the Arab, the Greek and the Latin worlds. The Byzantine domination, the Arab one and the following Norman dominion, started in 1091 with the onquer of Noto, made of Norman Sicily a common ground for the Greek, Arab, Jewish and Latin cultures. This fact emerges with evidence under Roger II and should be seen as the foundation for the future illuminated kingdom of Frederick II. The stability of Roger II's reign in Sicily and the tolerance of Roger himself allowed Muslim and Greek people to keep their own language and preserve ancient elements not only as far as their customs were concerned, but also in their chancelleries and administrations. The king had been educated by Greek preceptors in Palermo and his court was a mixture of Greek, Arab and Latin elements. Roger II royal curia preserved many Arabic and Byzantine components in administration and was ruled by influential figures such as the Christian emir of Syria George of Antioch and the Byzantine theologian Nilus Doxopatres. In Palermo, we can still find various architectural elements and three-language epigraphs. In this cosmopolitan atmosphere, with the advantage for scholars of having direct contact with both Greek and Arab world, we have the output of some original scientific works such as the Book of Roger of the geographer Al-Idrisi, an important description of the world commissioned by the king himself. The production of translations was also inevitable in such atmosphere, and it was directly encouraged by the sicilian kings, from Roger to Frederick II.

The Roger's kingdom must be considered as the starting point of some important translations of scientific texts made under William I (1125-1166). These works were originally written in Greek or in Arabic such as (among others) Ptolemy's Optics, Almagest's Ptolemy, Plato's Meno and Phaedo, Hero's Pneumatica. In particular, Ptolemy's Optics translation done by Admiral Eugenius of Sicily from arabic into latin is important because the arab and the greek version have been lost and we know this text only through Eugenius translation. Almagest's Ptolemy translation, done by an unknown author from a greek manuscript, seems to precede Gerard's translation from arab (1175) and largely anticipates Trapezuntius' translation from greek (1451). Plato's Meno and Phaedo traslations by Henricus Aristippus, under Roger's son William (1154-1166), are considered today the first known translations of those dialogues into latin until the new translations of the XVth century. We have also some evidences of the presence in Roger II's Sicily of other important scientific and philosophical texts such as Euclid's Data and Catoptrics, Proclus' Physica elementa sive de motu, Aristotle's Meteorologica and De Caelo, Hero's Mechanica and arab geographical texts. We can say that Roger II's court, far from being an isolated centre of culture, had the great advantage of having direct contacs with the Arab and the Byzantine worlds and of being a perfectly three-language society thanks to its actors, of different mother-tongues, who were fluent in three languages. As Roshdi Rashed noted, the Sicilian school of translators was a real original and unique case, and had the great advantage of being "liée aux deux [langues] à la fois" (Rashed 1993). The works of poets and scholars at court were, as we can read from Al-Idrisi and other arab and latin sources, encouraged by Roger II himself. While the same period in Spain is well-studied, and for Italy we have a great quantity of studies about the later cultural mouvement under Frederick II, the cultural activity under Roger II and his son William still hasn't received the necessary attention. The corpus of norman south Italy's libraries of this period hasn't been well established yet, and it needs studying in order to have a better "perspective of continuity" in the transmission and production of scientific knowledge in the Mediterranean area. New studies, a better comprehension of Roger's and William I's Sicily, and in particular a deep study of arab, greek and jewish sources, might also account for the important role of scientific translations and original works in the later "entourage" of Frederick II, such as Scott's, Fibonacci's or John's.

References

Abattouy Mohammed, Renn Jürgen et Weinig Paul, Transmission as Transformation: The Translation Movements in the Medieval East and West in a Comparative Perspective, Science in Context, 14 (2001), p. 1-12.

Ahmad Aziz, Islamic Surveys. A history of islamic Sicily, Edimburgh, Edimburgh University Press, 1975.

Amara Allaoua et Nef Annliese, Al-Idrîsî et les Hammûdides de Sicile: nouvelles données biographiques sur l'auteur du Livre de Roger, Arabica, 48(1) (2001), p. 121-127.

Amari Michele, Biblioteca Arabo-Sicula, Torino-Roma, Loescher, 1880, 2 vol.

Amari Michele, Storia dei Musulmani in Sicilia, Catania, Romeo Prampolini Editore, 1937, II Ed, 3 vol.

Boas Marie, Hero's Pneumatica: A Study of Its Transmission and Influence, Isis, 40(1) (1949), p. 38-48.

Brentjes Sonja, Observations on Hermann of Carinthia's Version of the Elements and its Relation to the Arabic Transmission, Science in Context, 14(1&2) (2001), p. 39-84.

Busard H. L. L., The Translation of the Elements of Euclid from the Arabic into Latin by Hermann of Carinthia, Isis, 69(4) (1978), p. 618-619.

Burnett Charles, *The Coherence of the Arabic-Latin Translation Program in Toledo in the Twelfth Century*, Science in Context, 14, 2001, pp. 249-288.

Chiarelli C. Leonard, Sicily During the Fatimid Age, Ph. D. dissertation, University of Utah, 1986.

Gabrieli Francesco, Greeks and Arabs in the Central Mediterranean Area, Dumbarton Oaks Papers, 18 (1964), p. 57-65.

Grant Edward, *Henricus Aristippus, William of Moerbeke and Two Alleged Mediaeval Translations of Hero's Pneumatica*, Speculum, 46, 4, 1971, pp. 656-669.

Gutas Dimitri, *Pensée Grecque, culture arabe, Le mouvement de traduction gréco-arabe à Bagdad et la société abbasside primitive*, traduit de l'anglais par Abdesselam Chessadi, Paris, Aubier, 2005.

Haskins Charles H, The Greek Element in the Renaissance of the Twelfth Century, The American Historical Review, 25(4) (1920), p. 603-615.

Haskins Charles H. et Lockwood Dean Putnam, The Sicilian Translators of the Twelfth Century and the First Latin Version of Ptolemy's Almagest, Harvard Studies in Classical Philology, 21 (1910), p. 75-102.

Haskins Charles H., Further Notes on Sicilian Translations of the Twelfth Century, Harvard Studies in

Classical Philology, 23 (1912), p. 155-166.
Houben Hubert, Ruggero II di Sicilia. Un sovrano tra Oriente e Occidente, Roma-Bari, Editori Laterza, 1999.
Jamison Evelyn M., *Admiral Eugenius of Sicily, His Life and Work, and the Authorship of the Epistola ad Petrum and the Historia Hugonis Falcandi Siculi*, London, Oxford University Press, 1957.
Lejeune Albert, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*, London, Brill, 1989.
Lorch Richard, Greek-Arabic-Latin: The Transmission of Mathematical Texts in the Middle Ages, Science in Context, 14(1&2) (2001), (p. 1-12) p. 313-331.
Molinini Daniele, La géographie d'Idrisi-Roger. Une synthèse entre Orient et Occident, mémoire de Master M2, Paris, 2007.
Plato Latinus, Phaedo, interprete Henrico Aristippo, L. Laurentius Minio-Paluelli (éd.) adiuvante H.J. Drossaart Lulofs (Corpus Platonicum Medii Aevi), London, Warburg Institute, 1950, Vol. 2.
Rashed Roshdi, "Les Traducteurs", dans Bresc Henri et Bresc-Bautier Genevi`eve (éd.), Palerme 1070-1492, Paris, Editions Autrement, 1993, p. 110-117.
Rashed Roshdi (sous la direction de), Histoire des sciences arabes, Tome I. Astronomie, théorique et appliquée, Paris, Editions du Seuil, 1997.
Rizzitano Umberto, "Ruggero il Gran Conte e gli Arabi in Sicilia", dans G. Musca (éd.),Terra e uomini nel mezzogiorno normanno-svevo. Atti delle seconde giornate normanno-sveve, Bari, 19-21 Maggio 1975, Bari, Edizioni Dedalo, 1991, p. 189-212.
Taylor Richard C., La diffusione delle scienze islamiche nel Medio Evo europeo, Isis, 81(3) (1990), p. 566-567.

L'existence d'un ensemble infini chez Dedekind

EDUARDO NOBLE
(Université Paris VII)

Le théorème 66 de la théorie dedekindienne des entiers affirme l'existence d'un ensemble infini, dont la démonstration a été objectée dès sa parution. L'objection la plus répandue consiste à dire que Dedekind a commis le même péché que Bolzano dans son *Paradoxien des Unendlichen*. Il s'agit donc d'une interprétation qui soutient l'équivalence entre les deux démonstration. L'objectif immédiat de cette communication est de montrer qu'il n'y a pas de raisons suffisantes appuyant une telle interprétation. Le second objectif est de proposer une interprétation alternative capable de rendre compte de l'ontologie sous-jacente à la théorie dedekindienne des entiers. On se prononce en faveur de l'existence de deux principes ontologiques fondamentaux chez Dedekind: celui qui doit garantir l'infinité de la réalité et celui qui concerne la constitution des objets à partir de schémas catégoriels. C'est l'application de certains schémas qui permet expliquer la nature des nombres entiers.

Bibliographie

Belna, Jean-Pierre, *La notion de nombre chez Dedekind, Cantor, Frege: Théories, conceptions et philosophie,* Librairie Philosophique J.Vrin, Paris, 1996.
Bolzano, Bernard, *Paradoxien des Unendlichen.*
Cavaillès, Jean, *Philosophie mathématique,* Hermann, Paris, 1962.
Dedekind, Richard, *Was sind und was sollen die Zahlen*?
Reck, Erich H., "Dedekind's Structuralism: An Interpretation and Partial Defense", *Synthese*, vol. 137, 2003, pp. 369-419.
Stein, Howard, "*Logos*, Logic, and *Logistiké*: Some Philosophical Remarks on Nineteenth-Century Transformation of Mathematics", in Aspray, William and Kitcher, Philip (eds.), *History and Philosophy of Modern Mathematics,* Minnesota Studies in the Philosophy of science, vol. XI, University of Minnesota, Minneapolis, 1988, pp. 238-259.

La corrispondenza epistolare Niccolò De Martino (1701-1769) - Girolamo Settimo (1706-1762). Algebra, calcolo infinitesimale, geometria

NICLA PALLADINO
(Università di Salerno)
nicla_palladino@hotmail.com

Niccolò De Martino nacque a Faicchio (Benevento) nel 1701. Fu diplomatico, Segretario d'Ambasciata dal 1740 al 1744, con l'Ambasciatore del Re di Napoli (Carlo di Borbone), il Duca di S. Nicandro, presso la Corte Spagnola di Filippo V. De Martino fu un valente matematico, organizzatore di cultura e uno dei massimi esponenti del newtonianesimo italiano, diffuso nel Regno di Napoli da Celestino Galiani (1681-1753) il quale, sin dal 1732 (quando il Regno era un Vicereame austriaco), fu Cappellano Maggiore del Regno ed ebbe proprio il giovane De Martino come principale referente per organizzare le strutture culturali e politiche del Regno di Napoli, divenuto di lì a poco autonomo con Carlo di Borbone nel 1734.
Girolamo Settimo nacque a Modica (Sicilia) nel 1706. Studiò a Palermo e si perfezionò in matematica a Bologna con Gabriele Manfredi (1681-1761). Fu sopraintendente dei porti della Sicilia. Settimo e De Martino s'incontrarono in Spagna nel 1740 e in conseguenza di quell'incontro, Settimo decise di approfondire le sue conoscenze di calcolo infinitesimale; così, dopo il ritorno a Palermo, cominciò una corrispondenza epistolare con Niccolò De Martino.
Attualmente, si sta curando la pubblicazione dell'inedita corrispondenza che De Martino ebbe con Settimo (a suo tempo segnalata da Aldo Brigaglia e Pietro Nastasi), in cui, fra l'altro, frequentemente sono citati articoli di Leonhard Euler (1707-1783) su calcolo infinitesimale apparsi sui Commentarii dell'Accademia di Pietroburgo. Alla originaria motivazione che diede luogo alla corrispondenza, viene ad affiancarsi la richiesta di Settimo di pubblicare a Napoli una sua produzione matematica, un *Trattato delle unghiette cilindriche* che doveva contenere associato, e forse da collocare in appendice, anche un trattato *Sulla misura delle Volte*. Pubblicazione che avrebbe dovuto curare De Martino dopo aver effettuato un'attenta lettura dei relativi "fogli" e dopo averli sottoposti anche alla revisione, più o meno definitiva, di Giuseppe Orlandi (1712-1776).
La corrispondenza comprende 62 lettere di De Martino e una minuta di lettera di Settimo, tutte datate tra il 1751 ed il 1753. Le prime lettere, una sorta di singoli trattatelli, delle sessantadue che compongono (con la minuta di Settimo) la corrispondenza epistolare De Martino-Settimo lasciano subito intendere quale sia stato il motivo che ha dato inizio al "commercium epistolicum" tra i due matematici del Settecento. Settimo, pur essendo un appassionato cultore delle matematiche, in contatto, a Bologna, negli anni '40 del XVIII secolo, con Gabriele Manfredi, chiede all'esperto "geometra" napoletano una sorta di aggiornamento sul calcolo differenziale e, specialmente, integrale, tenendo conto dei contributi che Euler va, in quegli anni, portando a questo settore delle matematiche. Gli argomenti matematici principali della corrispondenza riguardano: metodi di integrazione di funzioni fratte (dove più forti sono i riferimenti ad Euler), risoluzione delle equazioni algebriche di grado qualsiasi, un particolare metodo per dedurre da un sistema di due equazioni in due incognite e di vario grado un'equazione in una sola incognita, un accenno ai metodi sintetici per misurare superfici e volumi di cupole (volte).
La formazione di De Martino avviene in un momento importante della storia culturale napoletana: al tramonto della tradizione *investigante* (di stampo galileiano); i "filosofi" napoletani, stimolati dall'azione di Galiani in favore di Newton, venivano sviluppando, nella concreta pratica scientifica, una linea d'azione priva di chiusure dogmatiche. La pratica, tra fine Seicento e il primo Settecento, della *libertas philosophandi*, il monito di Giambattista Vico (1668-1744) contro la "boria dei filosofi" e a favore di una maggiore "tolleranza" nel considerare i vari sistemi filosofici, l'eclettismo di Antonio Genovesi (1713-1769) disponibile

a considerare tutte le teorie filosofiche (Cartesio, Arnauld, Leibniz, Wolff, Newton, Locke, Nieuwentijt, Toland, ecc.) per costruirsi una propria filosofia, illuminata e tollerante, portarono Napoli ad essere un importante polo dell'illuminismo europeo. A Celestino Galiani spetta, inoltre, il merito di aver fatto rivivere, in forma privata, nel 1732, l'Accademia delle Scienze che si occupava di "filosofia naturale", medicina, chimica, geometria, astronomia e meccanica. Di questa fecero parte, illustri intellettuali, sostenitori della filosofia e della scienza moderne, che discutevano le opere di Cartesio, di Newton e di Locke e le diffondevano attraverso i loro scritti.

I primi maestri di De Martino furono Giacinto de Cristofaro (1667-1725) e, maggiormente, Agostino Ariani (1672-1748), matematici cartesiani. La lettura diretta dell'*Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* (seconda edizione 1716) dell'Hôpital (1661-1704) portò De Martino alla conoscenza approfondita del calcolo differenziale, che gli aprì la strada per comprendere meglio la teoria di Newton. La consultazione, in seguito, dei *Commentari* di Pietroburgo, con gli articoli di Euler, gli fornivano costanti aggiornamenti. Nel 1721 De Martino inizia l'insegnamento universitario come supplente dell'Ariani sulla cattedra di matematica. Diventa titolare, nel 1732, dopo il ritiro dell'Ariani, e a seguito di concorso.

Capo indiscusso dei *novatores* napoletani, De Martino contribuì non soltanto a rinnovare gli studi presso l'Università di Napoli, ma anche a fondare e a organizzare le accademie militari, necessarie al nuovo Regno di Napoli, diventato autonomo. Nel 1744 a De Martino venne assegnata la cattedra di matematica dell'Accademia di artiglieria. Nel 1754 fu nominato direttore dell'Accademia per il "Real corpo degli ingegneri e guardie marine" e nel 1760 della "Real Paggeria", divenne istitutore, per le matematiche, di Ferdinando IV di Borbone, figlio di Carlo.

Bibliografia

F. Amodeo, *Vita matematica napoletana*, parte prima, Napoli, F. Giannini e figli, 1905; parte seconda, Napoli, tipografia dell'Accademia Pontaniana, 1924.

A. Brigaglia, P. Nastasi, Due matematici siciliani della prima metà del '700: Girolamo Settimo e Nicolò Cento, «Archivio Storico per la Sicilia Orientale», LXXVII (1981), Fasc. II-III.

N. De Martino, *Breve trattato della misura delle volte*, a cura di G. De Martino, Napoli, presso G.B. Settembre, 1780.

G. Ferraro, F. Palladino, *Il Calcolo sublime di Euler e Lagrange esposto col metodo sintetico nel progetto di Nicolò Fergola*, Istituto Italiano per gli Studi Filosofici, ed. La Città del Sole, Napoli 1955.

V. Ferrone, *Scienza Natura Religione*, Jovene, Napoli 1982.

P. Nastasi, Dizionario Biografico degli Italiani, Istituto della Enciclopedia Italiana, Roma, *ad vocem*.

F. Palladino, *La matematica a Napoli nel Seicento e i suoi rapporti con l'Italia e l'Europa*, «Giornale critico della filosofia italiana», LXVIII (1987), pp. 845-83.

F. Palladino, *Metodi matematici e ordine politico*, Napoli, Jovene, 1999.

F. Palladino e L. Simonutti (a cura di) *Celestino Galiani – Guido Grandi. Carteggio (1714-1729)*, Olschki, Firenze 1989.

F. Palladino, *Tre lettere inedite di Gabriele Manfredi a Celestino Galiani sul calcolo infinitesimale*, «Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche», vol. IV, 1984, fasc. 2, pp. 133-42.

Décrire une procédure de calcul: quelques problèmes de méthode soulevés par la documentation mésopotamienne

Christine Proust
(ENS)
christine.proust@wanadoo.fr

Parmi les textes mathématiques mésopotamiens, on trouve des algorithmes de calcul élaborés, fondés sur les propriétés de la numération sexagésimale positionnelle. Ces algorithmes se présentent le plus souvent sous la forme de suites de résultats numériques, sans explication écrite. Comment décrire de tels textes? Comment percevoir les pratiques de calcul et les conceptions mathématiques dont elles témoignent? Il est d'usage, dans les publications qui les concernent, de faire abondamment appel à un formalisme moderne. Quelles sont les conceptions convoyées par des formules algébriques, mais qui sont absentes des textes anciens? Comment une analyse des propriétés d'un texte ancien (mise en page, choix des données numériques, structure textuelle…) nous informe sur la démarche et les intentions de son auteur? Pour répondre à ces questions, je me propose d'analyser les procédés d'écriture mis en œuvre dans des algorithmes d'inversion attestés en Mésopotamie au début du deuxième millénaire avant notre ère.

Bibliographie

Bruins, Evert: 1954, 'Some mathematical texts', *Sumer* 10, p. 55-61

Friberg, Jöran: 1983, 'On the big 6-place tables of reciprocals and squares from Seleucid Babylon and Uruk and their Old Babylonian and Sumerian predecessors', *Sumer* 42, p. 81-87.

Friberg, Jöran: 2000, 'Mathematics at Ur in the Old Babylonian period', *Revue d'Assyriologie* 94, p. 98-188.

Friberg, Jöran: 2007, *A Remarkable Collection of Babylonian Mathematical Texts*, Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences

Høyrup, Jens: 2002, *Lengths, Widths, Surfaces: A Portrait of Old Babylonian Algebra and Its Kin*, Studies and Sources in the History of Mathematics and Physical sciences, Berlin & Londres.

Muroi, Kazuo: 1999, 'Extraction of Square Roots in Babylonian Mathematics', *Historia Scientiarum* 9, p. 127-132.

Neugebauer, Otto: 1933-4, 'Zur terminologie der mathematischen Keilschrifttexte', *Archiv für Orientforchung* 9, p. 199-204.

Neugebauer, Otto: 1935, *Mathematische Keilschrifttexte I*, Berlin.

Neugebauer, Otto & Sachs, Abraham J.: 1945, *Mathematical Cuneiform Texts*, American Oriental Studies vol. 29, New Haven.

Oelsner, Joachim: 2001, 'Eine Reziprokentabelle der Ur III-Zeit', in Høyrup, Jens & Damerow, Peter (eds.), *Changing view on ancient Near Eastern mathematics*, Berliner Beiträge zum Vorderen Orient, vol. 19, Berlin, p. 53-58.

Proust, Christine: 2000, 'La multiplication babylonienne: la part non écrite du calcul', *Revue d'Histoire des Mathématiques* 6, p. 1001-1011.

Proust, Christine: 2007, *Tablettes mathématiques de Nippur. Première partie: reconstitution du cursus scolaire. Deuxième partie: édition des tablettes conservées à Istanbul*, Varia Anatolica vol. XVIII, Istanbul.

Robson, Eleanor: 1999, *Mesopotamian Mathematics, 2100-1600 BC. Technical Constants in Bureaucracy and Education*, Oxford Editions of Cuneiform Texts vol. XIV, Oxford.

Robson, Eleanor: 2002, 'More than metrology: mathematics education in an Old Babylonian scribal school', in Steele, John M. & Imhausen, Annette (eds.), *Under One Sky. Astronomy and Mathematics in the Ancient Near East*, Alter Orient und Altes Testament, vol. 297, Münster, p. 325-365.

Sachs, Abraham J.: 1947, 'Babylonian Mathematical Texts 1', *Journal of Cuneiform Studies* 1, p. 219-240.

Sachs, Abraham J.: 1952, 'Babylonian mathematical texts II: approximations of reciprocals of irregular numbers; III: The problem of finding the cube root of a number', *JCS* 6.

La théorie des rapports de rapports de Pedro Nuñez

Sabine Rommevaux
(CNRS, CESR)
sabine.rommevaux@univ-tours.fr

La théorie des rapports de rapports de Nicole Oresme (XVI[e] siècle) est bien connue, même si les interprétations qui en ont été généralement faites en termes de puissances non entières de fractions en cachent les enjeux et les principes. Moins connue est la théorie des rapports de rapports que propose Pedro Nuñez dans son *Livre d'algèbre, d'arithmétique et de géométrie* (1567). Celle-ci est fondée sur les mêmes principes que la théorie oresmienne: la composition des rapports et la notion de partie d'un rapport; mais elle présente des divergences notables. Nous verrons en particulier comment Pedro Nuñez répond aux critiques qui ont été faites, par Blaise de Parme et à sa suite par de nombreux mathématiciens, de la construction oresmienne. Nous verrons ainsi comment Pedro Nuñez répond au paradoxe de la partie égale ou plus grande que le tout qui surgit lorsque l'on identifie, comme le fait Nicole Oresme, la composition des rapports à une addition. Nous verrons aussi comment il traite la question des rapports de plus petite inégalité, qui, pour Nicole Oresme, a donné lieu à des interprétations erronées de la part des modernes qui induisent que Nicole se serait trompé dans sa théorie. Nous verrons enfin comment Pedro Nuñez traite la question de la commensurabilité des rapports entre eux. Alors que Nicole Oresme établit un lien entre commensurabilité des rapports et insertions de médians entre les termes de ces rapports, Pedro Nuñez choisit de souligner le parallélisme que l'on peut établir entre les rapports et les grandeurs archimediennes.
Nous montrerons ainsi comment la théorie des rapports de rapports de Nicole Oresme a été reçue et retravaillée par Pedro Nuñez, au vu des critiques qui ont été faites par ses prédécesseurs.

Bibliographie essentielle

Malet, A., «Changing notions of proportionality on pre-modern mathematics», *Asclepio, Revista de Historia de la Medicina y de la Ciencia* XLII, Fasc. 1 (1990), p. 183-212.

Rommevaux, S., *Clavius: une clé pour Euclide au XVIe siècle*, Paris, Vrin, 2005, en particulier p. 101-103.

L'*Espaces Courbes. Critique de la Relativité* (1924) di C. Burali-Forti e T. Boggio

Emma Sallent Del Colombo
(Università di Barcelona)
emma.sallent@ub.edu

Nel 1924 esce ad opera di Cesare Burali-Forti (1861-1931) e Tommaso Boggio (1877-1963) il volume *Espaces Courbes. Critique de la Relativité* destinato a ricevere critiche severe da parte del mondo scientifico nazionale ed internazionale. Quest'opera fa parte di un vasto programma che aveva come obbiettivo fondamentale quello di riformulare le diverse parti della meccanica e della fisica-matematica utilizzando il formalismo del calcolo vettoriale assoluto (senza coordinate) e delle omografie vettoriali.
L' *Espaces Courbes* è un libro dall'introduzione fortemente polemica, vi si esprimono dei giudizi in tono spregiativo e sarcastico nei confronti della teoria della Relatività. Gli autori dichiarano che l'obbiettivo principale del libro è quello di portare avanti una critica di questa teoria tralasciando i punti di vista fisico-sperimentale e filosofico e concentrandosi sull'analisi delle relazioni con la Meccanica classica e soprattutto sull'aspetto matematico (p. V):

> «Il faut mettre bien au claire que la critique rationnelle et, nous l'espérons, complète de la moderne Mécanique générale de la relativité, est, pour nous, le but principal que nous nous proposons par la publication de ce livre.»

Roberto Marcolongo (1862-1943), sin dal 1907 assiduo collaboratore di C. Burali-Forti nei lavori sul calcolo assoluto senza coordinate, si discosta dall'amico e pubblica nel 1921 il primo testo di Relatività speciale e generale in italiano, facendo uso del calcolo differenziale assoluto di Gregorio Ricci-Curbastro (1853-1925) e Tullio Levi-Civita (1873-1941), anche se dichiara nell'introduzione del libro (p. VIII):

> «Anche alla teoria della Relatività sono applicabili, con completo successo, i metodi delle omografie vettoriali di cui, da molti anni, facciamo uso e ci sforziamo di diffondere, il Prof. BURALI-FORTI ed io».

In questa comunicazione ci proponiamo di analizzare l'*Espaces Courbes*, inquadrandolo nel progetto intellettuale degli autori, e proponendo una nuova interpretazione storiografica che si discosta, in parte, dalla dicotomia che prevede lo scontro tra i cosiddetti «vettorialisti italiani» e i sostenitori del calcolo differenziale assoluto.

Bibliografia

Burali-Forti, Cesare & Boggio, Tommaso, *Espaces Courbes. Critique de la Relativité*, Torino, STEN, 1924.

Cattani, Carlo, «Marcolongo e la volgarizzazione della relatività (1906-1924)», *Rivista di Storia della Scienza*, II, 4, (2) (1996), 99-144.

Freguglia, Paolo, «Cesare Burali-Forti e gli studi sul calcolo geometrico», *La matematica italiana tra le due guerre mondiali*, Milano-Gargnano del Garda, 8-11 ottobre 1986, Bologna, Pitagora (1986), 173-180.

Freguglia, Paolo, *Geometria e numeri. Storia, teoria elementare e applicazioni del calcolo geometrico,* Torino, Bollati Boringhieri, 2006.

Israel, Giorgio & Nastasi, Pietro, *Scienza e razza nell'Italia fascista*, Bologna, Il Mulino, 1998.

Maiocchi, Roberto, *Einstein in Italia. La scienza e la filosofia italiane di fronte alla teoria della relatività*, Milano, Franco Angeli, 1985.

Maiocchi, Roberto, «Matematici italiani di fronte alla relatività», *La matematica italiana tra le due guerre mondiali*, Milano-Gargnano del Garda, 8-11 ottobre 1986, Bologna, Pitagora (1986), 247-264.

Maltese, Giulio, «The late entrance of relativity into Italian scientific community (1906-1930)», *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences*, 31:1 (2000), 125-173.

Marcolongo, Roberto, *Relatività*, Messina, Principato, 1923.

Pastrone, Franco, «Fisica matematica e meccanica razionale». In: Di Sieno, Simonetta, Guerraggio, Angelo, & Nastasi, Pietro, (a cura di), *La matematica italiana dopo l'Unità. Gli anni tra le due guerre mondiali*, Milano, Marcos y Marcos, (1998), 381-504. («Relatività», in collaborazione con Caparrini, Sandro).

Pizzocchero, Livio, «Geometria differenziale». In: Di Sieno, Simonetta, Guerraggio, Angelo, & Nastasi, Pietro, (a cura di), *La matematica italiana dopo l'Unità. Gli anni tra le due guerre mondiali*, Milano, Marcos y Marcos, (1998), 321-379.

Ricci, Gregorio & Levi-Civita, Tullio, «Métodes de calcul différentiel absolu et leurs applications», *Mathematische Annalen*, 54 (1901), 125-201.

Sallent Del Colombo, Emma, *Cesare Burali-Forti. Contributi alla Fisica-matematica del primo quarto del XX secolo*. Tesi di dottorato. Relatori: J. M. Parra & E. A. Giannetto. Universitat de Barcelona. 29.06.2007.

L'arithmétique du ms Cambridge Ul Ll 4 14 et ses singularitées dans le traitement des fractions

SILVIA TONIATO
Université Poitiers / CESCM
toniato.silvia@gmail.com

Il medio inglese non è fra le lingue più rappresentate nel novero dei testi matematici medievali: la quasi totalità dei trattati noti (meno di una quindicina fra integri, mutili e frammentari - intendendo per 'frammentario' un testo di cui restino degli stralci di poche carte; distinguamo questo tipo di incomplezza da quella dei testi mutili, che conservano una porzione di testo più ampia e senza lacune fisiche al proprio interno) risale al XV secolo ed è raccolta in due pubblicazioni: *Rara Mathematica*, a cura di James Orchard Halliwell (London 1841), e *The Earliest Arithmetics in English*, a cura di Robert Steele per la Early English Text Society di Londra (1922).

I testi non frammentari noti che trattino di aritmetica con i numeri arabi sono due: il *The Crafte of Nombrynge* (Steele, 3-32; mutilo: numerazione - moltiplicazione) e il *The Art of Nombryng* (Steele, 33-51; integro: numerazione - estrazione di radice cubica). A questi va aggiunto almeno un altro trattato, contenuto nel ms Cambridge Ul Ll 4 14 (XV sec). Si tratta di un testo inedito, che è stato letto come assemblaggio di una versione parziale del *Crafte* e di una versione parziale dell'*Art* (numerazione - divisione del primo, progressioni - radici cubiche del secondo, tale è la descrizione che ne ha fatto Paul Acker, *The Crafte of Nombryng in Columbia University Library, Plimpton ms 259*, in *Manuscripta* 37 (1993); non risultano studi ulteriori, se si esclude l'edizione che stiamo preparando).

La comunicazione che presentiamo intende chiarire anzitutto come il testo nel manoscritto di Cambridge sia distinto dai due precedentemente menzionati, e soffermarsi sulla parte del trattato dedicata alle frazioni. Riteniamo che questa sezione del trattato meriti attenzione per due ragioni:
1. non sono segnalate altre aritmetiche in medio inglese che si occupino di frazioni;
2. l'autore espone e intende dimostrare una serie di regole (corrette, e tratte da un'altra aritmetica: sono attribuite a un *clerck* non meglio identificato) necessarie per comprendere le frazioni ed operare con esse; egli tuttavia interpreta le frazioni come fattorizzazioni invece che come rapporti. La circostanza è curiosa, non solo rispetto al nostro tempo, ma anche per il XV secolo, e sarà illustrata in dettaglio.

Bibliografia

[*A Treatise on Arithmetic*], ms Cambridge Ul Ll 4 14.
Acker, P., *The Crafte of Nombryng in Columbia University Library, Plimpton ms 259*, in Manuscripta 37 (1993).
Halliwell, J. O., *Rara Mathematica*, London 1841 (e 1977).
Steele, R., *The Earliest Arithmetics in English*, London 1922.