SOCIETÀ ITALIANA DI STORIA DELLE MATEMATICHE

Le Geometrie nell'800

D'Alembert matematico ed enciclopedista

Pavia 9-11 Novembre 2017

Almo Collegio Borromeo,

SUNTI DELLE CONFERENZE

Alle origini della geometria algebrica, il ruolo di Abel, Riemann e Weierstrass

Andrea DEL CENTINA
(Dipartimento di Matematica e Informatica - Università di Ferrara)

Nella famosa "memoria parigina" del 1826, pubblicata postuma (1841), Abel dimostrò quello che è oggi noto come *teorema di addizione di Abel*. Come "corollario" provò che per ogni curva algebrica C esiste un più piccolo intero positivo p tale che la somma di un numero qualsiasi di integrali abeliani si riduce alla somma di soli p integrali simili, purché in questi ultimi i secondi estremi di integrazione siano opportune funzioni algebriche dei secondi estremi degli integrali dati. Questo numero p, associato qui per la prima volta ad una curva algebrica, fu poi chiamato da Riemann *genere* di C. In particolare se gli integrali sono di primo tipo, ossia si mantengono finiti per ogni cammino tra i due estremi di integrazione, Abel mostrò che detta somma si riduce ad una costante. Questo risultato generalizzava grandemente il noto teorema di Euler sulla somma di integrali ellittici ($p = 1$).
Nel 1828, studiando le funzioni inverse degli integrali ellittici, Abel scoprì la loro doppia periodicità ed avviò la fondazione della teoria delle *funzioni ellittiche*.
Il problema dell'inversione degli integrali abeliani, o meglio dell'inversione di p somme di p integrali abeliani del primo tipo, noto come *problema di inversione di Jacobi*, fu studiato per la prima volta nella sua generalità da Weierstrass nei due lavori (1854), (1856), ai quali Riemann rispose coll'epocale memoria (1857). I metodi da loro applicati per affrontare il problema furono molto diversi: all'approccio essenzialmente algebrico di Weierstrass, Riemann contrappose i suoi metodi geometrici e topologici, fondati soprattutto sul controverso principio di Dirichlet. All'origine di queste distinte visioni stava il modo di affrontare la questione: per Riemann si trattava di studiare le superfici associate alle funzioni algebriche, cioè quelle che furono poi dette superfici di Riemann, e gli integrali abeliani su queste; per Weierstrass si trattava di studiare le funzioni simmetriche elementari dei secondi estremi di integrazione degli integrali considerati, da lui chiamate *funzioni abeliane*, e di stabilirne il carattere razionale.
Weierstrass ritornò sul tema molti anni dopo con l'importante lavoro (1880), nel quale enunciò due teoremi sulle funzioni abeliane, non più intese come associate al problema di inversione di Jacobi, ma più in generale come funzioni di p variabili dotate di un sistema di $2p$ periodi. Con questo lavoro Weierstrass aprì la via verso lo studio delle varietà algebriche a più dimensioni, successivamente intrapreso da Picard e Poincaré.
Mettendo in evidenza il ruolo che il teorema di addizione esercitò sulla nascita della geometria algebrica intendo mostrare come questa disciplina, sviluppatasi a partire dall'ultimo quarto dell'Ottocento, affondi di fatto le sue radici in questioni analitiche e trascendenti.

BIBLIOGRAFIA

Abel, N.H., 1826. Mémoire sur une propriété générale d'une class très étendue de fonctions transcendantes, *Mémoire présentés par divers savants*, **VII** (1841), 176-264.
Abel, N.H., 1828. Recherches sur les fonctions elliptiques, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **2**, 101-181, 160-190.
Riemann, B., 1857. Theorie der Abelschen Functionen, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **54**, 120-174.
Weierstrass, K., 1854. Zur Theorie der Abel'schen Functionen, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **51**, 289-306.

Weierstrass, K., 1856. Theorie der Abel'schen Functionen, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **52**, 285-379.
Weierstrass, K., 1880. Untersuchungen über die 2*r*-fach periodischen Functionen von *r* Veränderlichen, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **89**, 125-133.
Del Centina, A., 2002. Abel's manuscripts in the Libri collection: their history and their fate. In *Il manoscritto parigino di Abel conservato nella Biblioteca Moreniana di Firenz*e, a cura di A. Del Centina, Leo S. Olschki, Firenze.
Del Centina, A., 2003. La memoria parigina di Abel e la sua importanza per la Geometria, *Lettera Matematica Pristem,* **47**, 45-55.
Del Centina, A., 2008. Weierstrass points and their impact in the study of algebraic curves: a historical account from the Lückensatz to the 1970s, *Annali dell'Università di Ferrara, Sez. Scienze Matematiche*, **54**, 37-59.
Del Centina, A., 2017. The addition theorem in Weierstrass' theory of elliptic and Abelian functions, presentato per la pubblicazione.

Livia GIACARDI
(Dipartimento di Matematica "G. Peano" – Università di Torino)

Eugenio Beltrami, matematico del Risorgimento
Ricerca e insegnamento

Dopo l'Unità, come è noto, l'Italia passò da una posizione marginale a un ruolo di primo piano nel mondo scientifico internazionale e l'impegno risorgimentale dei matematici vi contribuì in modo significativo, gettando prima le basi della rinascita scientifica nei decenni che precedettero l'Unità, e consolidando poi le strategie politiche, culturali ed educative che avrebbero portato a fine secolo al fiorire di grandi scuole di livello internazionale.
Coinvolgimento personale nel movimento di indipendenza dell'Italia, desiderio di lottare insieme "pel lustro della Scienza italiana e pel progresso dell'alto insegnamento" (Cremona a Bonfadini, Portici, 23.8.1874, in Giacardi, Tazzioli, 2012, App. 3a.), impegno politico e istituzionale al fine di contribuire alla costruzione di una nazione ben inserita nel contesto europeo attraverso il rinnovamento dell'università, della scuola e degli istituti di cultura, consapevolezza del ruolo che la matematica poteva e doveva svolgere nell'affermazione dell'identità nazionale a vari livelli, sono i fattori che accomunano tutti i matematici risorgimentali.
Non fa eccezione Eugenio Beltrami (1835-1900).
Fin dall'adolescenza Beltrami respirò in famiglia ideali risorgimentali, con conseguenze sulla carriera:

> les événements politiques de 48-49 – scriveva a C. Hermite – ayant mis ma famille au nombre de celles dont les membres ne pouvaient pas espérer un emploi public par le gouvernement autrichien, j'ai du, à la fin de mes études (en renonçant au doctorat, faute de moyens) me contenter d'un emploi administratif. […] C'est dans cet intervalle que ma vocation un peu flottante, s'est décidée pour les études mathématiques et que, me trouvant décidément trop mal préparé par les faibles cours de ce temps là, j'ai entrepris de refaire toute mon instruction, à commencer par l'arithmétique de M. Serret. (E. Beltrami a C. Hermite, Venise 1.11.1887, Archivio Dini, Scuola Normale Superiore, Pisa [SNS Dini])

Beltrami, infatti, nel 1853 aveva iniziato gli studi di matematica all'Università di Pavia dove aveva seguito i corsi di F. Brioschi. Dopo un intermezzo lavorativo come segretario dell'ingegner Diday, direttore delle ferrovie dell'Alta Italia, egli proseguì la sua formazione scientifica a Milano dove conobbe L. Cremona che lo orientò verso gli studi sulla geometria delle curve e delle superfici. Ben presto iniziò a pubblicare lavori su questi argomenti e nel 1862, per interessamento di Brioschi, allora segretario generale del Ministero della Pubblica Istruzione, fu nominato professore di Algebra e Geometria analitica presso l'Università di Bologna, benché non avesse mai conseguito la laurea.
Durante la sua carriera accademica Beltrami cambiò spesso insegnamenti e università. Nel 1863 da Bologna si trasferì a Pisa per ritornare a Bologna nel 1866, nel 1873 si spostò a Roma, nel 1876 a Pavia e infine nel 1891, accogliendo i ripetuti inviti degli amici romani, si trasferì nuovamente a Roma.
Gli anni bolognesi (1866-1873) furono particolarmente fecondi dal punto di vista scientifico. In quegli anni infatti redasse e pubblicò le due fondamentali memorie sulla geometria non euclidea, Saggio di interpretazione della geometria non euclidea (1868) e Teoria fondamentale degli spazii di curvatura costante (1869). Il Saggio presentava la prima interpretazione della planimetria lobacevskiana nello spazio euclideo attraverso le superficie a curvatura costante negativa e la Teoria estendeva le ricerche agli spazi ad *n* dimensioni, utilizzando i metodi riemanniani. Queste due memorie come scrive Cremona, "diedero al Beltrami quasi di slancio quella riputazione che si andò sempre più diffondendo sino a divenire ammirazione universale." (Loria, 1901, pp. 416-417). A questo valse anche la loro immediata traduzione in francese da

parte di J. Hoüel.
L'insegnamento della meccanica razionale a Bologna, e poi a Roma, rappresentò inoltre uno stimolo per intraprendere nuove ricerche che assorbirono Beltrami quasi completamente per tutto il resto della sua carriera. Queste ricerche che riguardano principalmente la teoria del potenziale, l'elasticità, l'idrodinamica, l'elettrostatica, l'elettrodinamica e l'elettromagnetismo, saranno oggetto di oltre cinquanta articoli a partire dal 1868.
Beltrami morì a Roma il 18 febbraio 1900 e fino alla fine continuò a insegnare e a nutrire un attivo interesse per le ricerche matematiche più avanzate.
L'opera scientifica di questo importante matematico è stata molto studiata, per cui nel mio intervento, dopo aver presentato un breve profilo biografico arricchito dalle copiose informazioni emerse dalla corrispondenza, mi concentrerò soprattutto sui seguenti aspetti specifici:
- Modo di concepire le scienze matematiche e riflessi sullo "stile" e sull'insegnamento universitario
La visione di Beltrami sul modo di fare ricerca, sul rapporto fra teoria e realtà, e di riflesso il rapporto fra scienza pura e applicazioni, emerge chiara fin dagli studi sulle geometrie non euclidee il cui scopo dichiarato fu quello di "trovare un substrato reale a quella dottrina" (Beltrami, 1868, p. 284). L'esame dei punti salienti del Saggio, come pure la ricostruzione delle fasi della realizzazione del modello materiale di superficie pseudosferica, conservato presso il Dipartimento di matematica dell'Università di Pavia, offrono un esempio eccellente del suo approccio.
Beltrami forgiò anche uno stile, un esempio di eleganza che si impose fra i geometri italiani, caratterizzato da una "arte finissima di svolgere pensieri e calcoli e di fondere mirabilmente gli uni con gli altri" (Volterra, 1909, p. 59) da un "felice connubio dell'intuizione geometrica colle finezze più riposte dell'analisi, e vasta comprensione di metodi generali con una rara abilità nel piegarli alle applicazioni particolari" (Cremona, 1902, p. xix). Pur padroneggiando con sicurezza gli strumenti dell'analisi, non era incline alle indagini troppo sottili e alle "exigences de rigueur absolue" tipiche dell'epoca che, come confessa a Hermite, considerava espressione di una fase di "lassitude" nel cammino della ricerca (E. Beltrami a C. Hermite, Padoue 8.8.1887, SNS Dini)
Parte integrante del suo modello espositivo è l'importanza che egli annetteva agli studi di storia delle matematiche che a suo avviso possono assumere "l'interêt et la valeur d'une recherche scientifique" (E. Beltrami a C. Hermite, Padoue 8.8.1887, SNS Dini).
Questo modo di concepire la scienza si riflette in modo naturale sull'insegnamento universitario che Beltrami, per testimonianza unanime, impartiva in modo magistrale con un'esposizione limpida e chiara. A rendere le sue lezioni "feste della forma e del pensiero" , come scrive l'allievo Frattini (1900, p. 186), contribuiva il fatto che per lui insegnamento e ricerca erano strettamente connessi; di più, l'esperienza d'insegnamento poteva servire a controllare la validità di un'esposizione "sans rien sacrifier d'essentiel et sans présupponer trop de connaissances auxiliaires" (Beltrami a Hermite, Pavie, 30.11.1889, SNS Dini).
- L'impegno nel processo di internazionalizzazione della matematica italiana e nella politica accademica.
I continui trasferimenti da un'università all'altra impedirono a Beltrami di creare una vera e propria scuola. Tuttavia alcuni fra i suoi studenti si considerarono sempre suoi allievi, come G. A. Maggi, G. Morera e V. Cerruti; altri giovani proseguirono le sue ricerche, soprattutto nel campo della fisica matematica, e tra questi E. Cesaro, E. Padova e C. Somigliana (Tazzioli, 2000).
Convinto dell'importanza di una formazione che portasse i giovani a conoscere le ricerche più avanzate, Beltrami si adoperava perché i suoi allievi trascorressero un periodo di studio all'estero, come testimoniano per esempio le sue lettere a F. Klein. Il processo di internazionalizzazione della matematica italiana avviato dalla generazione risorgimentale aveva in lui un punto di riferimento importante. Il carattere innovativo delle sue ricerche insieme ad una grande apertura al confronto anche e soprattutto con i matematici stranieri, lo portarono ad essere tra i più stimati e rispettati matematici d'Europa. Le sue memorie, in particolare quelle relative alla geometria non euclidea, subito note attraverso la traduzione di Hoüel, influenzarono gli studi di altri matematici europei; egli stesso ebbe contatti diretti con Schläfli, Schwarz, Helmholtz, Kronecker, Zeuthen, Frobenius, Hirst, Geiser, Rosanes, fu in corrispondenza con Darboux, Duhem, Lipschitz, Killing, Hermite, Mittag-Leffler (Tazzioli, 2012), e fu socio di numerose accademie straniere.
Beltrami fu sempre restio ad accettare cariche istituzionali e politiche, e gli unici impegni di questo tipo li assunse per desiderio unanime dei colleghi quando nel 1892 divenne membro del Consiglio di Pubblica Istruzione e nel 1899 senatore del Regno. Nel 1898, due anni prima della morte, succedette a Brioschi nella presidenza dell'Accademia dei lincei e "con quella religione, che aveva inspirato gli atti di tutta la sua vita", scrive Cremona nella sua commemorazione, "seppe, in tempo assai breve, ricondurre l'amministrazione di quest'Accademia al desiderato regolare e stabile assetto (Cremona, 1902, pp. ix-xxii).
- Rigore e apertura alle novità della scienza nell'insegnamento della matematica nella scuola

secondaria.

Un aspetto significativo, e poco noto, dell'impegno risorgimentale di Beltrami è l'attenzione che egli dedicò ai problemi dell'insegnamento secondario, impegno che emerge soprattutto dalla sua corrispondenza. L'interesse per le questioni didattiche non solo lo portò a fare spesso parte di commissioni di concorso o di ispezioni scolastiche, ma anche a collaborare con il Ministero della Pubblica Istruzione sia per i programmi, sia per la scelta dei libri di testo. A guidare le sue decisioni in questo campo vi era la convinzione che la funzione dell'insegnamento secondario fosse quella di "aiutare con efficacia vera il retto esercizio del pensiero deduttivo, porgendo al tempo stesso una base razionale alla coltura generale" (Giacardi, Tazzioli, 2012, Appendice 4a), tenendo anche conto dei progressi continui della scienza. Questo punto di vista emerso già in occasione dell'acceso dibattito sul problema dell'insegnamento della geometria elementare, a seguito al decreto Coppino del 1867, che introduceva gli *Elementi* di Euclide come libro di testo nelle scuole secondarie classiche, è confermato dalla *Relazione sui trattati d'aritmetica, algebra e geometria* (1874), e dalla *Relazione per l'insegnamento delle matematiche per il ginnasio ed il liceo* (1884).

BIBLIOGRAFIA

Beltrami, E., (1868). Saggio di interpretazione della geometria non euclidea. *Giornale di matematiche*, **6**, 284-312.

Boi, L., Giacardi, L., Tazzioli. R., (1998). *La découverte de la géométrie non euclidienne sur la pseudosphère.* Les lettres de E. Beltrami à J. Hoüel, Paris, Blanchard.

Capelo, C. A., Ferrari, M. (1982). La *cuffia* di Beltrami: storia e descrizione, *Bollettino di storia delle scienze matematiche*, **2**, 233-247.

Cicenia, S., (1998). Le lettere di E. Beltrami ad Angelo Genocchi sulle geometrie non euclidee. *Nuncius*, **13**, 567-593.

Cornalba, M., (2000). *Attualità di Beltrami*: http://www-dimat.unipv.it/cornalba/lezioni/beltrami.pdf

Cremona, L., (1902). Eugenio Beltrami. Estratto dalla Commemorazione. In: *Opere matematiche di Eugenio Beltrami*. Vol. 1. Milano, Hoepli, pp. IX-XXII.

Enea, M.R., (2009). *Il Carteggio Beltrami-Chelini (1863-1873)*, Milano, Mimesis.

Frattini, G., (1900). Eugenio Beltrami. *Periodico di matematica*, **2**, 185-190.

Gabba, A. 2002-2003. Un altro carteggio di Felice Casorati: le lettere scambiate con Eugenio Beltrami. *Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere. Rendiconti*, A **136/137**, 7-48.

Giacardi, L., Tazzioli, R., (2012). *Le lettere di Beltrami a Betti, Tardy e Gherardi. "Pel lustro della Scienza italiana e pel progresso dell'alto insegnamento"*, Milano, Mimesis.

Graf, J. H., (1915). Correspondance entre E. Beltrami et L. Schläfli, 1870-1891. *Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche*, **17**, 81-86, 113-122.

Loria, G., (1901). Eugenio Beltrami e le sue opere matematiche", *Bibliotheca mathematica*, **3**, 1901, 392-440.

Palladino, F., Tazzioli, R., (1996). Le lettere di Eugenio Beltrami nella corrispondenza di Ernesto Cesàro. *Archive for history of exact sciences*, **49**, 321-353.

Tazzioli, R., (2000). *Beltrami e I matematici "relativisti". La meccanica in spazi curvi nella seconda metà dell'Ottocento*, Quaderni dell'Unione Matematica Italiana, n. 47, Bologna, Pitagora.

Tazzioli, R., (2012). New Perspectives on Beltrami's Life and Work – Considerations Based on his Correspondence. In S. Coen (ed.), *Mathematicians in Bologna 1861-1960*, Basel, Birkhäuser, pp. 465-517.

Volterra, V., (1909). Le matematiche in Italia nella seconda metà del secolo XIX. In *Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici (Roma, 6-11 Aprile 1908)*, a cura di G. Castelnuovo, Roma, Regia Accademia dei Lincei.

Christian GILAIN

(Université Pierre et Marie Curie Paris – Université Paris Diderot)

D'Alembert: mathématiques et Lumières

D'Alembert est pleinement mathématicien au sens du XVIII[e] siècle, c'est-à-dire qu'il a travaillé aussi bien en mathématiques «pures» qu'en mathématiques «mixtes». Institutionnellement il a d'ailleurs parcouru les trois classes de mathématiques de l'Académie des sciences de Paris: Géométrie, Astronomie et Mécanique. Nous présenterons quelques-uns de ses thèmes de recherche en mathématiques pures: le calcul intégral, son domaine d'étude privilégié (intégration des fonctions algébriques, rationnelles ou irrationnelles, équations différentielles et systèmes différentiels linéaires, équations aux dérivées partielles), le théorème fondamental de l'algèbre et la théorie des imaginaires, les fondements de l'analyse infinitésimale, notamment.

A la lumière de ces travaux, nous examinerons sa conception des rapports entre mathématiques pures et mathématiques mixtes, bien éloignée de la vision étroitement utilitaire qui a pu lui être attribuée. Pour d'Alembert, les mathématiques ont aussi un rôle important à jouer pour la promotion des Lumières et l'émancipation de la société, ce qu'il plaide dans son article GÉOMÈTRE de l'*Encyclopédie*. Cependant, nous discuterons la pertinence de la notion de «mathématiques des Lumières» utilisée depuis quelque temps dans l'historiographie des mathématiques.

D'Alembert : quelle Encyclopédie pour quelles mathématiques?

Irène PASSERON
(Université Pierre et Marie Curie Paris – Université Paris Diderot)

D'Alembert est un mathématicien, un "géomètre" comme on l'appelle souvent au siècle des Lumières, dont les qualités sont déjà reconnues lorsqu'il entame, avec Diderot, la grande aventure de l'Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers. Aventure éditoriale, aventure militante, aventure épistémologique, que D'Alembert quitte à mi-parcours, non sans fournir une ample moisson d'articles qui couvrent tout l'alphabet. Quelles sont les influences et les interactions entre l'intense activité mathématique et littéraire de D'Alembert dans la période 1746-1759 et sa production encyclopédique?

SUNTI DELLE COMUNICAZIONI

La prospettiva "genetica" in algebra (da Kummer in poi)

Margherita BARILE
(Dipartimento di Matematica, Università di Bari "Aldo Moro")

Tra Gauss e Dedekind si afferma definitivamente una nuova fase della invenzione matematica: alla scoperta per "folgorazione" intorno alle verità immediate ed immutabili – come quelle riguardanti i numeri interi, che un noto aforisma attribuito a Kronecker vorrebbe di diretta emanazione divina - si sostituisce una costruzione graduale e consapevole, che è saldamente radicata nell'esperienza umana, e procede in maniera non lineare né deterministica, per tappe successive, spinta da un desiderio di conoscenza che non teme di incamminarsi verso il diverso e l'ignoto. Il *dato*–estrapolato per astrazione dalla realtà–non è più l'esclusivo, né il principale oggetto di studio, nel momento in cui ci si accorge che un concetto come il numero naturale – benché apparentemente assegnato *a priori* – non è in grado, da solo, di rivelare tutto se stesso. Le congruenze biquadratiche hanno bisogno degli interi gaussiani (Gauss, 1831), ossia di entità che sono estranee all'effettivo campo di indagine, eppure fanno qui sentire la loro presenza, anche se non come entità autonome, bensì come componenti strutturali dei veri protagonisti del discorso. Sono concetti corrispondenti a definizioni *funzionali*: un principio inaugurato dal *più di meno* di Bombelli e ripreso dai *numeri ideali* di Kummer (1847). In entrambi i casi si introducono oggetti nuovi e sconosciuti, di cui non importa l'identità (intesa come rappresentazione di qualcosa), ma soltanto il ruolo, del tutto originale, svolto nell'architettura di una particolare analisi del *dato*: a quest'ultimo essi rimangono comunque vincolati, dovendone esprimere le caratteristiche nascoste, quelle *ipotesi* che spiegano il manifestarsi di un teorema, preparando il suo inserimento in una teoria. L'accostamento con l'approccio induttivo delle scienze empiriche non è casuale: è l'ambito a cui gli stessi Kummer e Dedekind (1854) attingono gli esempi per illustrare il metodo rivoluzionario di cui intendono farsi promotori. In matematica nulla si *crea* dal nulla: tutto va fatto nascere dall'esistente, individuandone le regole di formazione interne, che consentono di perpetuarne il genere, arricchendolo di nuove specie. Il processo avviene per *trasmissione* secondo Noether (1921), per *riproduzione* secondo Dedekind (1894), e l'idea di fondo è quella di un ragionamento, che, secondo Hilbert (1897), deve essere *conforme alla natura*, ossia fondato su principi che consentano una *generalizzazione*:

l'etimo biologico continua a riaffacciarsi, dunque, trovando un concreto riscontro nel pensiero che si sviluppa, fecondo e disciplinato, intorno alla struttura del *corpo* concepito da Dedekind, così come dentro al *mondo concettuale* in cui van der Waerden (1937) collocherà l'habitat della sua algebra "*astratta", "formale", "assiomatica"*.

BIBLIOGRAFIA

Dedekind, R., (1854). *Über die Einführung neuer Funktionen in der Mathematik.* 30 giugno.
Dedekind, R., (1894). *Über die Theorie der ganzen algebraischen Zahlen,* Supplement XI von Dirichlets Vorlesungen über Zahlentheorie, IV edizione (1894), pp. 434-657.
Gauss, C. F., (1831). *Theoria residuorum biquadraticorum. Commentatio secunda.* Göttingen.
Hilbert, D., (1897). *Die Theorie der algebraischen Zahlkörper*. Göttingen.
Kummer, E. E., (1847). Über die Zerlegung der aus Wurzeln der Einheit gebildeten complexen Zahlen in ihre Primfactoren, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **35**, 327-367.
Noether, E., (1921). Idealtheorie in Ringbereichen*, Mathematische Annalen*, **83**, 24-66.
van der Waerden, B. L., (1937) *Moderne Algebra*. Springer, Berlin-Heidelberg.

Gli articoli LIMITE e DIFFERENTIEL di D'Alembert sull'*Encyclopédie*.

Loredana BIACINO
(Dipartimento di Matematica – Università di Napoli Federico II)

Verso la metà del '700 il calcolo infinitesimale aveva già generato numerose discussioni tra i matematici; basato sul precedente lavoro di Johann Bernoulli era apparso sin dal 1696 il primo trattato sull'argomento ad opera del Marchese de l'Hospital, dove non si discuteva la natura dei concetti in gioco, ma che aveva contribuito alla creazione di un clima di entusiasmo nel continente per il nuovo calcolo. E infatti sebbene molte critiche si levassero contro le nuove teorie (basti pensare alle obiezioni da parte di Berkeley in Inghilterra e di Rolle in Francia), risultava a tutti sempre più evidente l'adeguatezza di queste ultime alla risoluzione dei problemi che si andavano via via proponendo nel campo della dinamica, dell'idraulica, della meccanica razionale e celeste, dell'ottica e dell'acustica.
Le voci LIMITE e DIFFERENTIEL di D'Alembert sull'*Encyclopédie* segnano un momento di continuità e di rottura nel vivace dibattito sugli infiniti e infinitesimi in cui erano coinvolti tanti matematici.
Perché mentre da un lato in quel dibattito a pieno titolo si inserisce, d'altro lato prende le distanze sia dalla teoria dei differenziali di Leibniz, sia dal metodo delle prime e ultime ragioni di Newton, proponendo di fondare tutto il nuovo calcolo sul concetto di LIMITE, ad un passo da come sarà inteso da Cauchy, ma, così com'è esposto negli articoli dell'*Encyclopédie*, non ancora al riparo da ogni obiezione di carattere logico.
Un entusiasmo illuminista permette a D'Alembert di affermare a più riprese che in base alla sua interpretazione dei concetti in gioco tutto si chiarisce, e, fugate le ciarlatanerie, il mistero si svela.
Il lungo articolo DIFFERENTIEL si confronta molto da vicino e continuamente con la letteratura comparsa in quegli anni, non solo i classici Leibniz, Newton, Bernoulli, Fontenelle, etc. Ad esempio, contro la posizione di Nieuwentit, D'Alembert ribadisce che i differenziali (differenze) di ordine superiore al primo vanno intesi a partire dai differenziali primi (8^o capoverso), e pure essi, come questi non sono altro che limiti di rapporti di quantità finite e non rapporti di infinitesimi (18° capoverso), oppure (capoversi 22, 23) sono parti principali di differenziali di ordine inferiore: ma è oggi ben noto che non è lecito parlare di differenziali d'ordine superiore al primo se non in base alle corrispondenti derivate. Non è introdotta la relazione d'ordine tra infinitesimi di ordine diverso: però, ad esempio, è evidenziato e motivato giustamente che può essere $d^2y/dx^2 =$ □, pur essendo $d^2y=0$, ma nell'esempio addotto di derivata seconda non si può proprio parlare (capoverso 27^o).
Per quanto riguarda il calcolo delle tangenti D'Alembert adotta l'impostazione di Barrow, interpretandola con la sua teoria dei limiti e stranamente non accenna al conterraneo Fermat (cui pure Barrow si era ispirato e nel cui Metodo si adombra anche se non in modo esplicito, una teoria dei limiti).

BIBLIOGRAFIA

Le Rond D'Alembert, J. Articoli LIMITE, DIFFERENTIEL, INFINI, SERIE, COURBE, COURBE POLYGONALE, In *Encyclopédie de Diderot et D'Alembert*.
Barrow, I., 1674. *Lectiones opticae et geometricae*, Londini.

Boyer, C., 1959. *The History of the Calculus and its Conceptual Development*, Dover, New York.
Newton, I., 1762. *Tractatus de quadratura curvarum,* Uppsala
Cantelli, G. 1969. *La disputa Leibniz-Newton sull'analisi*, Boringhieri, Torino.

Brioschi, Klein e la risoluzione generale della quintica

Maria Teresa BORGATO
(Dipartimento di Matematica e Informatica - Università di Ferrara)

Dopo il fatidico anno 1858, in cui Hermite, Kronecker e Brioschi arrivarono per vie diverse ad una rappresentazione generale delle radici delle equazioni algebriche di quinto grado tramite radicali e funzioni ellittiche, nei successivi anni Sessanta essi concentrarono le loro ricerche sulle funzioni jacobiane. Il tentativo di Brioschi era quello di generalizzare la classe delle risolventi delle equazioni di quinto grado.
Nel frattempo, altri autori (Gordan, Clebsch) sviluppavano nuovi metodi, prendendo in considerazione gli invarianti della forma binaria associata all'equazione algebrica dello stesso grado. Felix Klein, d'altra parte, nel 1878 otteneva la soluzione generale della quintica attraverso la cosiddetta irrazionalità icosaedrica. Klein, in contatto epistolare con Brioschi, gli esponeva i risultati delle sue ricerche in lettere del 3, 11 e 15 novembre 1876, che Brioschi immediatamente riferiva all'Accademia dei Lincei. La corrispondenza tra i due continuava su questo tema fino al dicembre 1878.
Nell'ambito delle sue ricerche, Brioschi arrivava ad una forma ridotta della equazione quintica, nota oggi come "forma normale di Brioschi" in cui i coefficienti sono espressi in termini di un solo parametro Z:

La forma ridotta è ottenuta tramite una trasformazione razionale di Tschirnhaus, assai più semplice di quella usata per ottenere la forma ridotta di Bring-Jerrard, che era stata il punto di partenza delle ricerche del 1858.
La forma normale di Brioschi è importante per la soluzione di Klein della quintica generale in termini di funzioni ipergeometriche. Infatti, l'equazione icosaedrica di Klein ha una risolvente jacobiana di sesto grado, che, a sua volta, ha una risolvente quintica ridotta alla forma Brioschi, quindi la quintica generale è risolubile per radicali e per un inverso icosaedrico rappresentato da serie ipergeometriche.

BIBLIOGRAFIA

Borgato, M. T., Nagliati, I., (2017). The renewal of mathematical research in Italy: the correspondences between Brioschi-Betti (1857-1890) and Brioschi-Tardy (1853-1893). In *Mathematical Correspondences and Critical Editions*, Birkäuser, Basel, in corso di stampa.

Brioschi, F., (1877). Sopra alcuni risultati ottenuti dal sig. Klein nella risoluzione delle equazioni del quinto grado. *Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei*, **1** (S. III), 31-34.

Brioschi, F., (1878). Ueber die Auflösung der Gleichungen von fünften graden. *Mathematische Annalen*, **13**, 109-160.

Brioschi, F., (1888). Sopra una trasformazione delle equazioni del quinto grado. *Annali di Matematica Pura ed Applicata*, **16** (S. II), 181-189.

Gray, J. J., (2000). *Linear Differential Equations and Group Theory from Riemann to Poincaré*. Second edition. Boston, Birkäuser.

Klein, F., (1884). *Vorlesungen über das Ikosaeder und die Auflösung der Gleichungen vom fünften Grade*. Leipzig, Teubner.

King, R. B., (2009). *Beyond the quartic equation*. Reprint of the 1996 edition. Boston, Birkäuser.

Nagliati, I., (2014). *L'internazionalizzazione degli studi matematici in Italia a metà dell'Ottocento*, PhD Thesis, Supervisor Prof. M. T. Borgato, University of Ferrara.

Shurman, J., (1997). *Geometry of the quintic*. New York, John Wiley & Son.

Zappa, G., (1999). Francesco Brioschi e la risoluzione delle equazioni di quinto grado. In *Francesco Brioschi (1824-1897).* Convegno di Studi matematici, pp. 95-108. Milano: Istituto Lombardo di Scienze e Lettere.

D'Alembert: relazioni fra matematica, lingua, filosofia ed epistemologia.

Giuseppe BOSCARINO

Per chi è interessato alla questione storico-filosofico-epistemologica, cosa può rendere interessante, D'Alembert, matematico illuminista?
A nostro parere, è la sua concezione delle filosofie, delle metafisiche e delle scienze.
Un ruolo fondamentale per lui gioca la scienza matematica nell'indicare la strada del vero sapere fisico, nel momento in cui essa si fonda sulla semplicità dell'oggetto di studio, grazie ad una sana immaginazione guidata da una sana ragione, e sulla chiarezza, grazie ad un uso adeguato del linguaggio, nella ricerca di saldi principi.
Filosofie e scienze otto-novecentesche si sono illuse di poter separare la filosofia dalla scienza, e la scienza dalla metafisica, magari poi approdando a commistioni tra esse di tipo irrazionalistico.
Per l'illuminista D'Alembert ogni buona scienza si salda e si sviluppa su una sana filosofia e viceversa, come ogni buona filosofia deve saldarsi su una sana metafisica, per fecondare poi a sua volta una buona scienza.
Una scienza ben strutturata non può poi fondarsi se non su un linguaggio ben costruito.
Allora la sana metafisica è soprattutto critica di linguaggi abusivi e mal costruiti, confusi, cavillosi, nominalistici, vuoti, contraddittori, nel momento in cui ipostatizzano o reificano meri nomi (forza, causa, infinitesimo, infinito, assioma), trasformano mere relazioni tra semplici realtà fisiche in enti fisici (velocità, accelerazione,differenziale) o scambiano questioni di nomi per questioni su realtà fisiche (la *querelle* sulle forze vive), generici e vaghi nomi (essere, sostanza, idea) per principi metafisici (Platone, Aristotele, la scolastica).
L'oggetto metafisico per D'Alembert non è ciò che sta *oltre* la cosa sensibile, confusa, ma ciò che sta *dentro* di essa come *cosa fisica*, come *proprietà*, ma *non ente a parte*, *fuori* dalla cosa sensibile (*l'idea* di Platone), o *sotto* la cosa sensibile (*l'essere o sostanza* di Aristotele).
Riduttiva ci sembra la sua ricostruzione storiografica del formarsi della scienza, in specie di quella greco-antica.

BIBLIOGRAFIA

Boscarino, G., (2017). *Le forme e i mutamenti della scienza. Tradizioni di pensiero, ideologie e conflitto sociale*. Aracne, Roma.
Encyclopédie de Diderot et D'Alembert en ligne Lexilogos.
(*Discours préliminaire, Elemens des sciences, Expérimental, différentiel, limite, infiniment petit, infini, mathématique, Géometrie, Physico-Mathématiques, Force d'inertie, Equilibre, Force vive*)
J. Le Ronde D'Alembert: Mathématicien des Lumières, Dossier coordonné par Pierre Crépel.
Le Ronde D'Alembert, J., (1986). *Essai sur les elements de philosophie. Eclaircissemens sur Diffèrens endroits des Elémens de philosophie*, Fayard, Paris.
Le Ronde D'Alembert, J., (2008). *Opuscules mathématiques*, Tome 1, (1761), sous la direction de P. Crépel; Édition etablie par F. Chambat.
Le Rue, V., (1994), *D'Alembert philosophe*, Librairie philosophique J. Vrin, Paris.
Paty, M., (1998). *D'Alembert ou la raison physico-mathématique au siècle des Lumières*, Les belles lettres. Paris.

Due interpretazioni geometriche delle trasformazioni di Lorentz. 1914: Roberto Marcolongo e Clarice Munari

Ermenegildo CACCESE
(Dipartimento di Matematica e Informatica - Università della Basilicata)

La comunicazione prende spunto da due lavori pubblicati nel 1914 –da Clarice Munari e da Roberto Marcolongo– assunti come indicativi dello stato di diffusione, in Italia, della teoria della relatività, immediatamente prima degli importanti cambiamenti occorsi in concomitanza alla grande guerra. Dopo una breve analisi e comparazione delle deduzioni delle trasformazioni di Lorentz, presentate in entrambi i lavori, si sottolinea il significato attribuito ad esse. Il confronto evidenzia l'interpretazione essenzialmente 'lorentziana' di Marcolongo, da una parte, e quella della Munari, fondata invece sul concetto di invariante di una forma quadratica. L'interpretazione 'lorentziana' delle trasformazioni di Lorentz e del principio di relatività rimase tra i punti fermi della scuola dei vettorialisti italiani. Da questa interpretazione Marcolongo prenderà le distanze, forse a partire da quegli stessi anni, che videro la nascita della scuola 'relativista' intorno a Levi-Civita. Marcolongo rimase tuttavia legato al formalismo vettoriale, per ragioni che saranno messe in evidenza. D'altro canto, il lavoro della Munari è ispirato alla linea interpretativa del principio di relatività perseguita da Levi-Civita, coerente con la tradizione del 'calcolo differenziale assoluto' e con l'importante contributo che lo stesso Levi-Civita darà a partire da questi anni alla formulazione della teoria generale della relatività. Il lavoro della Munari è pertanto indicativo di un importante punto di svolta nella storia della diffusione della relatività in Italia.

BIBLIOGRAFIA

Maiocchi, R., (1985). *Einstein in Italia. La scienza e la filosofia italiane di fronte alla teoria della relatività*. Franco Angeli, Milano.

Marcolongo, R., (1914). Les transformations de Lorentz et les équations de l'électrodynamique. *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, **5**, 429-468.

Marcolongo, R., (1923). *Relatività.* Seconda edizione riveduta ed ampliata. Principato, Messina.

Munari, C., (1914). Sopra una espressiva interpretazione cinematica del principio di relatività. *Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei*, **23**, 781-787.

Mario Salvadori dall'INAC all'America

Andrea CELLI

(Istituto per le Applicazioni del Calcolo "M. Picone", CNR, Roma)

Pochi conoscono Mario Salvadori (1907-1997) e risulta molto difficile catalogarlo utilizzando uno schema disciplinare. Egli fu un matematico, un ingegnere, un architetto, un antifascista, un difensore dei diritti civili, un alpinista, un divulgatore scientifico ed altro ancora. Gianni Riotta, a commento di un'intervista per il Corriere della Sera, definì il suo come «*un curriculum che potrebbe riempire la vita a una dozzina di uomini di successo*».

Innanzitutto, ricordiamo il suo forte legame con Picone e l'IAC. Il primo fu per lui «*un amato Maestro, la cui amicizia mi è preziosa*» e del secondo ricordò sempre, con un filo di nostalgia, «*l'atmosfera di grande dedizione, di amichevole collaborazione e di progettualità unica*». Inoltre, l'IAC gli fornì la chiave d'accesso alle università americane.

Proprio nel corso del suo primo viaggio negli Stati Uniti, per un convegno di Meccanica Applicata, egli presentò l'attività dell'Istituto che suscitò un forte interesse per il carattere d'avanguardia della struttura di ricerca italiana e gli permise di stabilire i contatti necessari per il suo successivo trasferimento negli USA quando, ben presto, dovrà fuggire dall'Italia. La Meccanica Applicata fu il suo argomento principale di ricerca fino a quando venne coinvolto nel Progetto Manhattan.

D'altra parte egli costituì un'importante figura di supporto nei progetti di Picone, finalizzati alla costruzione di un primo computer italiano, sia con la sua consulenza diretta sia favorendo l'instaurarsi di collaborazioni con i maggiori centri di ricerca americani.

La straordinaria capacità di Salvadori di fungere da ponte tra scienziati di diversa formazione, prima tra matematici e fisici (Picone e Enrico Fermi), poi tra ingegneri e architetti, lo rese un "consulente" ricercatissimo in campo scientifico, ma non solo. Basti ricordare le collaborazioni con Umberto Eco.

Alla base di questa variegata attività stava una grande capacità di comunicazione e, soprattutto, una fortissima competenza nel suo campo.

Infine, non si può sottacere l'impegno che ha caratterizzato gli ultimi anni della sua vita: la divulgazione dei principi dell'ingegneria tra i ragazzi dei quartieri poveri di New York all'insegna del suo motto «*See it, build it, know it*», che lo ha portato alla fondazione del *Salvadori Center*, tuttora dedito alla diffusione della cultura scientifica vista come strumento di elevazione sociale.

BIBLIOGRAFIA

Battimelli, G., Paoloni, G., (a cura di), (1998). *20th Century Physics: Essays and Recollections: a Selection of Historical Writings by Edoardo Amaldi*, World Scientific, Singapore.

Celli, A., Mattaliano, M., Nastasi, P. (a cura di), (2013). *Mario G. Salvadori e Mauro Picone: un sodalizio che attraversa scienza, arte e cultura del Novecento*, Consiglio Nazionale delle Ricerche, Roma.

Peacock, S., (a cura di), (1997). Mario G. Salvadori. *Contemporary Authors*, Gale Group, Detroit-New York-Toronto-London, vol. 159, pp. 389-422.

Salvadori, M., *A tangential life*, autobiografia inedita.

Zandonella Callegher, I., (a cura di), (2004). *Addio alle crode: Mario Salvadori*, CDA & Vivalda, Torino.

Le Geometrie dei numeri duali

Cinzia CERRONI
(Dipartimento di Matematica - Università di Palermo)

I numeri duali furono introdotti per la prima volta da William Kingdon Clifford (1845-1879) nel 1873, come estensione dei quaternioni (biquaternioni), nell'ambito dello studio dei numeri ipercomplessi. In seguito, furono chiamati così da Eduard Study (1862-1930) [Study 1902], il quale ne fece poi oggetto di studio [Study 1903]. Già nel 1885 Arthur Buchheim (1859-1888) [Buchheim 1885], aveva rintracciato l'origine dei duali in Clifford e si era soffermato sulla (sostanziale) differenza tra l'introduzione dei biquaternioni in Hamilton e in Clifford. Nel 1906, in perfetto accordo alle teorie esposte da Study nel 1903, Joseph Grünwald (1876-1911), introdusse i numeri duali come $u+v\varepsilon$, dove u e v sono numeri complessi e $\varepsilon^2= 0$ e vi costruì una geometria proiettiva. Nel 1911 Corrado Segre (1863-1924) pubblicava un articolo che prendeva le mosse dall'idea di estendere ciò che aveva fatto Pilo Predella (1863-1939) in un suo articolo [Predella 1911] pubblicato appena prima e che consisteva nel porre le basi per lo sviluppo di una geometria i cui elementi (o punti in un nuovo senso) sono le *omografie paraboliche* (trasformazioni con punti uniti coincidenti) di rette punteggiate; lo scopo di tale articolo era quello di sviluppare in modo nuovo le geometrie non archimedee di Veronese.

Era ovviamente noto a Segre che la *geometria delle dinami* (quella di Study del 1903) faceva uso dei numeri duali, e che essi erano stati oggetto di alcuni lavori di Grünwald. Egli però, nel confrontare l'idea di Predella con quella che era stata circa 60 anni prima di Staudt, cioè di introdurre gli elementi immaginari come involuzioni ellittiche di punti sopra forme di prima specie, si chiese se esistessero *altre e diverse proiettività* che portino alla costruzione di nuove geometrie e a sistemi più generali di numeri complessi.

L'articolo che Segre scrisse nel 1911 è diviso in due note; la prima introduce la teoria dei numeri duali *generalizzati* che viene estesa ai punti duali, ai piani duali e alle rette duali; nella seconda viene sviluppata la teoria delle rappresentazioni geometriche dei punti del campo binario duale (la retta duale) sui punti di una quadrica, quindi sono definiti i protofili, i legami lineari fra punti duali, le proiettività e le antiproiettività nel campo duale. In questa comunicazione analizzeremo e confronteremo le varie geometrie sui duali e illustreremo la prosecuzione di questi studi nel primo dopoguerra della prima guerra mondiale.

BIBLIOGRAFIA

Brigaglia A., (2017). *Segre and the Foundations of Geometry: From Complex Projective Geometry to Dual Numbers.* In Casnati G., Conte A., Letterio G., Giacardi L., Marchisio M., Verra A. (eds.), *From Classical to Modern Algebraic Geometry*, Birkhäuser, Turin, 2017.

Buchheim A., (1885). A memoir on biquaternions, *American Journal of Mathematics*,**7**, pp. 294-326.

Clifford W., (1873). Preliminary Sketch of Biquaternions, *Proceedings of the London Mathematical Society*, **4**, 381-395.

Grünwald J., (1906). Über dualen Zahlen und ihre Anwendung in der Geometrie. *Monatshefte für Mathematik und Phisyk*, **17**, 81-136.

Predella P., (1911). Saggio di Geometria non-Archimedea, *Giornale di Matematiche di Battaglini*, **49**, 281-299.

Segre C., (1911-12). Le Geometrie projettive nei campi di numeri duali, *Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, **47**, 308-326, 384-405.

Study E., (1902). Ein neuer Zweig der Geometrie, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, **11**, 97-123.

Study E., (1903). *Geometrie der Dynamen.* Teubner, Leipzig.

Zappulla C., (2009). *La Geometria Proiettiva Complessa Origini e sviluppi da von Staudt a Segre e Cartan*, Tesi di Dottorato, http://math.unipa.it/~grim/Thesis_PhD_Zappulla_09.pdf

Gauss in Italia, la ricezione del *theorema egregium* (1848-1868)

Alberto COGLIATI
(Dipartimento di Matematica “F. Enriques”, Università di Milano)

Se si eccettuano alcuni isolati contributi di Minding (1839) e di Jacobi (1836,1842), sembra lecito sostenere che la ricezione delle idee di Gauss in materia di teoria delle superfici quali egli aveva esposte nelle celeberrime *Disquisitiones generales circa superficies curvas* (1828) fu contraddistinta da un certo ritardo. Fu solo a partire dal 1848 che, pressoché contemporaneamente in Francia e in Italia, videro la luce un certo numero di note e di memorie espressamente dedicate ad esaminare e a diffondere i principali risultati del matematico di Gottinga, primo fra tutti il cosiddetto *theorema egregium* che sanciva l'invarianza della curvatura gaussiana di una superficie per trasformazioni isometriche.
Se in Francia l'interesse verso il lavoro di Gauss fu mediato per lo più dall'autorità di Liouville, il primo artefice della diffusione delle *Disquisitiones* in Italia fu Domenico Chelini. Nel 1848 egli pubblicò sul *Giornale Arcadico di Scienze, Lettere e Arti* una lunga memoria suddivisa in due parti (1848a, 1848b) nella quale si proponeva di esporre in una forma nuova e semplificata il teorema di invarianza della curvatura. Accomunavano Chelini e i matematici d'oltralpe (oltre a Liouville possiamo citare: Bonnet, Bertrand, Puiseux e il meno conosciuto Diguet) il desiderio di presentare una trattazione della teoria di Gauss adatta a essere inserita entro un programma di insegnamento universitario. Chelini enfatizzava inoltre l'opportunità di rimpiazzare le lunghe deduzioni analitiche che avevano condotto Gauss alla formulazione del *theorema egregium* con argomentazioni più marcatamente geometriche, ritenute preferibili e meglio intellegibili da un pubblico di studenti.
L'intervento si propone di analizzare alcuni aspetti della ricezione di Gauss in Italia con particolare riferimento all'opera di Chelini e di accennare alle dimostrazioni alternative del *theorema egregium* proposte da Francesco Brioschi (1852) ed Eugenio Beltrami (1864-1865, 1868). Come si vedrà, Brioschi e Beltrami, al pari di Chelini, erano mossi nelle proprie ricerche dalla volontà di semplificare e approfondire l'originaria trattazione di Gauss con l'intento di porre in luce il *verum fontem theorematis Gaussiani* (per usare una felice espressione di Jacobi 1836). Notevole in questo contesto fu l'impiego da parte di Beltrami dei cosiddetti parametri differenziali.

BIBLIOGRAFIA

Beltrami, E., (1864-65). Ricerche di analisi applicata alla geometria, *Giornale di Matematiche*, **2**, 267-282, 297-306, 331-339, 355-375, (1864); **3**, 15-22, 33-41, 82-91, 228-240, 311-314, (1865).
Beltrami, E., (1868). Sulla teoria generale delle superficie, *Atti dell'Ateneo Veneto*, **5**, 535-542.
Brioschi, F., (1852). Intorno ad alcuni punti della teorica delle superfici, *Annali di Scienze Matematiche e Fisiche*, **3**, 293-321.
Chelini, D., (1848a). Di alcuni teoremi del sig. F. Gauss relativi alle superficie curve, *Giornale Arcadico di Scienze, Lettere ed Arti*, **115**, 257-284.
Chelini, D., (1848b). Di alcuni teoremi del sig. F. Gauss relativi alle superficie curve (Continuazione e fine), *Giornale Arcadico di Scienze, Lettere ed Arti*, **116**, 3-20.
Cogliati, A. (2017). Sulla ricezione del *theorema egregium*, 1828-1868, preprint.
Gauss, C.F., (1901). Neue allgemeine Untersuchungen über die krummen Flächen, pubblicato postumo. In *C. F. Gauss Werke*, **VIII**, 408-443.
Gauss, C.F., (1828). Disquisitiones generales circa superficies curvas, *Commentationes Societatis Regiae Scientiarum Gottingensis Recentiores*, **6** (ad annos 1823-1827), 99-146.
Jacobi, C.G.J., (1836). Demonstratio et amplificatio nova theorematis Gaussiani de curvatura integra trianguli in data superficie e lineis brevissimis formati, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **16**, 334-350.
Jacobi, C.G.J., (1842). Über einige merkwürdige Curventheoreme, *Astronomische Nachrichten*, **20**, 463, 115-120.
Minding, F., (1839). Wie sich entscheiden lässt, ob zwei gegebene krumme Flächen auf einander abwickelbar sind oder nicht; nebst Bemerkungen über die Flächen von unveränderlichen Krümmungsmasse, *Journal für die reine und angewandte Mathematik,* **19**, 370-387.

La nuova Geometria del triangolo: Cristoforo Alasia De Quesada

Maria Rosaria ENEA

(Dipartimento di Matematica e Informatica - Università della Basilicata)

Nel 1900 Cristoforo Alasia De Quesada (1869-1918), insegnante di matematica e fisica in una scuola secondaria di Oristano, pubblicò il suo lavoro più noto, *La Recente Geometria del Triangolo* (Lapi, Città di Castello), una raccolta di tutti i principali risultati allora pubblicati in Francia, Germania e Inghilterra in questo ramo delle matematiche elementari. Nel 1902 Alasia pubblicò anche un *Saggio Terminologico-Bibliografico sulla Recente Geometria del Triangolo*.

Una lettera di Alasia ad Henri Brocard, datata 8 Dicembre 1899, ci mostra le fasi iniziali di questo lavoro:

Monsieur H. Brocard,

Je me prends l'ardire de vous envoyer a billet pour vous prier d'une grace. Comme j'ai eu l'honneur de parteciper a M. Lemoine à Paris et à M. Neuberg à Liège, je travaille à la publication d'une livre sur la Nouvelle Gèometrie du triangle, qui sera, je crois, le premier en Italie sur ce sujet. Comme je les avais priés, tout l'un que l'autre m'ont envoys leurs publications, et M. Neuberg a été tant bon de prier M. Vigarié et M. Gob de faire de même, comme de même à fait M. Poulain. Mais j'aurais besoin de connaître toutes les ouvrages des fondateurs de cette nouvelle branche de la Géometrie, et en particulier de vous qui en êtes le principal.[…]

Lo scopo di questa comunicazione è presentare i primi risultati dei miei studi sui contributi di Alasia alla Geometria del Triangolo.

BIBLIOGRAFIA

Halsted, G.B. (1902). Cristoforo Alasia, *The American Mathematical Monthly*, **9** , 183-185.

Retali, V., Biggiogero, G., (1979). La geometria del triangolo. In *Enciclopedia delle Matematiche Elementari e Complementi*, a cura di L. Berzolari, G. Vivanti, D. Gigli, vol. 2-parte1[a], pp. 175-214.

Romera-Lebret P., (2014). La nouvelle géométrie du triangle à la fin du XIX[e] siècle: des revues matématiques intermédiaires aux ouvrages d'enseignement, *Revue d'histoire des mathématiques*, **20**, 253-302.

… "Ma per le ingiurie del tempo questo bel lavoro del geometra di Perga non è a noi pervenuto" [Colecchi, 1836, p. 3] [FINO AD OGGI]

Giuseppina FERRIELLO

L'opportunità di studiare lo scomparso testo di Apollonio sulle pulegge e sulle tangenze si deve alla pubblicazione su *Miras-e Elmi-ye Eslam va Iran* del *Kitāb Apulunius dar bare-ye qarqare-hā-ye az nosxe-ye šomare 195 majmu'a-ye Imām jami'a-ye Kermān, dānešgāh-e Tehrān* (Testo di Apollonio sulle ruote dentate n° 195 tratto dalla raccolta dell'Imam di Kerman, Università di Tehrān), manoscritto in persiano composto da 4 fogli con figure e tabelle (Rivista scientifica dell'Università di Tehrān, Editor in chief Mohammad Bagheri storico della Matematica e dell'Astronomia). L'autore è Abū Hātim ibn Ismāil al-Isfizari al-Isfarledī (XI-XII sec.), contemporaneo di 'Omar Xayyām e di 'Abdarraxman al-K^{w}āzinī, col quale condivide la provenienza regionale e l'interesse per la bilancia idrostatica, di cui realizza un modello a due bracci, che K^{w}āzinī inserisce in: *La bilancia della saggezza*, con testi di suoi predecessori (Ferriello 2005, p. 344).

Il testo di Apollonio sulla puleggia - di cui esistono 2 esemplari in persiano - col titolo *Kitāb-e Ablūniūs fī al-bakara* è anche nell'*Iršād* araba dello stesso autore--disponibile negli archivi di Damasco, Hyderabadd e Manchester--che è oggi l'opera più completa dei testi di meccanica ed è stata studiata dal prof. Abattouy (2015); inedita, invece, la versione persiana, di cui il prof. Hamid-Reza Nafisi fornisce la stampa anastatica di alcune pagine del codice e la trascrizione in persiano, di cui ci serviamo per la versione e l'edizione critica; laddove il prof. Abattouy si è limitato allo studio dei testi in arabo.

Al-Isfizari – originario della regione orientale iranica del Xorāsān traduceva dal greco in arabo e in persiano - rispettivamente lingua internazionale del tempo e lingua natìa -; era flosofo, studioso di Astronomia e costruttore di strumenti dell'osservatorio di Samarcanda, collaborò con 'Omar Xayyām alla revisione del calendario di Malekšāh (1074-1075); scrisse un Sommario sugli Elementi di Euclide, un'Introduzione al rilievo, un testo ispirato a Cassiano Basso sulle Piante e la Scienza naturale, uno sulla Botanica, uno sulla meteorologia, un Discorso sulla fisica.

Il libro di Apollonio si articola in 7 proposizioni con dimostrazioni e figure di grande interesse sia per il confronto fra le versioni araba e persiana, sia per la correlazione con un altro codice della raccolta: *I principi del libro di Erone il meccanico sul sollevamento dei corpi pesanti con una piccola forza*.

BIBLIOGRAFIA

Abattouy, M., al-Hassani, S., (2015). The corpus of al-Isfizārī in the Science of Weights and Mechanical Devices, Al-Furqān, London.

Abattouy M. (tr.), Hamid-Reza Nafisi, (2016). The Corpus of Mechanics of al-Isfizārī: its structure and signification in the context of Arabic Mechanics, *Miras-e elmi-ye Eslam va Iran*, n° 9, vol.5, NO 1, 6-34. Il testo è in persiano ed ha i soli titoli in inglese.

Colecchi, O., (1836). *Su i problemi delle tazioni*, Napoli, Tipografia Sangiacomo.

Ferriello, G., (2005). The lifter of Heavy Bodies of Heron of Alexandria in the Iranian World, *Nuncius*, **20**, 327 – 345.

G. Ferriello, Gatto, M., Gatto, R., (2016). *The Baroulkos and the Mechanics of Heron*, Leo S. Olschki, Firenze.

Heron d'Alexandrie, (1988). *Les Mecaniques ou l'élévateur des corps lourds*, texte arabe de Qustā Ibn Luqā établi et traduit par B. Carra de Vaux. Intr. par D.R. Hill, commentaires par A.G. Drachmann (Paris: Les Belles Lettres, 1988).

Khanikoff, N., (1860). Analysis and extracts of Book of the Balance of Wisdom. *Journal of American Oriental Society*, **6**, 1 – 128. Ristampa anastatica,Vaduz,1982.

Javad Nategh, M., بررسی اصالت نسخه‌های فارسی جرّثقیل, Tarikh-e ‘Elm no. 16, pp. 95-113.

"Un'opera magistrale, sebbene dimenticata": il trattato sulle sezioni coniche di Boscovich

Alessandra FIOCCA

(Dipartimento di Matematica e Informatica - Università di Ferrara)

Il trattato sulle sezioni coniche di Boscovich uscì nel terzo volume degli *Elementa Universae Matheseos*, (Roma, 1754) comprendente due testi, ciascuno con un proprio titolo, rispettivamente *Sectionum Conicarum Elementa* e *De transformatione locorum geometricorum*. La dissertazione sulla trasformazione dei luoghi geometrici è intimamente connessa alla prima parte rappresentando l'estensione ad una classe più ampia di luoghi geometrici del principio di continuità geometrico riscontrato da Boscovich nel corso della trattazione delle sezioni coniche.

All'inizio del suo trattato Boscovich definisce una sezione conica assegnando la direttrice, un fuoco e l'eccentricità:

> Si ex omnibus punctis P cujusdam lineae ducta PD perpendiculari ad rectam AB indefinitam positione datam, et alia recta PF ad punctum F datum extra ipsam AB, fuerit semper FP ad PD in ratione data; lineam illam dico Sectionem Conicam, Ellipsim, Parabolam, vel Hyperbolam, prout illa ratio fuerit minoris inaequalitatis, aequalitatis, vel majoris inaequalitatis.

Questa proprietà era già nota a Pappo (Collezioni Matematiche, lib. VII prop. 238), tuttavia fu Newton che la riscoprì (*Aritmetica Universalis* prob. 24), e su di essa Boscovich basò la sua teoria delle sezioni coniche.

Nella proposizione III, consistente nel determinare l'intersezione di una conica con una retta data, Boscovich introdusse ciò che Charles Taylor (1881) definì "the characteristic feature of a masterly though neglected work". Si tratta di un cerchio ausiliario a cui Boscovich non diede nome, ma che chiameremo, seguendo Taylor, "cerchio eccentrico". Più precisamente, il cerchio eccentrico di una conica, rispetto a un assegnato punto, è il cerchio centrato in quel punto di raggio uguale al prodotto della distanza del punto dalla direttrice moltiplicata per l'eccentricità della conica.

Con l'impiego del cerchio eccentrico, Boscovich definì implicitamente una trasformazione del piano in sé, che muta secanti e tangenti al cerchio rispettivamente in secanti e tangenti alla conica. Come illustrerò nella mia comunicazione, si tratta di un metodo elementare, ma estremamente efficace, per mezzo del quale Boscovich ricavò le proprietà di una conica dalle proprietà del cerchio.

BIBLIOGRAFIA

Boscovich, R. J., (1754). *Elementorum universae matheseos tomus III continens sectionum conicarum elementa, nova quadam methodo concinnata et dissertationem de transformatione locorum geometricorum ubi de continuitatis lege, ac de quibusdam infiniti mysteriis*. Salomoni, Romae.
Del Centina, A., Fiocca, A., (2017a). Boscovich's Geometrical Principle of Continuity and the "Mysteries of the Infinity", presentato a *Historia Mathematica*.
Del Centina, A., Fiocca, A., (2017b) A Masterly Though Neglected Work: Boscovich's Treatise on Conic Sections, in corso di preparazione.
Newton, I., (1707). *Arithmetica Universalis*. Typis Academicis, Cantabrigiae.
Pappus d'Alexandrie, (1588). *Mathematicae Collectiones a Federico Commandino Urbinate in latinum conversae et commentaris illustratae*. Apud Franciscus de Franciscis Senensem, Venetiis.
Taylor, C., (1881). *An Introduction to the Ancient and Modern Geometry of Conics*. Deighton Bell and co., Cambridge and Georg Bell and Sons, London.

Qualche osservazione ispirata dai tre *loca mathematica* del *Menone* di Platone

(73e-76a; 82b-86c; 86c-89b)

Massimo GALUZZI

(Dipartimento di Matematica "F. Enriques", Università di Milano)

Sui luoghi matematici citati nel titolo vi è una letteratura assai vasta e per ognuno di essi ''Sono possibili differenti spiegazioni che vanno dalle più semplici e quasi banali alle più complesse''. (Si veda: Platone, 2016, p. 206, nota 58: Reale si riferisce in particolare all'ultimo di essi, che contiene la famosa espressione ἐξ ὑποθέσεως, ma mi pare che il suo giudizio si possa estendere anche agli altri luoghi).

In effetti vi è una notevole differenza, per esempio, tra l'interpretazione data da Favaro (1875) del secondo di questi luoghi,- quello ove Socrate conduce lo schiavo a 'rammentare' come si effettua la duplicazione del quadrato,- e la drammatizzazione proposta da Toth (1998).

Anche per il terzo luogo, il piu celebre, vi è una differenza notevole tra l'interpretazione proposta da Gaiser (1964) (quella giudicata più efficace da Reale) e quella di Cook Wilson (1903) (per molti storici della matematica considerata la più interessante). (Si veda anche il recente articolo Iwata (2015)). Nel mio intervento non pretendo di aggiungere nuove interpretazioni. Tuttavia le molte argomentazioni matematiche che ho esaminato suggeriscono una sorta di 'lettura guidata' dei contenuti matematici del tempo di Platone ed in particolare di quella parte degli *Elementi* che la tradizione giudica di questo periodo. Questa lettura può fornire notevoli spunti interessanti.

BIBLIOGRAFIA

Butcher, S. H., (1888). The geometrical problem of the Meno. *The Journal of Philology*, **17**, 219-225.
Cattanei, E., (2003). Le matematiche al tempo di Platone e la loro riforma. In Vegetti M., (a cura di). *Platone, Repubblica, Libri VI, VII,* Napoli. Bibliopolis, pp. 473-539.

Cook Wilson, J., (1903). On the geometrical problem in Plato's Meno 86 e sqq.: with a note on a passage in the treatise De lineis insecabilibus (970^{a}5). *The Journal of Philology*, **28**, 222-240.

Favaro, A., (1875). *Sulla ipotesi geometrica del Menone di Platone*. Tipografia del Seminario, Padova.

Fowler, D. H., (1987). *The mathematics of Plato's Academy*. Clarendon Press, Oxford.

Gaiser, K., (1964). Platon Menon und die Akademie. *Archiv für Geschichte der Philosophie*, **46**, 241-292.

Iwata, N., (2015). Plato on the geometrical hypotesis in the *Meno*. *Apeiron*, **48**, 1-19.

Klein, J., (1965). *A commentary on Plato's Meno*. The University of Chicago Press, Chicago.

Knorr, W. R., (1986). *The ancient tradition of geometric problems,* Birkhäuser, Boston.

Menn, S., (2002). Plato and the Method of Analysis. *Phronesis*, **47**, 193-223.

Platone (2016). *Menone*. Bompiani, Milano. Prefazione, saggio introduttivo, traduzione e note di commento di G. Reale. Saggio integrativo di I. Toth. Traduzione, adattamento del saggio di I. Toth e bibliografia ragionata di E. Cattanei.

Toth, I., (1998). *Lo schiavo di Menone*. Vita e Pensiero, Milano. Introduzione, traduzione, bibliografia e indici a cura di E. Cattanei. Presentazione di G. Reale.

Wolfsdorf, D., (2008). The Method εξ ὑποθἐσέως at *Meno* 86e1-87d8. *Phronesis*, **53**, 35-64.

Zyskind H., Sternfeld R., (1977). Plato's *Meno*: 86e-87a: The Geometrical Illustration of the Argument by Hypothesis. *Phronesis*, **22**, 206-211.

ELMI - Elenco di Link a pagine su Matematici Italiani: fruibilità attuale e auspici di sviluppo

Gabriele LUCCHINI
(Dipartimento di Matematica "F. Enriques", Università degli Studi di Milano)[1]

1. *ELMI* è acronimo per "*Elenco di Link a pagine su Matematici Italiani*" e indica un gruppo di file, a cura di G. Lucchini, A. Marini, G. Moreschi, che dal 15 giugno 2017 è fruibile nel sito della Biblioteca matematica "Giovanni Ricci" della UNIMI. Il file principale, per il quale sono già in corso aggiornamenti, è di circa 660 KB, con oltre 3600 nomi e oltre 6900 link, ed è consultabile anche senza una lettura preventiva dei file che lo accompagnano.

2. ELMI propone l'accesso a pagine internet di biografie e bibliografie di studiosi italiani e di altri, che hanno contribuito allo sviluppo in Italia della matematica e di discipline ad essa contigue: la raccolta è ottenuta e resa disponibile con strumenti informatici piuttosto semplici e tali da consentire una sua crescita attraverso vari contributi.

3. In ELMI le linee dedicate agli studiosi sono del tipo

Agnesi, Maria Gaetana (1718-1799): MathIt | McT | itwp | Trc | !F:

le sigle sono chiarite in ELMIbSMB: quelle sottolineate indicano i link (v. § 4); le altre sono informative e per dati statistici.

4. La prima collezione è stata ricavata da cinque raccolte sviluppate da organismi autorevoli: Mathematica Italiana, Mac Tutor, **Biblioteca Digitale Italiana di Matematica**, Wikipedia in italiano, Dizionario Biografico degli Italiani Treccani; essa elenca circa 2500 persone. In seguito si sono utilizzate altre fonti, in rete e su carta, passando alle dimensioni già indicate per il file della prima immissione.

5. La disomogeneità dei dati ha comportato e comporta imprecisioni, incompletezze e ridondanze, per le quali si chiede venia e collaborazione.

6. Oltre all'auspicio di collaborazioni per rimozione di errori e per aggiornamenti che amplino quelli già avviati, per ELMI paiono auspicabili riflessioni metodologiche e sviluppi resi possibili da interventi di enti e persone con diversi interessi e competenze, anche volti alla realizzazione di elenchi per argomenti, in vista di confronti e inserimenti nel file e di guide alla scelta di linee da consultare. Un ELMI opportunamente arricchito potrebbe essere utile stimolo per altri servizi in internet.

7. Per gli sviluppi pare opportuno distinguere, in relazione alla documentazione reperibile in internet, tre categorie di studiosi: quelli del passato, quelli che hanno lasciato il loro servizio negli ultimi 20-30 anni o che sono "non strutturati", quelli ancora in organici dei vari tipi.

Il riferimento a pagine internet porta ad auspicare che vengano considerati i problemi specifici per queste tre categorie in relazione alle immissioni di testi nel web, distinguendo tra quelle liberamente fruibili e quelle a pagamento, anche per la bibliografia secondaria, in particolare nella attenzione agli "studiosi del passato".

Ruggiero Giuseppe Boscovich tra Pavia e Milano
nella corrispondenza con Giovanni Antonio Lecchi

1 La presentazione sarà consultabile in http://www.mat.unimi.it/users/lucchini/g409.htm ai primi di novembre.

Maria Giulia LUGARESI
(Dipartimento di Matematica e Informatica - Università di Ferrara)

Nella primavera del 1764 Ruggiero Giuseppe Boscovich, accogliendo l'offerta del governo austriaco, giunge a Pavia per occupare la cattedra di matematica nel locale ateneo, rimasta vacante dopo la morte di Ramiro Rampinelli (1759). In questo periodo l'ambiente lombardo è al centro di una serie di progetti di riforma che mirano a rilanciare l'insegnamento superiore, sia nelle Scuole Palatine di Milano che all'Università di Pavia. La chiamata di Boscovich si colloca infatti tra i provvedimenti previsti dalla riforma attuata nell'autunno del 1763 per rilanciare gli insegnamenti tecnico-scientifici in Lombardia. Durante il suo soggiorno lombardo, a Pavia prima e a Milano poi, Boscovich ha occasione di stabilire importanti contatti scientifici. Uno dei più rilevanti, anche per le ripercussioni che avrà sulla sua produzione scientifica, è rappresentato dal matematico e idrostatico Giovanni Antonio Lecchi, a quel tempo professore al Collegio di Brera. Una serie di lettere scritte da Lecchi a Boscovich nel periodo 1763-1770 ben documentano l'attività dei due scienziati, accomunati da interessi di natura idraulica. Boscovich, all'epoca, rappresentava uno dei tecnici più autorevoli nella risoluzione di problemi riguardanti la scienza delle acque. Risalgono agli anni sessanta del Settecento alcuni dei suoi lavori più famosi, come quelli relativi al porto di Rimini o alla bonifica delle Paludi Pontine. In questo periodo anche Lecchi interviene in questioni idrauliche di grande interesse pratico: egli infatti viene interpellato, in qualità di esperto, nella problema della regolazione del fiume Reno tra le province di Bologna, Ferrara e Ravenna. La corrispondenza idraulica tra i due gesuiti consente quindi di ricostruire una fase particolarmente rilevante della loro vita scientifica.

BIBLIOGRAFIA

Agnes, L., (2006). *Ruggero Giuseppe Boscovich. Un professore gesuita all'Università di Pavia (1764-1768)*, Cisalpino, Milano.

Bursill-Hall, P. (a cura di), (1993). *R. J. Boscovich. Vita e attività scientifica. His life and scientific work*, Treccani, Roma.

Lugaresi, M. G., (2011). R. G. Boscovich (1711-1787): le prime ricerche sul moto delle acque, *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, **31**, 217-246.

Lugaresi, M. G. (a cura di), (2013). *Ruggiero Giuseppe Boscovich. Opere varie di idraulica.* In *Edizione Nazionale delle Opere e della Corrispondenza di Ruggiero Giuseppe Boscovich*, Alexma, Cinisello Balsamo.

Mantovani, D., (a cura di), (2015). *Almum Studium Papiense. Storia dell'Università di Pavia. Volume 2: Dall'età austriaca alla nuova Italia*, Cisalpino, Milano.

Paoli, G., (1988). *Ruggiero Giuseppe Boscovich nella scienza e nella storia del '700*, Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL, Roma.

Pepe, L., (2011). *In viaggio nello Stato della Chiesa.* In: Ruggiero Giuseppe Boscovich, *Viaggio astronomico e geografico nello Stato della Chiesa*, Stefano Franchini (curatore), Edizioni della Normale, Pisa, pp. VII- XXV.

Pepe, L., (2014). *Boscovich as Mathematician and his Italian Pupils.* In G. Katsiampoura (curatrice), *Scientific Cosmopolitanism and Local Cultures: Religions, Ideologies, Societies, National Hellenic Research Foundation.* Athens, pp. 425-430.

Aristotele e la matematica

Silvio MARACCHIA

In occasione della stampa del lavoro *Aristotele e la matematica*, nella relazione si mette in luce l'importanza che il filosofo greco ha avuto per la storia della matematica sia per aver conservato alcuni risultati che altrimenti sarebbero andati smarriti (Ippocrate di Chio; Antifonte ecc.) e sia per diversi metodi di dimostrazione pre-euclidei (uso degli angoli curvilinei, luogo di punti ecc.).

Viene messo in luce inoltre il contributo principale di Aristotele alla matematica e cioè la messa a punto del cosiddetto sistema ipotetico-deduttivo, già mostrato in parte dai matematici, la scelta di vocaboli diventati poi di uso matematico e talvolta dell'uso della tecnica sillogistica nella dimostrazione.

"L'Euclide deve essere bandito dalle scuole classiche"
Lettere Perugine (1871-1873)

Maria Clara NUCCI, Giampaolo SANCHINI
(Università degli Studi di Perugia)

Nel contesto delle polemiche sorte in Italia tra gli insegnanti di matematica all'indomani della decreto Coppino del 1867, che, organizzando i programmi di Matematica con l'apporto di Cremona, reintrodusse, come manuale di Geometria, gli *Elementi di Euclide* nei ginnasi e nei licei, due professori perugini, autori essi stessi di testi di geometria, ovvero Sebastiano Purgotti, che diventerà anche Rettore dell'Università di Perugia, e l'insegnante Rinaldo Marcucci Ricciarelli redigono e pubblicano lettere polemiche non solo indirizzate verso l'un l'altro, ma anche ad altri esponenti dell'epoca incluso quel Wilson, la traduzione in italiano del cui articolo del 1868 pubblicata dal giornale di Battaglini infiammò ulteriormente gli animi. Sebbene Purgotti avesse già espresso la sua contrarietà all'*Euclide* sin dal 1868, la diatriba tra i due perugini inizia quando nel 1871 Ricciarelli invia un'accesa lettera al Commendatore Cesare Correnti, allora Ministro della Pubblica Istruzione, lettera pubblicata a Perugia sotto il titolo *L'Euclide deve essere bandito dalle scuole classiche.* In tale lettera egli fa riferimento ad un articolo del 1870 di Purgotti dal titolo eloquente *Sulla necessità di escludere lo studio della Geometria dai Pubblici Ginnasi e l'Euclide dai Licei*. Da qui insorge una polemica epistolare in cui i due perugini, sebbene d'accordo nell'eliminare *l'Euclide,* adducono diverse motivazioni basate sulle loro personali riflessioni di alcune parti degli *Elementi*. Ulteriori argomenti a sostegno della sua posizione contraria all'Euclide vengono esposti dal Purgotti nella sua lettera al Wilson, nel quale il professore perugino dimostra di conoscere non solo le polemiche italiane ed i loro attori, ma anche quelle inglesi.

BIBLIOGRAFIA

Borgato, M.T., (1981). Alcune note storiche sugli Elementi di Euclide nell'insegnamento della matematica in Italia. *Archimede*, **33**, 185-193.
Cajori, F., (1910). *Attempts Made During the Eighteenth and Nineteenth Centuries to Reform the Teaching of Geometry,* The American Mathematical Monthly, Vol. 17, No. 10 (1910), pp. 181-201.

Giacardi, L., (1995). Gli "Elementi" di Euclide come libro di testo. Il dibattito di metà Ottocento in Italia. In

Conferenze e seminari, 1994-1995. Torino, Associazione Subalpina Mathesis e Seminario T. Viola, pp. 175-188.

Giacardi, L., (a cura di), (2006). *Da Casati a Gentile : momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia.* Lugano, Lumières Internationales.

Hirst, T.A., (1872). Report of the Association for the Improvement of Geometrical Teaching, *Nature,* **5**, 401-403.

Magni, F., da Campagnola, S., Severi, L., (1980) *Sebastiano Purgotti e i suoi tempi (1799-1879)*, Cagli.

Pepe, L., (2006). Insegnamenti matematici e libri elementari nella prima metà dell'Ottocento: modelli francesi ed esperienze italiane. In Giacardi (2006), pp. 65-98.

Purgotti, S., (1858). *Elementi di algebra, aritmetica e geometria, IV edizione*, Perugia.

Purgotti, S., (1868). *Euclide e la logica naturale,* Perugia.

Purgotti, S., (1870). *Sulla necessità di escludere lo studio della Geometria dai Pubblici Ginnasi e l'Euclide dai Licei,* Il Baretti, Torino.

Purgotti, S., (1871a) *Riflessioni a due opuscoli intitolati, l'uno- Euclide debbe essere bandito dalle scuole classiche- e l'altro- Concetto delle quantità irrazionali- all'autore Prof. Rinaldo M. Ricciarelli,* Perugia.

Purgotti, S., (1871b). *Cicalate polemiche intorno alle moderne difese degli antichi errori nell'insegnamento delle matematiche*, Perugia.

Purgotti, S., (1873a). *Lettera al Ch. Prof. J.M. Wilson,* Perugia.

Purgotti, S., (1873b). *Intorno ai dubbi logici sulle Definizioni 6°,7°,8°, del Libro V d'Euclide importantissimo opuscolo dell'illustre Prof. G.M. Bertini. Osservazioni logiche,* Perugia.

Ricciarelli, R.M., (1854). *Lettera ad un amico su vari argomenti di aritmetica, algebra e fisica,* Perugia.

Ricciarelli, R.M., (1856). *Lezioni di aritmetica, algebra e geometria,* Perugia.

Ricciarelli, R.M., (1869). *Lettere su vari argomenti di matematica e fisica,* Perugia.

Ricciarelli, R.M., (1871a). *L'Euclide deve essere bandito dalle scuole classiche,* Perugia.

Ricciarelli, R.M., (1871b). *Concetto delle quantità irrazionali,* Perugia.

Ricciarelli, R.M., (1873). *Lettera in risposta a quella del Chiar.mo Professore Sebastiano Purgotti in data 16 settembre 1871*, Perugia.

Wilson, J.M., (1868). Euclide come testo di geometria elementare, *Giornale di matematiche*, **6**, 361-368.

Le lettere mantovane e quelle napoletane di Baldassare Boncompagni a Gilberto Govi

Nicla PALLADINO, Luciano CARBONE

Nella seguente relazione si presenta il carteggio tra Baldassare Boncompagni (Roma 1821 – Roma 1894) e Gilberto Govi (Mantova 1826 – Roma 1889). Le lettere, che coprono il periodo che va dal 1868 fino al 1887, sono quelle inviate da Boncompagni a Govi, cinquantasette custodite presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni "Renato Caccioppoli" dell'Università di Napoli Federico II, quarantasei conservate in un fondo Govi presso l'Accademia Nazionale Virgiliana a Mantova. Il carteggio documenta un'intensa collaborazione tra i due studiosi nel campo della storia della scienza: accomunati dalla bibliofilia, entrambi avevano formato delle importanti collezioni di libri e documenti e Govi, fisico assai attivo nella seconda metà dell'Ottocento soprattutto nel campo dell'ottica, nonché uno dei massimi storici della fisica, diede numerosi contributi al celebre *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche* di Boncompagni. Quest'ultimo fu, a sua volta, forse il maggior cultore della storia della matematica nell'Ottocento. Proprio su questi contributi si concentra lo scambio epistolare.

BIBLIOGRAFIA

Carbone L., Palladino N., (2016). L'epistolario ritrovato. Le lettere "napoletane" di Baldassarre Boncompagni a Gilberto Govi. *Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli*. **83**, 23-86.

Carbone L., Palladino N., (2016). Le lettere "mantovane" di Baldassarre Boncompagni a Gilberto Govi. In corso di stampa.

Carbone L., Gatto R., Palladino F., (2001). La costituzione di un fondo di antichi libri scientifici: il caso del Dipartimento di Matematica e Applicazioni della "Federico II" di Napoli e la collezione Govi Davis. *Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli*. **68** (S. IV), 7-15.

Caye P., Nanni R., Napolitani P.D., (curatori), (2015). Scienze e rappresentazioni. Saggi in onore di Pierre Souffrin. Atti del convegno internazionale (Vinci, Biblioteca Leonardiana, 26-29 settembre 2012). Olschki, Firenze.

Fiocca A. (2015) Il «Bullettino» Boncompagni e la riscoperta della matematica medievale. In: Caye P., Nanni R., Napolitani P.D. (2015).

Fiocca A., (2017) The *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche* (1868-1887), an example of the internationalisation of research. *Historia Mathematica*, **44**, 1-30.

Lefons, C., (1984). Un capitolo dimenticato della storia delle scienze in Italia: il «Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche» di Baldassarre Boncompagni. *Giornale critico della filosofia italiana*. **63** (LXV), 65-90.

Mercanti F., Tallini L., (curatori), (2001). *Atti del convegno Contributi di Scienziati Mantovani allo Sviluppo della Matematica e della Fisica.* Consorzio Universitario Mantovano. Politecnico di Milano, Milano.

Nardi, B., (1927). Gilberto Govi. *Bozzetto con una breve descrizione delle carte goviane presso la R. Accademia Virgiliana di Mantova*. Tipografia Aldo Manuzio, Mantova.

Navarrini, R., (2007). Le carte di Gilberto Govi conservate nell'Accademia Nazionale Virgiliana. In (Cavallaro C., Innocenti P. 2007). Volume secondo, pp. 647-663.

Palladino F., Palladino N., (2001). Gilberto Govi, storico della fisica e bibliofilo. In: Mercanti F., Tallini L., (2001), pp. 209-226.

Schettino E., Borrelli A., (2017). *Gilberto Govi collaboratore del "Bullettino" di Baldassarre Boncompagni. Scienza e politica*. In corso di stampa.

Elisa PATERGNANI
(Dipartimento di Matematica e Informatica - Università di Ferrara)

L'insegnamento della matematica nelle scuole militari italiane del periodo napoleonico

Napoleone Bonaparte, prima in Francia e più tardi nel resto dei paesi occupati dalla Grande Armata, istituì scuole riservate ai militari, ai loro figli e a giovani studiosi che volevano intraprendere la carriera militare. In Italia, divisa in territori direttamente o indirettamente legati alla Francia, furono perfezionate secondo il modello francese le scuole militari del secolo precedente (di Torino, Verona e Napoli).
Nel Regno d'Italia (1805-1814) il reclutamento degli ufficiali avveniva nella *Regia Scuola Militare* di Pavia e nella *Scuola Militare del Genio e dell'Artiglieria* di Modena diretta da Leonardo Salimbeni, allievo e successore di Antonio Maria Lorgna al *Militar Collegio* di Verona.
La prima, con un corso di studio di due/tre anni, formava gli ufficiali di fanteria; il professore di matematica applicata era qui tenuto ad insegnare l'algebra, la geometria, la trigonometria, i logaritmi, le serie geometriche e la topografia. La seconda, che preparava alle "armi speciali", prevedeva corsi della durata di tre/quattro anni e gli insegnamenti di matematica includevano argomenti previsti nei primi anni dei corsi universitari. Il *Corso di Matematica ad uso degli aspiranti alla Scuola d'Artiglieria, e Genio di Modena* (Modena, Società Tipografica, 1805-1808) era composto dai testi di Paolo Chelucci, Guido Grandi, Paolo Ruffini, Antonio Cagnoli, Giuseppe Tramontini e Carlo Benferreri.
Nel Regno di Napoli, in cui vi era già la *Reale Accademia Militare* della "Nunziatella", Gioacchino Murat istituì il 13 agosto 1811 la *Scuola Reale Politecnica, e militare* a somiglianza di quella francese. Essa aveva infatti lo scopo di diffondere la cultura delle scienze matematiche e chimiche, dell'arte militare, delle arti grafiche e delle belle lettere, nonché formare gli allievi delle scuole di applicazione, dell'artiglieria di terra e di mare e del Genio.
La scuola militare italiana dell'Impero francese fu trasferita da Torino ad Alessandria. Essa era una delle undici scuole reggimentali di artiglieria francesi (La Fère, Besançon, Grenoble, Metz, Strasburgo, Douay, Auxonne, Toulouse, Rennes, Valence) controllate dal ministero della guerra. Tali istituti avevano un professore di matematica, un ripetitore e un maestro di disegno. Ad Alessandria fu chiamato ad insegnare Giovanni Plana che mantenne il suo incarico fino alla nomina di professore di astronomia all'Università di Torino. Uno degli esaminatori di questa scuola fu Adrien M. Legendre.

BIBLIOGRAFIA

Leschi, V., (1994). *Gli Istituti di educazione e di formazione per ufficiali negli stati preunitari*. 3 v. Roma: Stabilimento grafico militare Gaeta.

Patergnani, E., (2017). The teaching of mathematics in the Italian artillery schools in the eighteenth century (in corso di stampa). In Bjarnadóttir, K., Furinghetti, F., Meghini, M., Prytz, J., & Schumbring, G. (Eds.). *"Dig where you stand" 4. Proceedings of the fourth International Conference on the History of Mathematical Education.* Rome: Nuova cultura.

Pepe, L., (2016). Insegnamenti matematici e libri elementari nel primo Ottocento. In Idem, *Insegnare matematica. Storia degli insegnamenti matematici in Italia*. Bologna: Clueb, pp. 289-303.

Rochat, G., (1966). La scuola militare di Pavia 1805-1826. *Bollettino della Società pavese di storia patria*, pp. 175-248.

Per una storia degli insegnamenti matematici in Italia

Luigi PEPE

(Dipartimento di Matematica e Informatica - Università di Ferrara)

Un recente volume ripercorre la storia degli insegnamenti matematici in Italia, non come sono stati progettati, ma come sono stati effettivamente svolti, riprendendo un progetto di Emile Durkheim e poi realizzato in diversi paesi. La matematica è stata quasi sempre una disciplina mondializzata: Archimede dalla Sicilia e Apollonio dalla Turchia andarono a studiare ad Alessandria in Egitto. Anche per quanto riguarda gli insegnamenti matematici, e in particolare i libri di testo, si registrano numerosi fenomeni di mondializzazione: sei libri degli *Elementi* di Euclide, a cura di Cristoforo Clavio, furono tradotti e pubblicati in cinese dal gesuita Matteo Ricci nel 1607. I gesuiti esportarono in India, in Cina, nelle Americhe le opere matematiche e astronomiche europee per tutto il Seicento. Per limitarci all'Italia i manuali più diffusi di aritmetica e di geometria per più di un secolo furono quelli del gesuita belga Andreas Tacquet (1612-1660): *Elementa geometriae planae ac solidae* (1654), *Arithmeticae theoria et praxis* (1665). Ad essi subentrarono, con grande impatto, i manuali di Clairaut, Bossut. Lacroix, Legendre, tradotti in italiano, e arriviamo a metà Ottocento. Oggi è possibile disporre di un ampia scelta di libri elementari di matematica sul sito: *Mathematica Italiana:* http://mathematica.sns.it/opere/libri-elementari.html

D'altra parte la matematica è parte della cultura di un paese e le vicende della cultura italiana si presentano con proprie peculiarità alle quali non sono estranee le scienze matematiche. L'Italia letteraria esiste almeno dal Trecento con l'opera di Dante, Petrarca e Boccaccio, cultori essi stessi anche di materie scientifiche, ma l'Italia fu all'avanguardia dello studio della matematica in Europa da quasi un secolo prima con l'opera di Leonardo Pisano. Quella italiana è la più antica tra le lingue nazionali oggi parlate a registrare un'opera matematica: un libro d'abaco in volgare umbro risalente alla fine del Duecento. I gesuiti e gli altri ordini religiosi diedero, a loro modo, un'unità culturale agli italiani per quasi tre secoli, dal Cinquecento all'Ottocento, formando praticamente tutta la classe dirigente. E' difficile cogliere importanti elementi di contestualizzazione senza limitare gli orizzonti temporali e anche spaziali, ad esempio limitandosi ad un solo paese. Ignorare queste peculiarità porta ad immaginare riforme, per fortuna inapplicabili, tratte da copiature di regolamenti di vari paesi, incompatibili tra loro.

BIBLIOGRAFIA

Biagioli, M., (1989). The Social Status of Italian Mathematicians. *History of Science*, **27**, 41-95.

Belhoste, B., (1998). Pour une révalutation du role de l'einsegnement dans l'histoire des mathématiques. *Revue d'histoire des mathématiques*, **4**, 289-304.

Durkheim, E., (2006). *L'evoluzione pedagogica in Francia. Storia dell'insegnamento secondario*, a cura di Alessandro Russo, Bologna, Bononia University Press.

Karp, A., Schubring, G., (Eds.), (2014). *Handbook on the History of Mathematics Education*, Springer, New York.

Pepe, L., (2016). *Insegnare matematica. Storia degli insegnamenti matematici in Italia*, Bologna, Clueb, 541 pp. (ISBN 978 88 491 5493 1).

Quintino Sella e le collezioni di modelli e strumenti scientifici nelle scuole tecniche di Torino, 1845-1906

Chiara PIZZARELLI
(Dipartimento di Matematica "G. Peano", Università di Torino)

Impegnato nella politica scolastica del Regno di Sardegna e d'Italia, Quintino Sella (1827-1884) è noto per aver contribuito al rinnovamento dell'istruzione tecnico-scientifica.

Compiuto il soggiorno di perfezionamento all'estero post-laurea, durante il quale visitò la *Great Exhibition* di Londra (1851) e numerosi istituti scientifici europei, e instaurò contatti internazionali con noti scienziati e costruttori di strumenti, dal 1852 al 1862 Sella si dedicò all'insegnamento tecnico e universitario, collaborando con il Maestro Carlo Ignazio Giulio alla creazione e allo sviluppo del R. Istituto Tecnico di Torino (1852-1859) e delle sue collezioni scientifiche. Dal 1858 fu coinvolto nei lavori della Commissione Casati, dove fu tra i protagonisti nell'elaborazione dei regolamenti e dei programmi per la R. Scuola di Applicazione per gli ingegneri di Torino (1859-1906).

Nell'illustrare la nascita e l'evoluzione delle collezioni del R. Istituto Tecnico (mineralogica, meccanica, di strumenti per la topografia, …) – poi ereditate dalla R. Scuola di Applicazione – nella comunicazione si intende analizzare il ruolo di Sella nella ricerca, nell'acquisto e nell'ideazione di modelli e di strumenti scientifici. Dallo studio della corrispondenza con C.I. Giulio, con i suoi assistenti B. Gastaldi e L. Albertazzi e con altri scienziati europei, come H.H. de Sénarmont, e dall'analisi dei cataloghi dell'Istituto, si mette in luce l'attenzione di Sella verso lo scopo didattico delle collezioni e il suo impegno nella ricerca delle avanguardie ingegneristiche europee.

Si illustra infine l'evoluzione delle collezioni dal 1859 al 1906 e l'influenza che Sella continuò ad esercitare sulla Scuola, negli anni successivi alla sua entrata in politica.

BIBLIOGRAFIA

Archivio Storico del Politecnico di Torino, *Fondo Biblioteca di Direzione*

Biblioteca di Storia e Cultura del Piemonte, *Fondo Giulio*

Fondazione Sella o.n.l.u.s. di Biella, *Carte Quintino Sella*

Curioni, G., (1884). *Cenni storici e statistici sulla Scuola d'applicazione per gl'ingegneri, fondata in Torino nell'anno*

1860, Torino, Candeletti.

Marchis, V., (ed.), (2008). *Letture politecniche*, vol. 1 (1889-1906), Torino, Centro St. Piem..

Marchis, V., (2009). *Disegnare progettare costruire. 150 anni di arte e scienza nelle collezioni del Politecnico di Torino*, Torino, Fondazione CRT.

Pizzarelli, C., (2017)- Il carteggio fra Carlo Ignazio Giulio e Quintino Sella. *Rivista di Storia dell'Università di Torino*, **6** (1), 1-40.

Pugno, G.M., (1959). *Storia del Politecnico di Torino*, Torino, Stamperia artistica nazionale.

Quazza, G., (1992). *L'utopia di Quintino Sella: la politica della scienza*, Torino, Comitato di Torino dell'Istituto per la Storia del Risorgimento italiano.

Quazza, G., Quazza, M. *Epistolario di Quintino Sella*, voll. 1-9, Roma, Istituto Storia del Risorgimento Italiano – Archivio Guido Izzi – Gangemi, 1980-1995, 1999-2005, 2010.

Richelmy, P., (1872). *Intorno alla Scuola di applicazione per gl'ingegneri fondata in Torino nel 1860. Cenni storici e statistici*, Torino, Fodratti.

Matematica, astronomia e storia della scienza nei Diari Berlinesi di G. V. Schiaparelli

Clara Silvia ROERO
(Dipartimento di Matematica "G. Peano", Università di Torino)

I *Diari berlinesi* di Giovanni Virginio Schiaparelli (1835-1910), ora disponibili in edizione critica, sono una fonte preziosa e interessante sia per la storia della matematica, sia per quella dell'astronomia e, più in generale, per la storia della scienza e della cultura del periodo risorgimentale e pre-unitario e per le relazioni internazionali intrecciate nel Regno di Sardegna da docenti dell'università di Torino.
Finanziato dal governo sabaudo, su indicazione dei professori Carlo Ignazio Giulio e Luigi F. Menabrea, il soggiorno di perfezionamento all'estero di Schiaparelli, descritto nei *Diari*, mostra gli studi compiuti sulle trasformazioni geometriche, oggetto di una memoria, poi edita dall'Accademia delle scienze di Torino, le lezioni seguite all'università di Berlino (nei corsi di J.F. Encke, H.W. Dove, G.A. Erman, J. C. Poggendorff, K.L. Michelet, E. Kummer, M. Ohm, K. Weierstrass, P.F. Arndt, F.S. Benaray, W.J. Förster, K. Ritter e H. Kiepert), le letture di giornali e di riviste, i volumi scientifici, filosofici e storici, i libri di letterature classiche e moderne, le ricerche svolte all'osservatorio, le conversazioni con professori e studiosi di varie discipline.
Nella comunicazione si metteranno in luce alcuni aspetti del percorso scientifico e culturale di Schiaparelli a Berlino, indagando in particolare le influenze che la "scienza humboldtiana" ebbe su alcuni scritti successivi, come quello del 1898 *Forme organiche naturali e forme geometriche pure*, molto apprezzato da G. Vailati e V. Volterra.

BIBLIOGRAFIA

Canadelli, E., (2007). Il Tycho Brahe dell'evoluzionismo: Giovanni Schiaparelli letto da Vailati e Volterra, *Annali del Centro Vailati*, 43-55.

Faye Canon, S., (1978). *Humboldtian Science.* In: Faye Canon, S. (ed.) *Science in Culture. The early Victorian Period*, New York, Science History Publication.

Gabba, L., (a cura di), (1925). *G.V. Schiaparelli, Le più belle pagine di astronomia popolare*, Milano, Hoepli.

Pizzarelli, C., Roero, C.S., (2015). Il carteggio fra Giovanni Virginio Schiaparelli e Quintino Sella, *Rivista di Storia dell'Università di Torino* **4 (**1), 1-124.

Roero, C.S., Tucci, P., (2017). *I Diari Berlinesi di Giovanni Virginio Schiaparelli 1857-1859*, Torino, DSSP.

Schiaparelli, G.V., (1898). *Forme organiche naturali e forme geometriche pure.* In: Vignoli, T. *Peregrinazioni antropologiche e fisiche*, Milano, Hoepli. Ristampa in *Le Opere di G.V. Schiaparelli*, vol. 8, pp. 350-416.

Le Opere di Giovanni V. Schiaparelli, 11 vol., Milano, Hoepli 1925-1930.

Schiaparelli G.V., (1925-27). *Scritti sulla Storia dell'Astronomia Antica*, 3 vol., Bologna, Zanichelli.

Schiaparelli, A., Gabba, L. (a cura di), (1925). *G.V. Schiaparelli Scritti editi e inediti*, Milano.

Vaccaro, M.A., (2016). Dalle trasformazioni quadratiche alle trasformazioni birazionali. Un percorso attraverso la corrispondenza di Luigi Cremona, *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, **36**, 9-44.

La geometria dimenticata: Ottavio Colecchi e i problemi delle tazioni

Franca ROSSETTI

I problemi sui contatti circolari, di cui si occupò Apollonio di Perga nel suo trattato delle Tangenti, non destarono interesse tra gli antichi geometri se non dopo oltre cinquecento anni dalla morte dell'autore. Infatti, poiché l'opera originale era andata perduta, nessun geometra della Grecia antica si era interessato a questa famiglia di problemi.

Il primo che se ne occupò fu Pappo di Alessandria che, seppur in modo oscuro secondo alcuni storici, riprese l'argomento nel libro VII delle sue Collezioni, ultimo trattato veramente significativo dell'antichità, nel tentativo di ridare allo studio della geometria nuova vitalità.

Anche in questo caso, però, i problemi sui contatti circolari non furono oggetto di particolare ed immediata attenzione e così trascorsero più di mille anni prima che qualche altro matematico se ne occupasse con rinnovato interesse.

Il dubbio sollevato da Regiomontano circa la possibilità che uno di questi problemi, il decimo, detto anche dei tre cerchi, potesse essere risolto solo con riga e compasso, diede il via ad un acceso confronto che coinvolse, tra il Seicento e il Settecento, illustri matematici nel tentativo di ricostruire le soluzioni di tutti i problemi contenuti nel trattato perduto, secondo il pensiero di Apollonio; tra questi Viète, Adriano Romano, Newton… Dunque, per oltre due secoli si verificò un fenomeno, la "divinazione del greco geometrizzare", che negli anni a venire coinvolse in Italia anche i matematici della scuola napoletana.

Così, i problemi sui contatti circolari, che qui presero il nome di Tazioni, furono oggetto di nuova attenzione da parte di valenti matematici locali: Fergola, Flauti, Scorza, Maresca e … finalmente Colecchi.

Colecchi, che era un matematico anomalo perché principalmente filosofo, non era inizialmente interessato a questo tipo di geometria e, dal momento che era un analista, nel 1811 criticò severamente i matematici napoletani che ancora si occupavano di Tazioni mentre in Francia e nel Nord Italia l'attenzione dei matematici era rivolta all'Algebra e alle sue applicazioni all'Analisi.

Tuttavia il Colecchi, come egli stesso ci riferisce, fu costretto a "prendere in mano la penna" per fare chiarezza sull'argomento e ad occuparsi dei problemi delle Tazioni in un successivo momento. Ciò avvenne venticinque anni dopo quando, consultando un libro di geometria di Sito al fine di portare a termine un suo scritto di geometria Descrittiva, si era imbattuto in un commento fatto dall'autore della Geometria di Sito circa la soluzione di un problema sui contatti circolari.

Il suo pensiero e le sue riflessioni sono contenuti nella memoria che egli scrisse nel 1836 nella quale egli stesso fa "divinazione", criticando i predecessori ed esponendo quello che per lui doveva essere stato il "vero" principio cui dovette servirsi Apollonio nel risolvere i problemi dei contatti (Tazioni).

BIBLIOGRAFIA

Boyer, C.B., (1990). *Storia della matematica.* Milano, Mondadori.

Colecchi, O., (1836). *Su i problemi delle Tazioni, memoria di Ottavio Colecchi ove si addita il vero principio di cui dovette Apollonio valersi nel risolverli*. Napoli, tip. Sangiacomo. Biblioteca Nazionale di Napoli.

Franchini, P., (1821). Saggio della storia delle matematiche corredato di scelte notizie biografiche ad uso della gioventù. Lucca, Tipografia di Francesco Bertini.

Gatto, R., (2009) La matematica a Napoli tra Sette-Ottocento. In *Le Scienze nel Regno di Napoli*, a cura di R. Mazzola, Aracne (Roma).

Maresca, L., (1825) Memoria in cui il metodo degli antichi si applica alla risoluzione di vari e difficili problemi e di quelli specialmente che diconsi delle Tazioni. Napoli, Stamperia Reale.

N. F. I problemi delle Tazioni risoluti con nuovi artifizi di Geometria. Biblioteca Nazionale, Napoli segnatura 679798.

Pepe, L., (2016). *Insegnare matematica, storia degli insegnamenti matematici in Italia.* Bologna, CLUEB.

Le geometrie non euclidee: un percorso didattico tra storia della matematica, arte e letteratura

Matteo TORRE

(Liceo Scientifico Statale “B. Cavalieri”, Verbania**)**

La matematica è stata considerata per millenni come una costruzione di conoscenze, basata su fondamenta solide e sicure e innalzata in modo sistematico e produttivo per ottenere una serie di verità inconfutabili e coerenti tra loro. Si può ben capire, allora, quali turbamenti, esitazioni e ripensamenti abbiano attraversato le menti e i cuori di quei tre matematici dell’800, Lobacevskji, Bolyai e Gauss che, pressoché contemporaneamente e in tre nazioni diverse e distanti tra loro, (Ungheria, Russia e Germania) stavano giungendo ad una medesima conclusione: la geometria di Euclide poteva non essere più il modello ideale poiché non possedeva più quei caratteri assoluti che fino ad allora le erano stati attribuiti. I risultati delle loro ricerche si scontrarono contro le affermazioni dei grandi della scienza ma, nonostante ciò, si giunse in pochi anni a capire e ad accettare che era possibile pensare ad altre geometrie: le geometrie non euclidee. La loro scoperta è senza dubbio da annoverare fra gli eventi che hanno maggiormente influenzato lo sviluppo della scienza, e non solo, nel XIX secolo.

È proprio a partire da questa convinzione che nell’anno scolastico 2015-2016 è stata realizzata una sperimentazione didattica sulle geometrie non euclidee, proponendo un percorso che partiva dalla storia della matematica e sconfinava nella fisica, nella filosofia, fino all’arte e alla biologia, passando per la curiosa apparizione nel film Avatar della superficie del Dini nel ruolo di un fiore (chiamati *helicoradian*). Tra le varie possibilità di approfondimento la scelta è caduta sulla superficie del Dini per la notevole importanza che ha avuto anche nella storia della matematica: proposta dallo stesso Ulisse Dini nel 1878 come “torsione della pseudosfera di Eugenio Beltrami, essa si ottiene assegnando a una trattrice un moto elicoidale intorno alla propria retta caratteristica. La rinnovata curiosità di altri studenti e il buon impatto didattico della prima edizione hanno costituito lo stimolo per riproporre nell’anno scolastico 2016-2017 il progetto, del quale sono state ampliate la parte interdisciplinare, valorizzando ulteriori legami tra le geometrie non euclidee, letteratura e design, e la parte di “laboratorio matematico” alcuni software didattici (Excel, Derive, Rhinoceros) sono stati utilizzati per la simulazione, l’analisi e lo sviluppo tridimensionale della superficie del Dini e per creare un “gioiello” tramite la stampante 3D.

L’attività ha complessivamente coinvolto 45 studenti di V liceo scientifico e, in ciascuna edizione, ha avuto una durata di 6 lezioni pomeridiane della durata di un’ora e mezza ciascuna. Questo contributo descrive le linee guida della progettazione, le scelte didattiche e contenutistiche, l’analisi dell’impatto che i software didattici hanno avuto nell’ambito del progetto e le prospettive future di implementazione e miglioramento.

BIBLIOGRAFIA

Agazzi, E., Palladino, D. (1978). *Le geometrie non euclidee*, A. Mondadori, Milano.
Bonola, R., (1975). *Geometria non euclidea*, Zanichelli, Bologna.
Boyer, C. B., (1990). *Storia della matematica*, Mondadori, Milano.
Calvino, I. (2002). *Le cosmicomiche*, A. Mondadori, Milano.
Cresci, L., (2006). *Le curve celebri*, Franco Muzzio Editore, Roma.
Kline, M., (1999). *Storia del pensiero matematico*, Einaudi, Torino.
Magnani, L., (1978). *Le geometrie non euclidee*, Zanichelli, Bologna.
Odifreddi P., (2010). *I fiori di Avatar*, Le Scienze, **508**.

L’ipocicloide tricuspide: il duplice approccio di Luigi Cremona ed Eugenio Beltrami

Maria Alessandra VACCARO

(Dipartimento di Matematica, Università di Palermo)

Nicla PALLADINO

L’ipocicloide tricuspide è uno dei tanti esempi di problemi elementari che hanno attirato grandi matematici, sia che essi abbiano voluto esaminarli approfonditamente, o studiarli soltanto come “amatori”. Tale attrattiva è principalmente motivata da ragioni estetiche, interpretando tale termine da un punto di vista matematico, ovvero la straordinaria capacità di “vedere” con gli occhi della mente le numerose correlazioni, tutt’altro che intuitive, tra fatti, teorie e metodi che suscitano un senso di armonia in chi è in grado di comprenderli, le suggestive “riposte armonie” di Enriques. In questo intervento metteremo in luce, attraverso l’esame dettagliato di un lavoro di Luigi Cremona del 1864 e di due articoli di Eugenio Beltrami, pubblicati nel 1862 e nel 1874, come il senso dell'estetica matematica sia decisamente presente in matematici di tale calibro.

Sia Cremona che Beltrami, pur nella diversità di metodo, hanno una visione comune sul far discendere lo studio di un particolare problema elementare (in questo caso l'ipocicloide tricuspide) da principi generali della matematica più avanzata: la teoria delle cubiche, nel caso di Cremona, le trasformazioni quadratiche per quanto riguarda Beltrami. I risultati non differiscono se non per la generalità: Beltrami infatti procede dallo studio generale delle quartiche di terza classe allo specifico dell'ipocicloide, invece Cremona studia direttamente il caso particolare per sottolineare come sia possibile passare a quello generale mediante un'omografia. Tale distinzione di impostazione è strettamente legata alla differenza tra i metodi, sintetico ed analitico, usati dai due, diversità che si evidenzia in modo efficace attraverso la corrispondenza Cremona-Beltrami dell'archivio dell'Istituto Mazziniano di Genova.

L'analisi dell'ipocicloide tricuspide si situa inoltre come momento di riflessione di Cremona sulla tematica trattata nelle sue opere maggiori del periodo bolognese: lo studio generale delle curve algebriche e quello delle trasformazioni birazionali. Dunque crediamo che, lungi dall'essere limitato ad un problema elementare, lo studio sull'ipocicloide fa da banco di prova per la potenza dei nuovi metodi. Inedito, ma significativo, appare il ruolo giocato da Beltrami in queste riflessioni di Cremona, ruolo che la succitata corrispondenza prova ampiamente.

Un'altra caratteristica che risulta evidente dal taglio dato a questi lavori è l'intima compenetrazione che entrambi ritengono debba esserci tra la matematica superiore e la cosiddetta matematica elementare, cosa che si ripeterà più volte nella loro carriera. Ci sembra che valga la pena sottolineare l'interesse dei due autori, nel pieno della loro maturità scientifica, per una tale problematica apparentemente elementare, ma suggestiva per i molteplici e inaspettati contatti con questioni assai diverse, cosa questa che rappresenta il segno distintivo della "bellezza Matematica".

BIBLIOGRAFIA

Beltrami, E., (1862). Intorno alle coniche dei nove punti e ad alcune quistioni che ne dipendono. *Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*, **2** (S. II), 361-395.

Beltrami, E., (1874). Intorno ad alcuni teoremi di Feuerbach e di Steiner. *Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*, **5** (S. III), 543-566.

Cremona, L., (1862). Introduzione ad una teoria geometrica delle curve piane. *Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*, **12**, 305-436.

Cremona, L., (1864). Sur l'hypocycloïde à trois rebroussements. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **64**, 101-123.

Hirst, T. A., (1865). On the quadric inversion of plane curves. *Proceedings of the Royal Society of London*, **14**, 91-106.

Menghini, M., (1996). *La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)*, volume III, *Quaderni P.RI.ST.EM.* N.9, Palermo.

Nurzia, L., (1999). *La corrispondenza di Luigi Cremona (1830-1903)*, volume IV, *Quaderni P.RI.ST.EM.* N.11, Palermo.

Palladino, N., Vaccaro, M. A., (2016). Un dibattito che continua in geometria elementare: la retta di Simson-Wallace e le sue molteplici generalizzazioni. *Lettera Matematica Pristem*, **97**, 56-64.

Steiner, J., (1857). Über eine besondere Curve dritter Klasse (und vierten Grades). *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **53**, 231-237.

Intuizione, talento e matematica

Verena ZUDINI
(Università di Trieste)

La traccia dell'influenza del pensiero di Johann Friedrich Herbart (1776-1841) è chiara nel mondo culturale tedesco di fine XIX-inizio XX secolo; nello specifico, il suo contributo fu significativo per la didattica della matematica dell'epoca, in cui maturarono tendenze riformatrici importanti per lo studio dei problemi dell'insegnamento. Si trattò di un periodo fecondo di ricerca e di approfondimento, in particolare nel mondo mitteleuropeo; e proprio a Gottinga, dove Herbart era stato docente, i problemi della didattica trovarono in Felix Klein uno studioso di rilievo.

Herbart esercitò un notevole influsso sull'insegnamento scolastico elementare. Segni di questa influenza erano evidenti nella maggior parte dei manuali di geometria per le scuole elementari dell'epoca di Klein. Nei giardini di infanzia, secondo la teoria dell'intuizione ("Anschauung") di Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827), ripresa da Herbart, i bambini piccoli imparavano a conoscere le forme spaziali più semplici giocando con oggetti adatti. Queste idee pedagogiche avevano trovato applicazione anche nelle scuole di livello superiore. I piani didattici proposti da Franz Serafin Exner (1802-1853) e da Hermann Bonitz (1814-1888) in Austria già verso la metà del XIX secolo adottarono i "nuovi" metodi intuitivi. Le stesse tendenze si imposero, all'inizio degli Anni Settanta del XIX secolo, in Prussia e, in generale, nella Germania settentrionale. Si voleva privilegiare, al posto di un complesso teorico rigido, come quello di Euclide, un percorso teorico naturale, stimolando l'esperienza degli allievi. Nel caso specifico della geometria, si partiva dal disegno e dalla costruzione, dando valore alla formazione dell'intuizione di spazio.

I matematici dell'epoca di Klein dovettero confrontarsi più che nel passato con teorie che erano frutto della "moderna" ricerca psicologica, in particolare nell'ambito della psicologia sperimentale. Non solo quindi con l'analisi psico-pedagogica di Herbart, ma, ad esempio, con gli studi sulla memoria e sull'affaticamento condotti da Hermann Ebbinghaus (1850-1909) e da Georg Elias Müller (1850-1934), direttore del laboratorio di Gottinga e successore, dopo Rudolph Hermann Lotze, alla cattedra di filosofia che era stata di Herbart.

Un tema importante, proprio in riferimento alla matematica, era quello delle differenze individuali in "talento" e intelligenza. Dopo un primo periodo in cui si era creduto che esistesse il "talento matematico" - intendendo con quest'espressione che solo gli allievi dotati matematicamente potessero capire la matematica -si cominciò, in seguito ai piani didattici di Exner e Bonitz, a dare maggiore valore alla pedagogia e si sviluppò l'opinione opposta, ossia che ogni allievo con buona volontà e qualche sforzo (anche da parte dell'insegnante) fosse in grado di imparare la matematica. In questo contesto rientravano anche gli studi sulle differenti "specie" di talento matematico, ossia, ad esempio, sul fatto osservabile comunemente che un matematico sia più dotato dal punto di vista aritmetico, astratto, rispetto a un altro, più orientato a operare con forme intuitive, da un punto di vista geometrico. Studi erano già stati fatti su persone che avevano sviluppato capacità notevoli in un campo ben circoscritto, come grandi calcolatori o giocatori di scacchi.

BIBLIOGRAFIA

Barbin, E., Menghini, M., (2014). History of teaching geometry. In: Karp, A., Schubring, G., (eds.) *Handbook on history of mathematics education*. New York, Springer, pp. 473-492.

Binet, A., (1894). La psychologie des grands calculateurs et joueurs d'échecs. Paris, Hachette.

Busch, F. W., Raapke H.-D. (eds.), (1976). Johann Friedrich Herbart. Leben und Werk in den Widersprüchen seiner Zeit. Neun Analysen. Oldenburg: Holzberg.

Ebbinghaus, H., (1885). Über das Gedächtnis. Leipzig: Duncker & Humblot.

Herbart, J.F., (1804). *Pestalozzis Idee eines ABC der Anschauung untersucht und wissenschaftlich ausgeführt*. II Ed. In: von Sallwürk, E. (ed.) (1906), Joh. Friedr. Herbarts Pädagogische Schriften. Volume 2. VII Ed. Langensalza: Beyer & Söhne, pp. 81-219.

Klein, F., (1925). Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. II. Band. Geometrie. III. Ed. Berlin, Springer.

Menghini, M., Furinghetti, F., Giacardi, L., Arzarello, F. (eds.), (2008). *The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and Shaping the World of Mathematics Education*. Roma: Ist. Enciclopedia Italiana Treccani.

Müller, G. E., (1911-1917). Zur Analyse der Gedächtnistätigkeit und des Vorstellungsverlaufes. Leipzig: Barth.

Zudini, V. (2009). Psicologia e matematica nel pensiero di Johann Friedrich Herbart. Teorie e Modelli, **14**(2), 91-103.