

SOCIETÀ ITALIANA DI STORIA DELLE MATEMATICHE

La Matematica nel Rinascimento

La Matematica nel Novecento

Perugia, 26-28 Novembre 2009

Dipartimento di Matematica e Informatica

Via Vanvitelli 1

SUNTI DELLE CONFERENZE

René Thom: Catastrofi e complessità

ARCANGELO ROSSI

(Università del Salento)

rossi@le.infn.it

Secondo René Thom, il normale lavoro di rifinitura e applicazione di teorie matematiche è cosa diversa dalla sua teoria delle catastrofi, grande quadro interpretativo ed esplicativo della struttura della realtà in termini matematici topologico-qualitativi. Contro la concezione puramente quantitativa della matematica (intesa come mero strumento di calcolo e di previsione) egli sosteneva una concezione della stessa (quale schema esplicativo universale) riconciliata con la metafisica, in particolare con la metafisica ontologica aristotelica. Thom utilizzava così, al pari di Aristotele, il concetto di bordo o confine per definire le realtà individuali mediante le forme (rappresentabili appunto in termini geometrico-topologici) che le definiscono.

La realtà si manifesterebbe quindi nell'esperienza attraverso i bordi che la delimitano, le forme distintive che essa assume. Queste forme permettono altresì di costruire analogie tra una cosa e l'altra, tra un concetto e l'altro, mandando, come dice Thom, uno spazio in un altro: si tratta di analogie formali che trovano espressione nella stessa fisica attraverso la sua trattazione matematica. Thom studiò quindi a partire da qui il passaggio continuo da una varietà (spazio) ad un'altra, le connessioni tramite bordi e punti comuni tra spazi anche di diversa dimensione (questa ricerca sul "cobordismo" gli fruttò addirittura nel 1958 la medaglia Fields), fino ad individuare poche forme universali che rappresentano catastrofi o transizioni brusche, ma pur sempre continue, di forme.

Sette sono i tipi elementari di catastrofi o singolarità generiche di un'applicazione e Thom volle studiarne le applicazioni come nelle caustiche, superfici illuminate secondo diverse angolazioni, riflessioni e rifrazioni. Lo studio delle forme in situazioni irregolari, accidentali e perfino caotiche aveva per la verità portato già prima (cfr J. H. Poincaré e J. Hadamard, tra '800 e '900) ad individuare evoluzioni catastrofiche strutturalmente invarianti nei più disparati fenomeni, in termini di divergenze dovute a dipendenza sensibile da piccole variazioni delle condizioni iniziali. Il problema è che in tali casi non vi erano leggi esatte ma solo tendenze evolutive asintotiche che appunto non permettevano predizioni esatte, semmai solo statistiche. Conviene quindi, fatto salvo, seguendo Leibniz, il determinismo ma non il riduzionismo, procedere dall'osservazione globale delle grandi strutture alla loro decomposizione e descrizione sempre più fine delle strutture locali. La teoria delle catastrofi studia comunque le forme come discontinuità qualitative, ma su un substrato continuo. Essa condivide la concezione della materia di Aristotele. Più si cerca di analizzarla più essa appare come una nebbia attraverso le forme che viene assumendo. Sempre più si constata infatti una complessità, fino a giungere ad un vero e proprio

enigma se si vuole definire scientificamente una volta per tutte la realtà. La scienza cerca infatti soluzioni, ma si trova spesso di fronte ad aporie che rivelano illusoria la soluzione. Anche in matematica si danno aporie impressionanti, come il teorema di Gödel: se ne può uscire cambiando assiomatica? Si potranno al massimo chiarire aspetti locali relativi ai fondamenti della matematica, ma non il problema globale del fondamento, che rinvia sempre all'opposizione continuo-discreto. Il continuo è dunque il substrato universale di tutto il pensiero. Anche in matematica Thom preferisce risalire dal continuo al discreto piuttosto che viceversa, contrariamente alla definizione di R. Dedekind dei numeri reali.

La teoria delle catastrofi fornisce dunque un modello o meccanismo qualitativo piuttosto che equazioni che descrivano e prevedano quantitativamente cambiamenti, sapendo che anche deterministi come Leibniz non danno affatto per scontato che matematizzare significhi quantificare piuttosto che porre relazioni in generale. A tal proposito, secondo K. Lorentz, qualsiasi analogia è vera, purché sia semanticamente accettabile, cioè se anche ad un'analisi puramente mentale risulta corretta. Essa è comunque una relazione qualitativa non approssimativa, e può essere espressa anche, ma non sempre, matematicamente. Ad esempio, dire con Aristotele che la sera è la vecchiaia del giorno o che la vecchiaia è la sera della vita, significa elaborare mentalmente, semanticamente un'analogia in due formulazioni, di cui la seconda si impone tuttavia come più convincente della prima alla stessa mente, nonostante la semplice uguaglianza fra due rapporti che l'analogia esprime dal punto di vista puramente matematico. La sua struttura implica comunque la nozione fondamentale di bordo o fine, come sera o vecchiaia.

In questo senso la Bibbia esprime in metafore forme universali, fosse anche menzognera essa appare corretta nelle sue analogie. Una di esse in particolare, che esprime il mondo prima e dopo la caduta di Adamo nel libro della *Genesi*: “guadagnerai il pane con il sudore della fronte”, rappresenta due diverse dinamiche esprimibili anche matematicamente, opponendo la dinamica aristotelica in cui è necessario l'attrito, la dissipazione, propria dell'esperienza quotidiana dei fenomeni terrestri, all'astratta dinamica hamiltoniana priva di attriti, in cui il moto (inerziale) ha luogo incausato, senza sforzi, eternamente. La filosofia, che anche qui si esprime, è comunque per Thom più difficile della matematica che essa utilizza. Quanto alla “spiegazione” scientifica, essa si riduce a descrivere un fenomeno, ad esempio la collisione di due placche come causa di terremoto. Occorre quindi andare indietro alle ragioni della collisione, ma così si va fino alla causa prima, Dio, non spiegata a sua volta. Per Thom Aristotele risolve elegantemente il problema, con Dio concepito come causa prima incausata. Alla base della sintesi fisico-matematica c'è comunque per Thom una metafisica, realizzandosi un bisogno di unificazione, che si esprime anche, per Nietzsche - nota infine Thom -, tramite voli di colombe che, quasi senza suscitare eco, diffondono le idee nuove che tengono tra le zampe.

Bibliografia

E. Christopher Zeeman, *Catastroph Theory. Selected Papers 1972-1977*, Reading, Addison Wesley, 1977.

René Thom, *Les Mathématiques dans les sciences de la nature*, in Elisabetta Donini, Arcangelo Rossi, Tito Tonietti (a cura di), *Matematica e fisica: struttura e ideologia*, Bari, De Donato, 1977.

Giulio Giorello, Simona Morini (a cura di), René Thom, *Parabole e catastrofi. Intervista su matematica, scienza e filosofia*, Milano, il Saggiatore, 1980.

René Thom, *Stabilità strutturale e morfogenesi. Saggio di una teoria generale dei modelli*, Torino, Einaudi, 1980.

Tito Tonietti, *Catastrofi. Una controversia scientifica*, Bari, Dedalo, 1983.

V.I. Arnold, *Teoria delle catastrofi*, Torino, Bollati-Boringhieri, 1990.

René Thom, *Prédire n'est pas expliquer*, Paris, Eshel, 1991, (seconda edizione: Paris, Flammarion, 1993); prima edizione italiana (a cura di Angelo Guerraggio e Pietro Nastasi): *Prevedere non significa spiegare*, PRISTEM/Storia. Note di matematica, storia e cultura, 1996, n. 10-11; seconda edizione italiana (a cura di Giuseppe De Cecco, Giuseppe Del Re e Arcangelo Rossi): *Prevedere non è spiegare*, Quaderno 3/2008 del Dipartimento di Matematica “Ennio De Giorgi” dell’Università del Salento, Lecce, 2008.