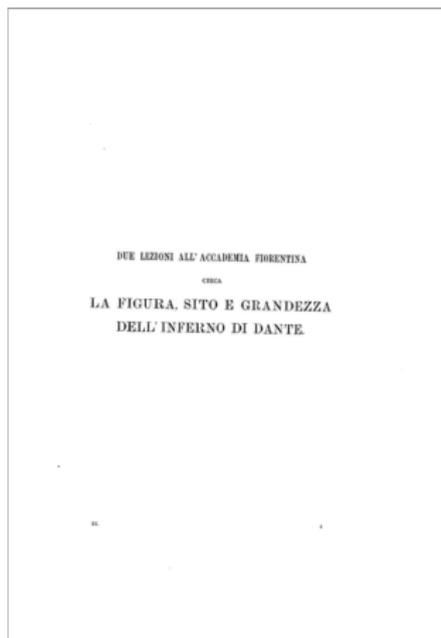
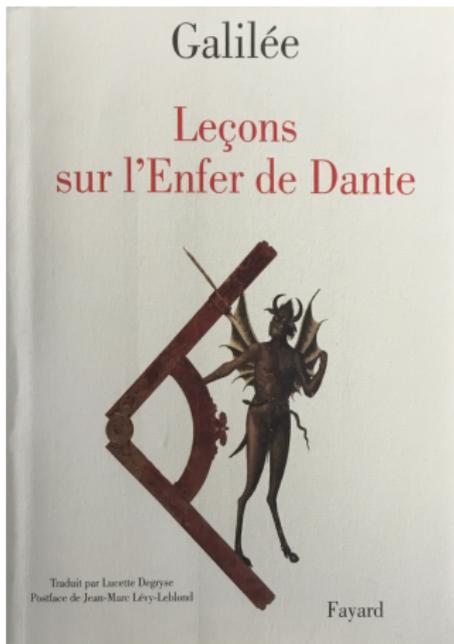


Quanto è grande Lucifero? Con Galileo nell'Inferno dantesco

DALLA STORIA DELLA MATEMATICA ALL'AULA
Ferrara, 9 maggio 2025

Università degli Studi di Roma Tor Vergata
Riccardo Bellé e Beatrice Sisana

Perché le *Lezioni*?



La disputa tra Manetti e Vellutello

Antonio Manetti (1423-1497)

- 1481 *Sito forma et misura dello 'Nferno et statura de' giganti et di Lucifero* (proemio dell'edizione commentata della *Commedia* curata da Cristoforo Landino)
- 1506 *Dialogo di Antonio Manetti cittadino fiorentino circa al sito, forma e misure dello Inferno* di Girolamo Benivieni

Alessandro Vellutello (1473-?)

- 1544 *La Comedia, con la nuova esposizione*

La controversia da un punto di vista iconografico

- Sandro Botticelli (1444 o 1445 -1510) → Manetti, manoscritto, 1485-1495
- Giuliano da Sangallo (1445 -1516) → Manetti, *Commedia*, 1481
- Giovanni Stradano (1523-1605) → Manetti e Vellutello, 1587



*“oggi qui venuti siamo a tentare se, la viva voce, **accompagnando il disegno**, potesse, a quelli che comprese non l'hanno, dichiarare l'intenzione dell'una opinione e dell'altra”*
(Galilei, *Lezioni*)

Due lezioni all'Accademia Fiorentina circa la figura, sito e grandezza dell'Inferno di Dante

Le Lezioni

- furono sconosciute fino alla metà del XIX secolo
- “più che alla letteratura appartengono, si vorrebbe dire, alla scienza” (Galilei, *Scritti letterari a cura di Alberto Chiari*)
- sono rivelatrici di alcuni temi galileiani sviluppati in opere più mature

L'*Inferno*: “nascoso a tutti i nostri sensi, è da nessuno per niuna esperienza conosciuto”

*Se è stata cosa difficile e mirabile....l'aver potuto gli uomini per lunghe osservazioni, con vigilie continue, per perigliose navigazioni, **misurare e determinare** gl'intervalli de i cieli, i moti veloci ed i tardi e le loro proporzioni, le grandezze delle stelle..., i siti della terra e de i mari, cose che, o in tutto o nella maggior parte, sotto il senso ci caggiono; quanto più maravigliosa deviamo noi **stimare** l'investigazione e descrizione del sito e figura dell'*Inferno*, il quale, sepolto nelle viscere della terra, nascoso a tutti i sensi, è da nessuno per niuna esperienza conosciuto...ché dal mancamento dell'altrui relazione viene sommamente accresciuta la difficoltà della sua descrizione. (Galilei, Lezioni)*

Lessico e approccio geometrico

Venendo dunque all'esplicazione dell'opinione del Ma-
 netti, e prima quanto alla figura, dico che è a guisa
 di una concava superficie che chiamano conica, il cui
 vertice è nel centro del mondo, e la base verso la super-
 ficie della terra. Ma che? abbreviamo e facilitiamo il
 ragionamento; e congiungendo la figura, il sito e la
 grandezza, immaginiamoci una linea retta che venga
 dal centro della grandezza della terra (il quale è ancora
 centro della gravità e dell'universo) sino a Ierusalem,
 ed un arco che da Ierusalem si distenda sopra la super-
 ficie dell'aggregato dell'acqua e della terra per la duo-
 decima parte della sua maggior circonferenza: termi-
 nerà dunque tal arco con una delle sue estremità in Ieru-
 salem; dall'altra sino al centro del mondo sia tirata
 un'altra linea retta, ed aremo un settore di cerchio,
 contenuto da le due linee che vengono dal centro e da
 l'arco detto: immaginiamoci poi che, stando immobile
 la linea che congiugne Ierusalem ed il centro, sia mosso
 in giro l'arco e l'altra linea, e che in tal suo moto vadia
 tagliando la terra, e muovasi fin tanto che ritorni onde
 si partì; sarà tagliata della terra una parte simile ad
 un cono: il quale se ci immagineremo esser cavato della
 terra, resterà, nel luogo ov'era, una buca in forma di
 conica superficie; e questa è l'Inferno.

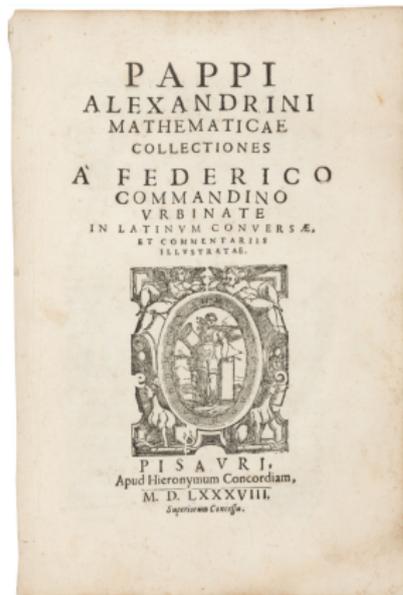
- linea retta, circonferenza, arco, settore di cerchio, cono, corda, semidiametro, cerchio. . .

- costruzione cinematica

stando immobile la linea che congiunge Ierusalem ed il centro, sia mosso in giro l'arco e l'altra linea, e che in tal suo moto vadia tagliando la terra, o muovasi fin tanto che ritorni onde si partì.

(Galilei, Lezioni)

La riscoperta del metodo di analisi e sintesi nel Cinquecento



- **Pappo di Alessandria** (III-IV secolo d.C.): *Collezioni Matematiche*, libro VII, descrizione di Analisi e Sintesi.
- La rilettura di Pappo nel Cinquecento genera forte interesse tra i matematici: desiderio di comprendere e applicare il metodo descritto.
- Stimolo intellettuale: spinge i matematici del Cinquecento all'indagine

Il metodo descritto da Pappo

*Nell'**analisi**, infatti, supponendo come realizzato ciò che è cercato investighiamo ciò da cui questo consegue e di nuovo il pre-antecedente di quello, fino a che, procedendo così a ritroso, perveniamo a qualcosa di già noto o che ha ruolo di principio; e chiamiamo tale procedura **analisi**, come fosse una soluzione all'indietro.*

*Nella **sintesi** invece, per converso, ciò che nell'**analisi** fu preso per ultimo lo assumeremo come già realizzato, e disponendo secondo natura come conseguenti quelli che li <erano> preantecedenti e connettendoli tra loro, giungiamo al compimento della costruzione di ciò che è cercato: e questo chiamiamo **sintesi**. (Pappo, *Collectio*)*

Tappe fondamentali verso l'analisi moderna

François Viète (1540-1603):

- **1591:** *In artem analyticem isagoge*.
- Sviluppo dell'algebra simbolica
- Considera la sua algebra come "restaurazione" dell'analisi antica

René Descartes (1596-1650):

- **1637:** *La Géométrie*
- Geometria analitica: curve espresse tramite equazioni
- Superamento della dicotomia algebra-geometria

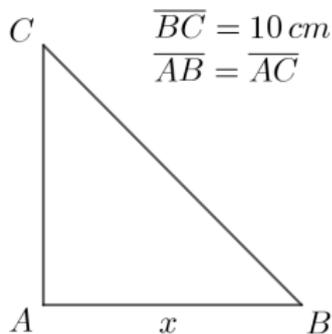


Analisi e sintesi nella didattica: alcuni esempi

- **Algebra di base**: quando si procede alla risoluzione di un'equazione (eco del **metodo analitico greco**).
- **Geometria elementare**: quando si assume una grandezza da trovare come “nota”

Analisi e sintesi nella didattica: esempio 1

Esempio 1 In un triangolo rettangolo isoscele, l'ipotenusa misura 10 cm. Calcola la lunghezza dei cateti.

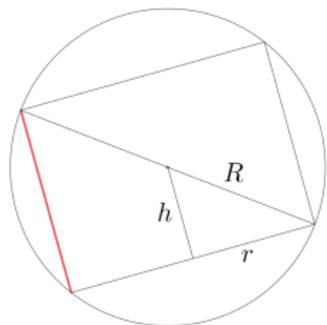


$$x^2 + x^2 = 10^2$$

$$x = 5\sqrt{2}$$

Analisi e sintesi nella didattica: esempio 2

Esempio 2 Trovare le dimensioni (raggio di base e altezza) del cilindro retto di volume massimo che può essere inscritto in una sfera di raggio R fissato.



R raggio sfera

r raggio di base del cilindro

V volume del cilindro

$2h$ altezza del cilindro di volume massimo

Se $2h$ è l'altezza del cilindro di volume massimo allora...

$$\blacksquare r^2 + h^2 = R^2 \Rightarrow r^2 = R^2 - h^2$$

$$\blacksquare V = \pi r^2(2h)$$

$$V(h) = \pi(R^2 - h^2)(2h) = 2\pi(R^2h - h^3)$$

$$\blacksquare V'(h) = 2\pi(R^2 - 3h^2)$$

$$2\pi(R^2 - 3h^2) = 0 \Rightarrow h^2 = \frac{R^2}{3}$$

$$\blacksquare h = \frac{R\sqrt{3}}{3}$$

La misura delle “ghiaccie”

Ora ci resta, per compita esplicazione del nostro proponimento, addurre la grandezza di ciascuna delle 4 giacche cavate da l'istesso Poeta: ed il modo che si ha tenere per conseguire questo, sarà tale.

*... e così abbiamo **risoluto** la nostra proposta, che era di trovare la grandezza d'un gigante, onde poi **con ordine compositivo**, potremo conseguire il nostro intento.*

(Galilei, Lezioni)

Analisi e sintesi nelle *Lezioni*

Trovare la profondità della “ghiaccia” inferiore.

Analisi

- raggio della “ghiaccia” inferiore
- statura di Lucifero
 - “Lo 'mperador del doloroso regno
da mezo 'l petto uscia fuor dalla giaccia”
- lunghezza del braccio di Lucifero
- *Dante* : *gigante* > *gigante* : *braccio*_{Lucifero}
 - “e più con un gigante io mi convegno,
ch'i giganti non fan con le sue braccia”
- statura gigante
 - “la faccia sua mi pareva lunga e grossa
come la pina di San Pietro a Roma,
e a sua proporzione eran l'altre ossa.”

Sintesi

- grandezza della faccia di un gigante
- statura di un gigante
- lunghezza del braccio di Lucifero
- statura di Lucifero
- raggio “ghiaccia” inferiore

La profondità della “ghiaccia” inferiore

- la *pigna* di San Piero a Roma è 5 braccia e $1/2$ → testa di un gigante è 5 braccia e $1/2$
- uomini sono alti 8 teste → gigante misura 44 braccia
perché gli uomini ordinariamente sono alti otto teste, ancor che i pittori e gli scultori, e tra gli altri Alberto Durerò, nel suo libro della misura umana, tenga che i corpi ben proporzionati devano essere 9 teste, ma perché di sì ben proporzionati rarissimi si trovano, porremo il gigante esser alto 8 volte più che la sua testa (Galilei, Lezioni)
- Dante misura 3 braccia: “*Ma di Dante aviamo, da quelli che scrivono la vita di esso, essere stato di commune statura, la quale è 3 braccia*”
- *Dante : gigante > gigante : braccio_{Lucifero} → 3 : 44 > 44 : braccio_{Lucifero}*
- *braccio_{Lucifero} > 645 braccia*
- braccio è la terza parte di tutta l'altezza → *Lucifero > 1935, Lucifero = 2000 braccia*
- ombelico di Lucifero è il centro del mondo, Lucifero esce dal mezzo petto in su → *r_{ghiaccia} = 1/4 Lucifero = 500 braccia*

I limiti della crescita dimensionale

... dalle cose sin qui dimostrate si raccoglie l'impossibilità del poter non solamente l'arte, ma la natura stessa, crescer le sue macchine a vastità immensa:



... come anco non potrebbe la natura far alberi di smisurata grandezza, poiché i rami loro, gravati dal proprio peso, finalmente si fiaccherebbero; e parimente sarebbe impossibile far strutture di ossa per uomini, cavalli o altri animali che potessero sussistere e far proporzionatamente gli uffizii loro.
(Galilei, Discorsi e dimostrazioni matematiche, giornata seconda)

Il senso delle *Lezioni* galileiane sull'*Inferno*

Le *Lezioni* ci mostrano come:

- Galileo applica il rigore matematico a un testo poetico, esplorando i confini tra scienza e immaginazione.
- Le sue misurazioni non si limitano alla disputa letteraria, ma suggeriscono un ruolo attivo della scienza nel dibattito culturale.
- Le *Lezioni* mostrano una visione integrata del sapere, dove geometria e allegoria convivono.
- Offrono spunti per una didattica interdisciplinare, capace di interrogarsi su come si misura e si rappresenta l'immaginario.
- Logica, invenzione e sensibilità artistica emergono come risorse complementari, non in contrasto.

Bibliografia essenziale

- M.A. Canto, *Las matemáticas en el infierno*, in "Edad media: marginalidad y oficialidad", editore Aurelio González e Lillian von der Walde Moheno, México, 1998, pp.117-133.
- *Le Opere di Galileo Galilei*, 20 vol., Edizione Nazionale a cura di Antonio Favaro, Firenze, Giunti Barbera, 1890-1909 (rist. 1964-1968); vol.IX, pp. 29-57.
- G. Galilei, *Scritti letterari a cura di Alberto Chiari*, Le Monnier, Firenze, 1970.
- Galilée, *Leçon sur l'Enfer de Dante traduit par Lucette Degryse*, Fayard, 2008.
- J.M. Lévy-Leblond, *Galilée: de l'Enfer de Dante au purgatoire de la science*, in "Philosophia Scientiae", 21(1), 2017 ,pp.111-130.
- T.B. Settle, *Dante, the Inferno and Galileo*, in "Pictorial Means in Early Modern Engineering 1400-1650", workshop Berlin 2001, (preprint), pp.139-157.
- T.B. Settle, *Experimental sense in Galileo's early works and its likely sources*, in "Largo campo di filosofare: Eurosymposium Galileo 2001" a cura di José Montesinos y Carlos Solís Santos eds., La Orotava: Fundación Canaria Orotava de historia de la ciencia, 2001, pp.831-849.