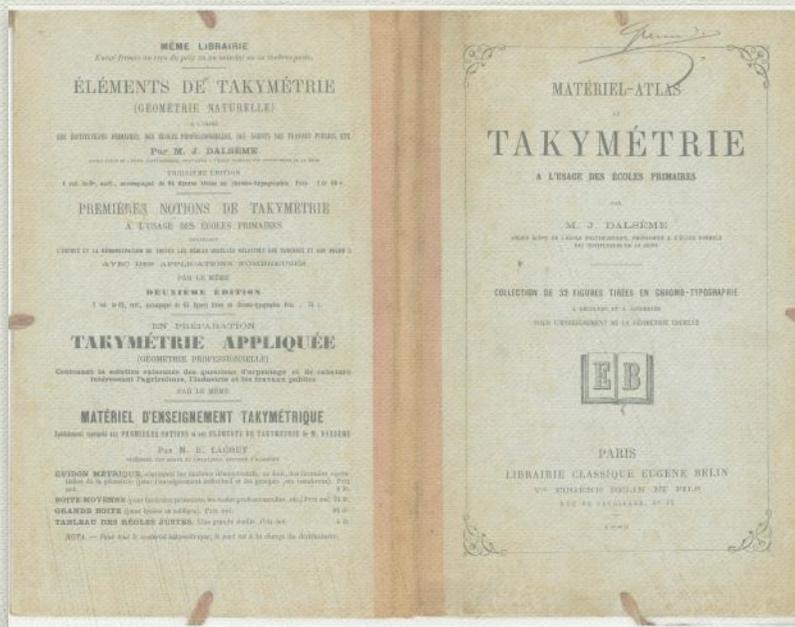


La matematica per le moltitudini nei libri di testo di Jules Dalsème (1845-1904)



Paola Magrone

Dipartimento di Scienze - Università Roma Tre

La figura di Jules Dalsème si inquadra nel contesto del processo che coinvolge tutta l'Europa nel XIX secolo di miglioramento del livello di istruzione di base per tutti gli individui, come necessità per una società democratica. Il processo di industrializzazione richiede inoltre una forza lavoro istruita anche nella matematica e nelle scienze

La **geometria** era una componente chiave dei programmi di studio: era utile nelle arti e nei mestieri, ed era formativa perché costruisce ragionamento e comprensione e apre la strada alle scienze.

Dalsème, come molti in Francia, condivideva entrambi i punti di vista.

Una geometria *naturale* per bambini, ma anche *popolare, per tutti*. Utile e che aiuta anche lo sviluppo dell'osservazione e del ragionamento, nel bambino ma anche nell'adulto che ha necessità a volontà di istruirsi

Il contributo di Dalsème può essere meglio compreso se considerato nel contesto del contesto più generale dell'evoluzione delle idee riguardanti la creazione di una "matematica per bambini" a partire dalla fine del XVIII secolo. Superare la vecchia tradizione dell'aritmetica pratica, procedurale (risalente alle scuole abacus medievali italiane) era una sfida che implicava infine una nuova visione della mente dei bambini: come avrebbe affermato Charles Laisant (1841-1920) nel 1912, fin dalla prima infanzia qualsiasi bambino era potenzialmente un "piccolo geometra", il che significava in effetti un piccolo scienziato.

Millán Gasca, A. (2015), "Mathematics and children's minds: The role of geometry in the European tradition from Pestalozzi to Laisant", *Archives internationales d'histoire des sciences* 65(2): 261-277.

Tra le iniziative nei primi anni del Novecento c'è la collana

Initiations scientifiques

diretta dal matematico Charles Laisant (1841-1920) e pubblicata dall'editore Hachette. Nella collana:

Charles Laisant, *Initiation mathématique* (1906)

Georges Darzens, *Initiation chimique* (1912)

Contesto culturale e sociale francese

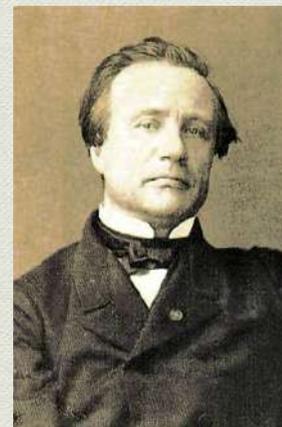
Dal 1833 con la Legge Guizot, al 1882 con le leggi Ferry, la scuola primaria francese diventa laica, gratuita e obbligatoria per tutti i bambini e le bambine dai 6 ai 12 anni



*François Pierre Guillaume Guizot
(1787-1874)*



*Frédéric-Alfred-Pierre, comte
de Falloux (1811 -1886)*



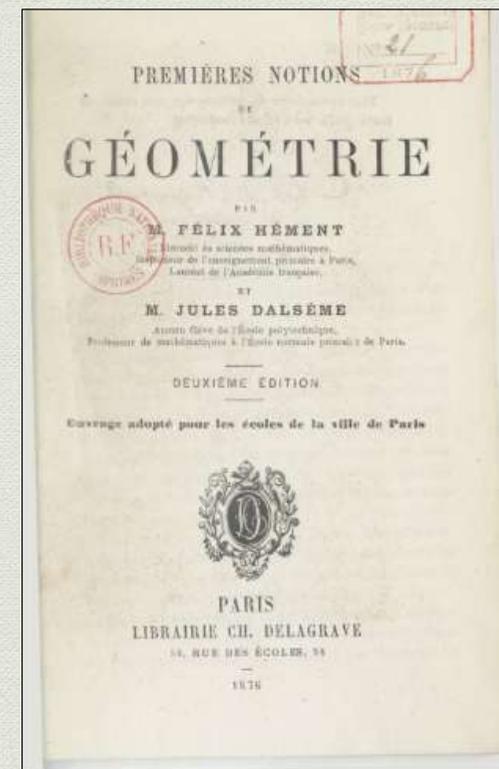
*Jean Victor Duruy
(1811 -1894)*



*Jules François Camille Ferry
(1832-1893)*

Jules Dalsème

- 1845** Nasce a Nizza
- 1865** Entra all' *École Polytechnique* a Parigi
- 1869** Abbandona la carriera militare e diventa docente di matematica (*répétiteur de mathématique*) al Collège Chaptal a Parigi
- 1872** Diventa professore di matematica all' *École normale d'instituteurs de la Seine*, scuola appena fondata
- 1874** *Premières notions de géométrie* con Félix Hèment (1827-1891), anche lui docente al Collège Chaptal fino 1872, poi ispettore per la scuola Normale sopracitata
- 1874-1889** Scrive libri di testo per molti ordini e gradi di scuole
- 1904** Muore a Parigi



Date	Title	Edition
18??	L'arithmétique des écoles : exercices résolus, Ernest Menu de Saint Mesmin; Jules Dalseme	E. Belin (Paris)
1874	Premières notions de géométrie, par M. Félix Hément,... et M. Jules Dalsème,...	2nd 1876, 3rd 1880, 5th 1884. C. Delagrave (Paris)
1880	Premières notions de takymétrie (géométrie naturelle), à l'usage des écoles primaires	(géométrie intuitive) 3rd 1881. E. Belin (Paris)
1880	Éléments de takymétrie (géométrie naturelle) : à l'usage des instituteurs primaires, des écoles professionnelles, des agents des travaux publics, etc...	2nd 1880, 3rd 1880, 4th 1883; (géométrie intuitive) 1880. E. Belin (Paris)
1882	Matériel-atlas de takymétrie : à l'usage des écoles primaires : collection de 32 figures tirées en chromo-typographie à découper et à assembler pour l'enseignement de la géométrie usuelle	E. Belin (Paris)
1882	Notions sommaires de trigonométrie, à l'usage des écoles normales et de l'enseignement primaire supérieur,... Ouvrage accompagné d'une table de nombres trigonométriques...	E. Belin (Paris)
1882	La Monnaie. Histoire de l'or, de l'argent et du papier	L. Cerf (Paris)
1882	Premières notions de takymétrie (géométrie intuitive) : à l'usage des écoles primaires : ouvrage accompagné de 62 figures tirées en chromo-typographie	Vve Eugène Belin et Fils
1883	Leçons élémentaires d'algèbre, à l'usage de l'enseignement secondaire spécial et des écoles normales,...	1st 1883; Livre du maître 1886; Livre du maître contenant les solutions raisonnées de 300 exercices 1887; Livre de l'élève 1889; Livre du maître contenant les solutions raisonnées de 300 exercices 1920. G. Chamerot (Paris)
1883	Leçons élémentaires de géométrie,... Première année,... conforme aux programmes de 1882 pour l'enseignement secondaire spécial	Première année 1883; Deuxième année 1883; Troisième année 1883; Première année, 2nd 1885. Hachette (Paris)
1888	Arithmétique : à l'usage des écoles primaires, et des classes élémentaires des lycées et collèges : conforme aux derniers programmes : cours élémentaire	Cours élémentaire 1888; Cours élémentaire : livre de l'élève 1888; Cours supérieur. Livre de l'élève 1889; Cours moyen. Livre de l'élève 1889; Livre du maître 1889; Livre de l'élève 1889. G. Chamerot (Paris)
1888	Leçons élémentaires de géométrie,... 1re, 2e, 3e et 4e années... contenant les matières indiquées par les programmes de 1886 pour l'enseignement secondaire spécial	In 1889 another edition, not marked as 2nd edition. Hachette (Paris)
1889	Enseignement de l'arithmétique et de la géométrie	Impr. nationale (Paris). In 2015 digitalization

Dalsème vedeva nel sapere “implicito” degli artigiani e dei muratori

- Un modo per sviluppare nei bambini una sorta di istinto geometrico

-Una nuova geometria propedeutica, punto di vista diverso rispetto agli Elementi di Euclide.

Si assiste La creazione di un approccio introduttivo alle figure piane e solide e alle loro proprietà, propedeutico alla geometria “delle dimostrazioni”. Queste proposte, rivolte principalmente all'istruzione secondaria di primo grado, hanno spesso tratto vantaggio da esempi e idee dalla geometria delle arti e dei mestieri, con spirito *fusionistico*

Menghini, M. (2012), “From Practical Geometry to the Laboratory Method: The Search for an Alternative to Euclid in the History of Teaching Geometry”, in S. J. Cho. *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education*, 561-587. Cham: Springer.

Borgato, M. T. (2016). Il fusionismo: moda didattica o riflessione sui fondamenti della geometria?

Una geometria naturale per bambini era una geometria popolare, una geometria per tutti, utile; allo stesso tempo, una geometria naturale avrebbe dovuto favorire lo sviluppo dell'osservazione e del ragionamento, scegliendo un percorso coerente con lo sviluppo del bambino.

Le parole chiave per una nuova geometria propedeutica alla lettura degli Elementi di Euclide erano: **pratica**, intesa non come un elenco di regole e istruzioni utili a misurare mediante strumenti appropriati e calcoli, ma "da eseguire concretamente"; **intuitiva** (che coinvolge disegno o modelli fisici – esperienze pratiche – per produrre una conoscenza incarnata, ma anche immaginazione); **inventiva** – l'invenzione fa appello al coinvolgimento degli studenti e alla formulazione di costruzioni geometriche come problemi.

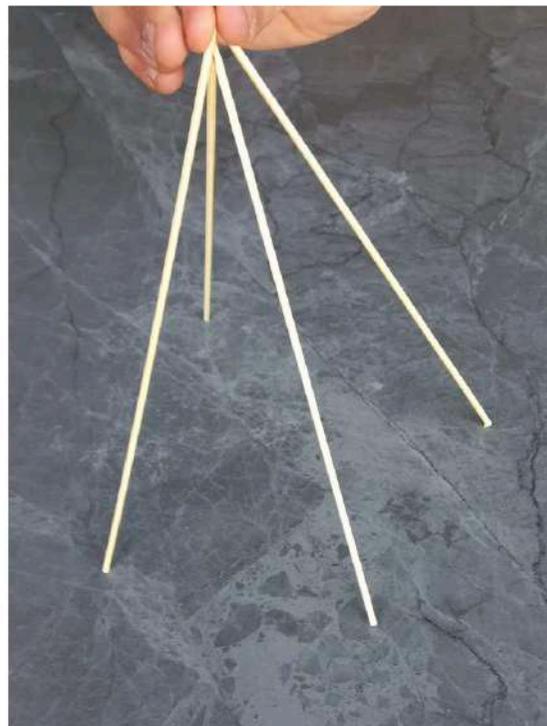
Magrone, P., Millán Gasca, A., Zannoni, I, (2023). *Science for the multitude: Jules Dalsème's (1845-1904) "natural geometry" for the education of all.* *Almagest*, 14 (1), 174-209.

Dalsème sul metodo intuitivo

[...] Il metodo intuitivo propone di agire sui sensi per penetrare nella mente e si rivolge alle facoltà intellettive attraverso oggetti materiali, immagini visibili, fatti, un metodo la cui applicazione e i cui benefici possono estendersi ben oltre il modesto quadro dell'istruzione primaria e che si può riassumere in una sola parola come il risveglio incessante delle facoltà di osservazione. È stato attraverso l'**osservazione** che l'umanità ha imparato per la prima volta.

[...] Le idee di forma e di dimensione, provenienti da tanti oggetti circostanti, generarono le prime concezioni geometriche (Dalsème 1889, 5)

Dalsème, J.(1889), *Enseignement de l'arithmétique et de la géométrie*. Paris: Imprimerie Nationale.



La somma delle facce di un angolo solido è inferiore a 4 angoli retti.

Ricostruzione delle due rappresentazioni discusse da Dalsème (1889, pp. 37-38) per il caso dell'angolo tetraedrico

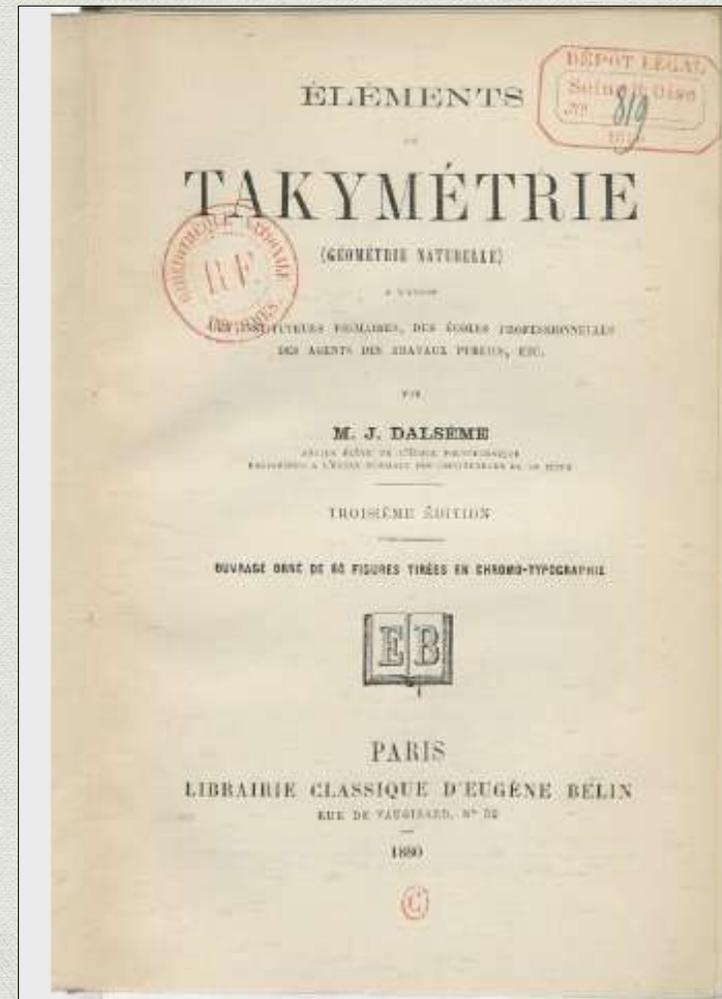
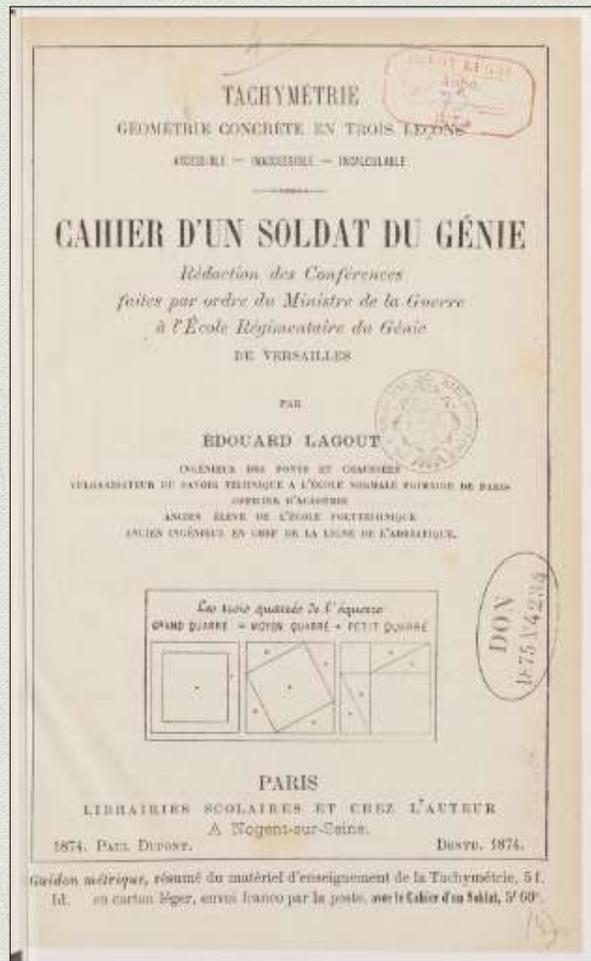
A sinistra: guardando l'oggetto si devono confrontare angoli nello spazio, angoli sul piano e molto probabilmente procedere con passaggi scritti.

A destra: il dispositivo prevede un'azione da compiere. Abbassando la mano verso il piano, gli angoli si allargano, il vertice tende ad appiattirsi fino a essere completamente piatto, e a quel punto non c'è più un angolo solido; i quattro bastoncini formano un angolo di 360 gradi. Sollevando il vertice si forma nuovamente l'angolo diedro e gli angoli sommati formano un angolo minore di un angolo giro.



l'immagine di sinistra è "la materializzazione di una dimostrazione classica". A destra un dispositivo pedagogico totalmente fedele al metodo intuitivo. Il primo è "in una via di mezzo e non particolarmente efficace", a suo avviso; il secondo implica il movimento grazie al gesto della mano e le figure possono essere viste nel loro divenire

Éléments de Takymétrie



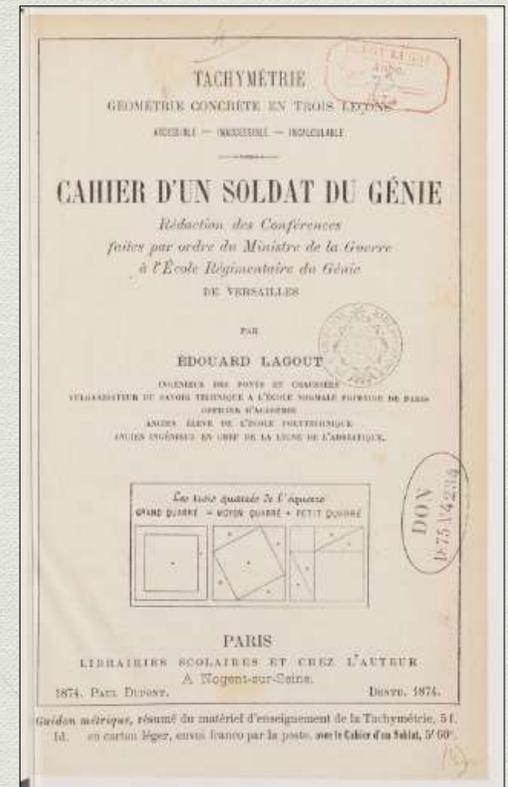
Che cos'è la tachimetria?

1857: Édouard Lagout (1820-1885), ingegnere di “ponti e strade” (des ponts et chaussées) usa per primo questo termine

«Fui nominato ingegnere capo della linea Adriatica nel 1857, a condizione che avessi scelto, per quanto possibile, i miei collaboratori tra gli italiani; da qui la necessità urgente di formare rapidamente un personale tecnico. I lunghi metodi astratti d'insegnamento delle scienze del ragionamento non potevano certo essere sperimentati; ho dovuto dunque ricorrere al solo metodo praticabile: il metodo concreto e ragionato. – Metodo che ha preso un corpo, si è affermato e diffuso con il nome di Tachimetria...» (Lagout 1874)

Tachymétrie. Géométrie concrète en trois leçons. Accessible-Inaccessible-Incalculable. Cahier d'un soldat du génie. Rédaction des conférences faites par ordre du Ministre de la Guerre à l'École régimentaire du génie de Versailles (ristampata nel 1874)

destinata ai soldati del genio per il superamento della prova di tachimetria.
Tradotto in spagnolo, italiano, inglese, russo



Dalsème scrive a sua volta un libro intitolato
Éléments de Takymétrie (géométrie naturelle)

Lezione	Contenuti	Pagine
1 ^a Lezione	Definizioni - Volume, superficie, linea e punto - Linea retta. Linea spezzata - Piano - Angoli. Angolo retto o della squadra. Perpendicolari. - Parallele. - Linee curve. - Le due regole fondamentali della tachimetria.	1-7
2 ^a Lezione	Nascita di un rettangolo. La sua divisione in due squadre uguali. Misura di un rettangolo e dello squadrato perfetto. Parallelogramma e squadrato retto. Squadrato obliquo.	8-14
3 ^a Lezione	Il triangolo. - Somma degli angoli di un triangolo. - Preziose proprietà della squadra. - Misura del triangolo. - Poligoni e prismi.	15-20
4 ^a Lezione	La circonferenza e il cerchio. - Misura degli archi e misura degli angoli. - Poligoni regolari. - Giro di cerchio. - Volume e superficie laterale del cilindro.	21-29
5 ^a Lezione	La piramide. - Equivalenza di piramidi. - scomposizione di un prisma triangolare. - Volume e superficie della piramide.	30-36
6 ^a Lezione	Figure tronche. - Trapezio. - Mucchio di sassi. Scomposizione di un mucchio di sassi in 9 parti si ricostituisce in uno squadrato e una piramide d'angolo. - Equivalenza dei tronchi. - Tronchi di piramide. - Volume e superficie del tronco di cono.	37-48
7 ^a Lezione	La similitudine. Caratteri precisi della similitudine. - Principali applicazioni della tachimetria. - Cubatura di un muro massiccio. - Cubatura del legno. - Tonnellaggio di barili.	49-59



Fig. 8. — Horizontale et verticale. Angles d'équerre ou droits.

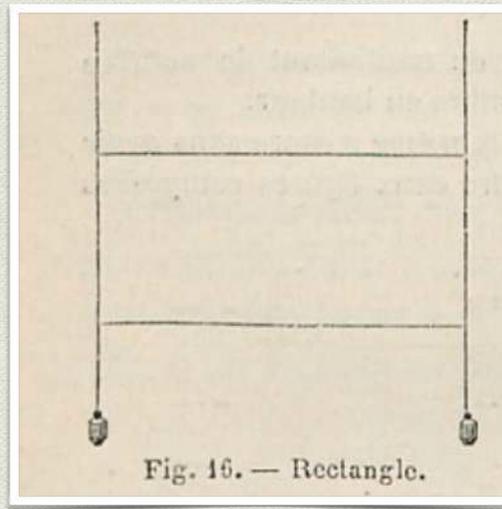


Fig. 16. — Rectangle.

Non confondiamo la verticale con la perpendicolare. La verticale risponde alla direzione del filo a piombo, mentre una linea retta proveniente da qualsiasi direzione può essere perpendicolare a un'altra.

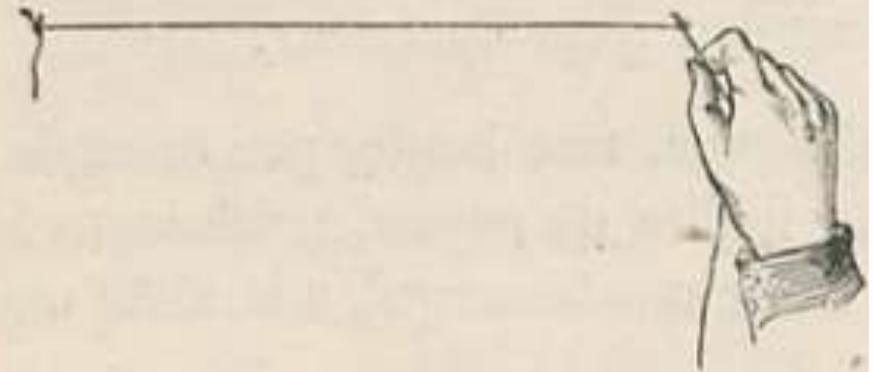


Fig. 3. — Fil en ligne droite.

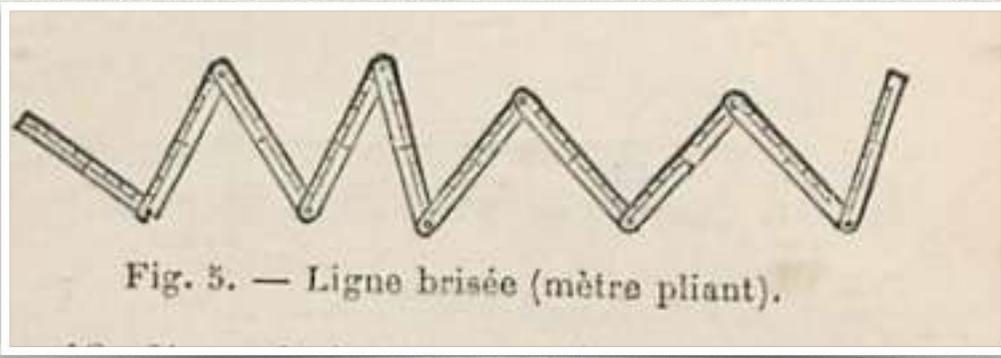


Fig. 5. — Ligne brisée (mètre pliant).

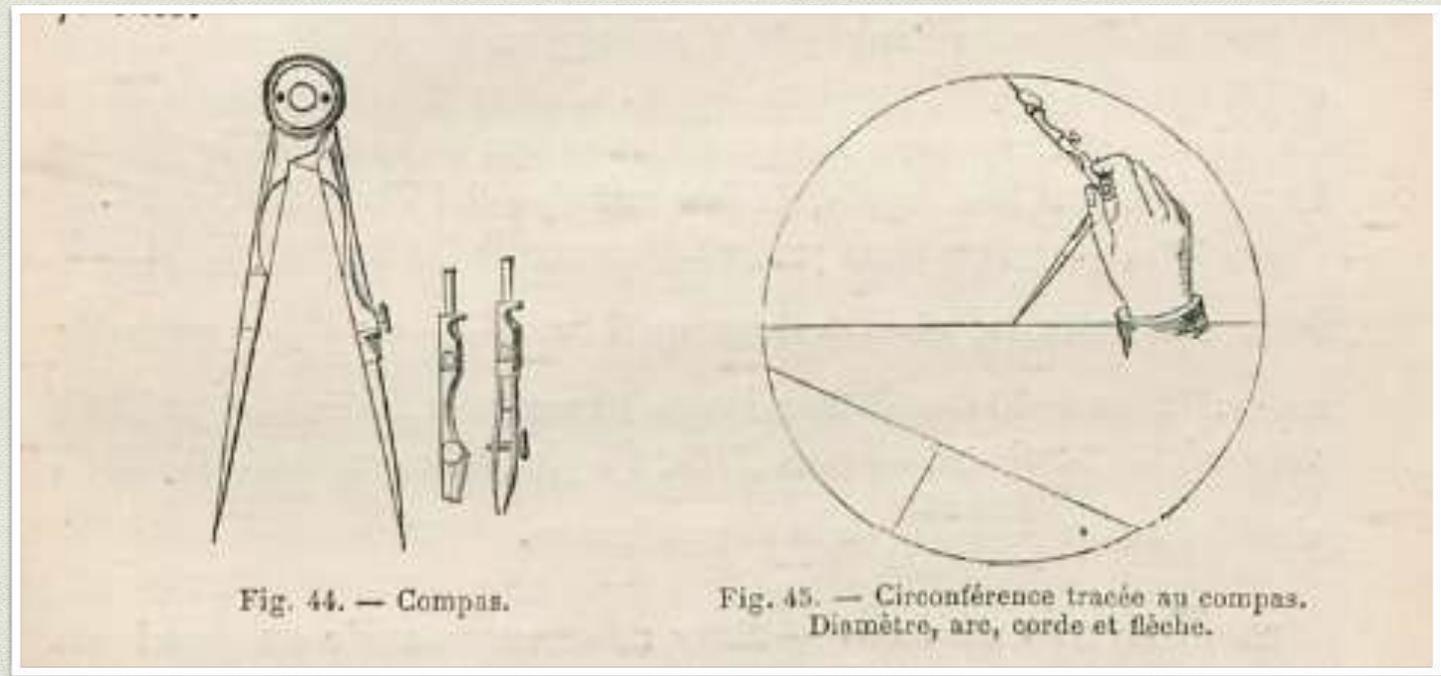
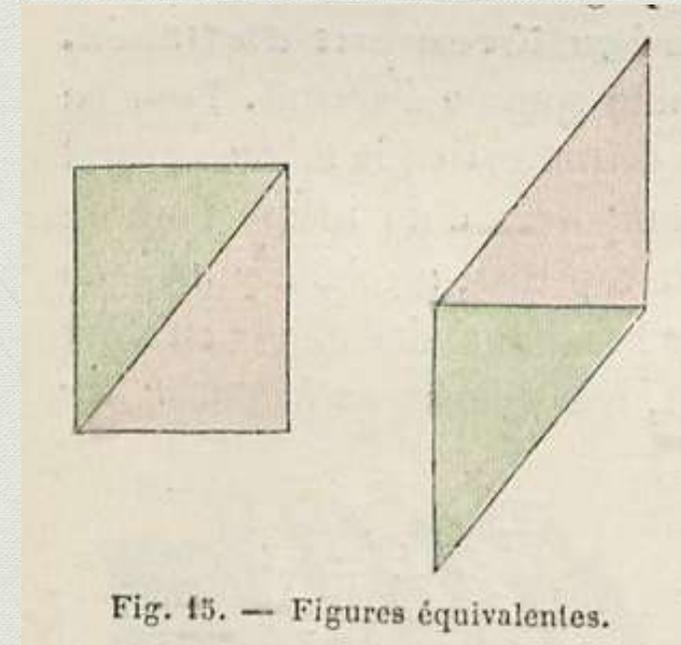
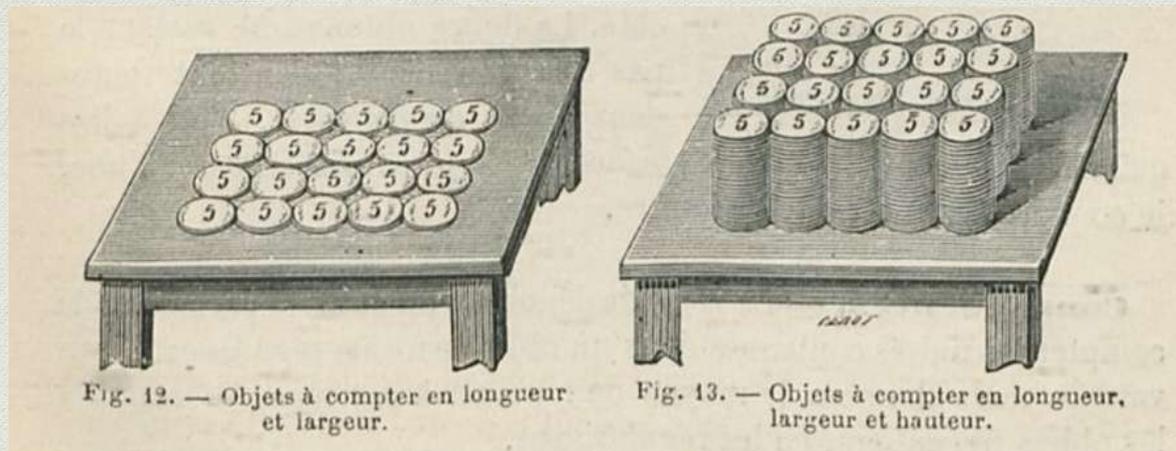


Fig. 44. — Compas.

Fig. 45. — Circonférence tracée au compas.
Diamètre, arc, corde et flèche.



La due regole fondamentali della tachimetria:

“Regola per contare degli oggetti regolarmente disposti”

Ed “equivalenza di due oggetti geometrici” (Dalsème 1880, 5-6)

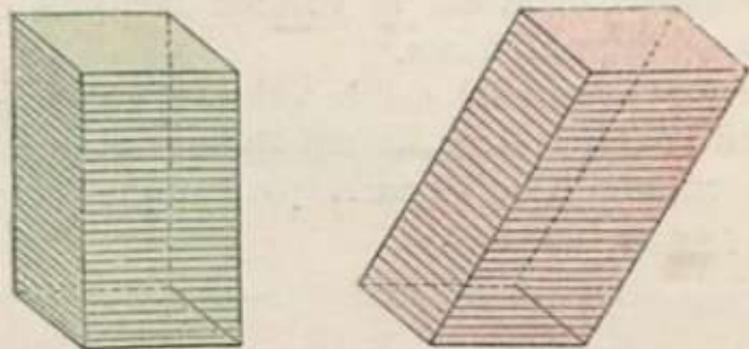


Fig. 32. — Équarris équivalents.

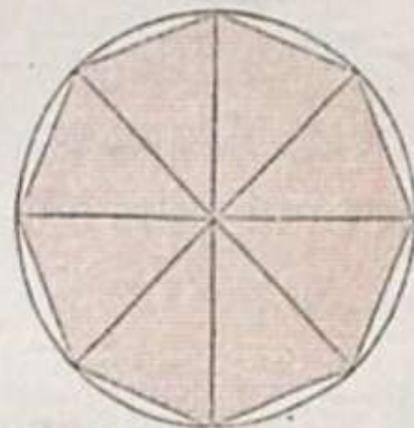


Fig. 49. — Polygone régulier.

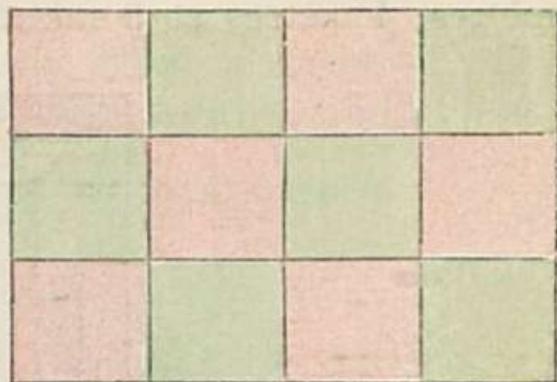


Fig. 19. — Quadrillage d'un rectangle.

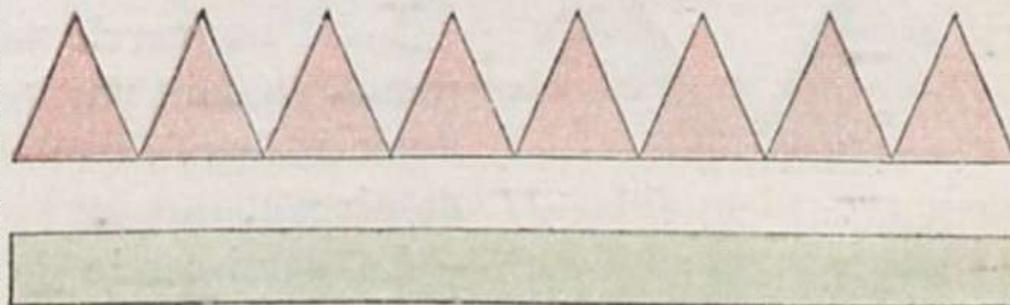


Fig. 50. — Transformation en un ruban.

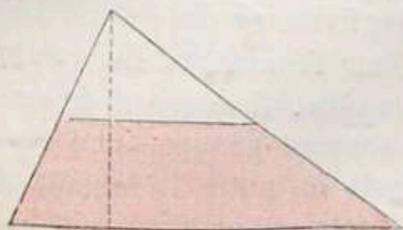


Fig. 67. — Trapèze.

Trapèze. — Si l'on tronque un triangle en le coupant parallèlement à sa base, on obtient la figure rose ci-contre, que l'on nomme un *trapèze*. On voit que le trapèze a 4 côtés, dont deux seulement sont parallèles.

Ces deux côtés parallèles s'appellent les *bases*. (La petite et la grande). La hauteur est, naturellement, la distance prise d'équerre entre les deux bases.

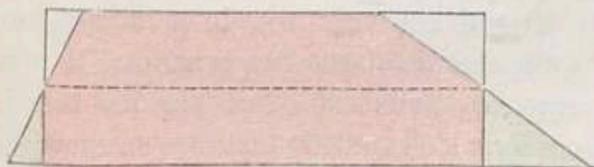


Fig. 68. — Transformation du trapèze.

La surface d'un trapèze s'obtient en multi-

plant la $\frac{1}{2}$ somme de ses bases par sa hauteur.

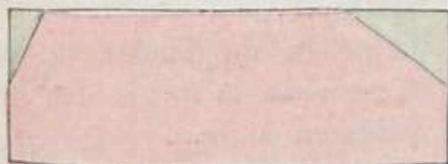


Fig. 69. — Rectangle équivalent.

Il suffit, pour le montrer, d'*égaliser* un trapèze, et en hauteur et en largeur ; c'est-à-dire de le réduire à un rectangle de même surface. Pour cela, je fais passer un fil à plomb par le point milieu du côté de droite, et un autre par le point milieu du côté gauche. Par là sont déterminées deux équerres vertes. Chacune

de ces équerres est déplacée jusqu'à ce qu'elle soit perpendiculaire à la base. Les deux triangles verts ainsi formés sont égaux et peuvent être transportés l'un à l'autre pour former un rectangle équivalent au trapèze.

sommet du cube, le sommet supérieur de gauche, par exemple. De ces 4 diagonales, trois appartiennent aux faces contiguës ; la 4^e passe à l'intérieur du cube. Les 3 pyramides ont respectivement pour bases :

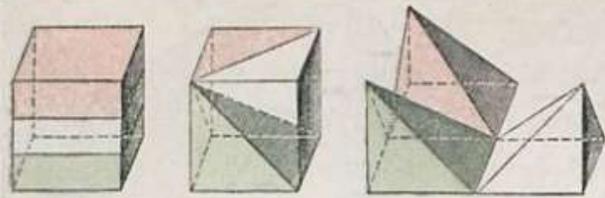


Fig. 60. — Trois pyramides dans un cube. Chaque pyramide vaut une tranche.

La face inférieure ou base du cube ;

La face de droite ;

La face postérieure.

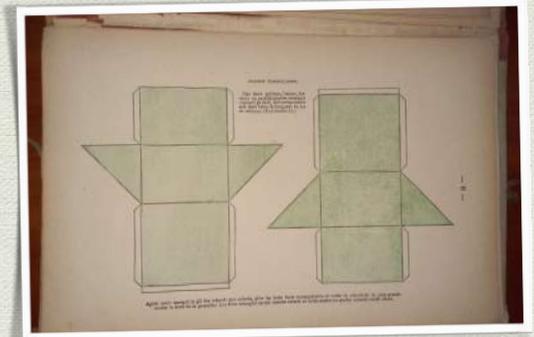
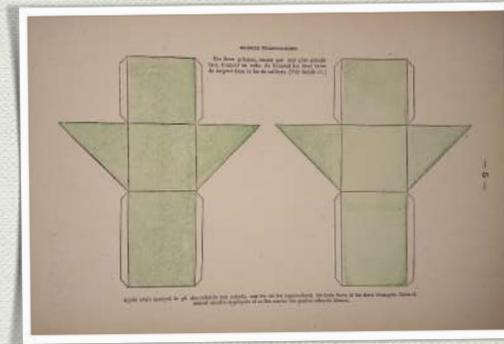
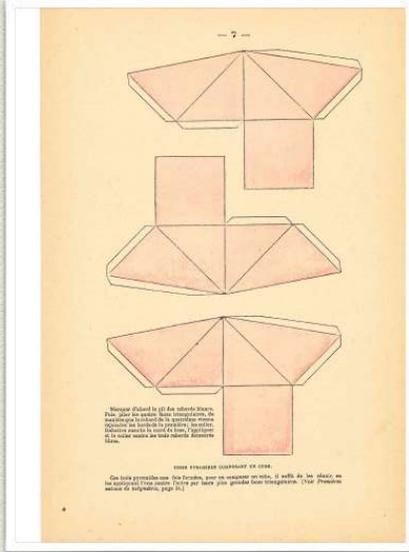
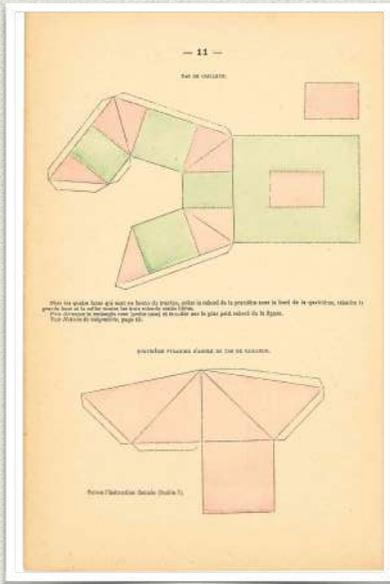
Toutes les trois ont pour hauteur l'arête du cube. En les

disjoignant pour les placer côte à côte, on se rend compte de leur égalité.



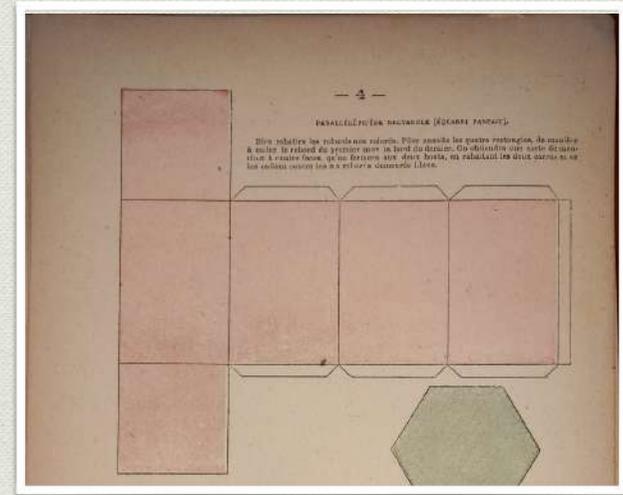
Zannoni, I. (2018), *La geometria naturale di Jules Dalsème: sforzo divulgativo e contributo all'istruzione matematica primaria nella Francia della Terza Repubblica*. Master Thesis, Rome: Roma Tre University.

Tirocinio svolto in una classe IV primaria

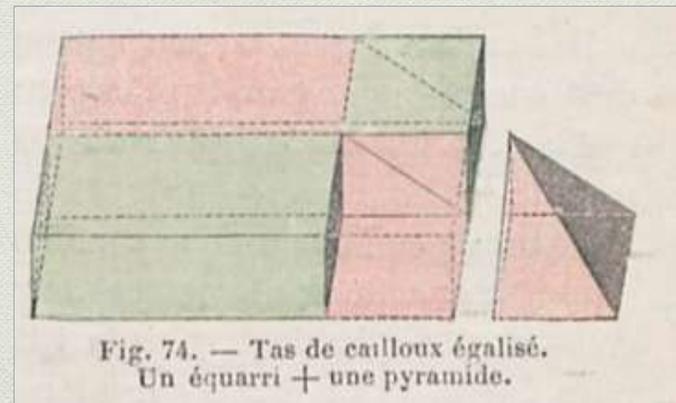
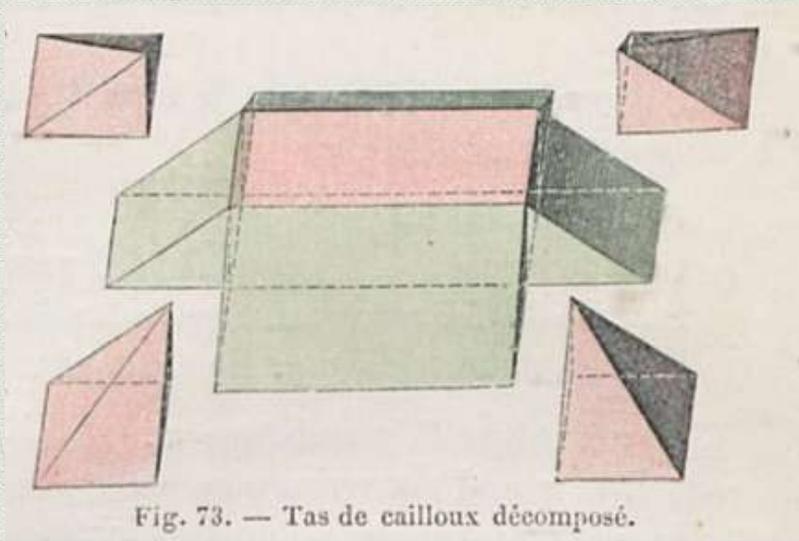


Tra questi volumi [volumi troncati], quello principale, o almeno quello che incontriamo più spesso, ci viene offerto dal cumulo di ciottoli che si innalzano di lontano in lontano sulle strade e servono alla loro manutenzione.

Il solo mucchio di sassi riassume tutta la geometria delle figure delimitate da rette e piani, sicché la sua regola contiene l'insieme delle formule già trovate direttamente.

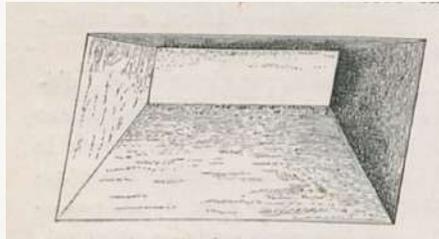


Jules Dalsème (1882), *Matériel-Atlas de Takymétrie a l'usage aux écoles primaires*



The **tas de cailloux**

C'est la forme que l'on retrouve dans l'auge du maçon, le tombereau du terrassier, le pétrin du boulanger, etc. C'est aussi la forme des gros poids en fonte.



Tas de cailloux



l'auge du maçon



le tombereau du terrassier



pétrin du boulanger

gros poids en fonte

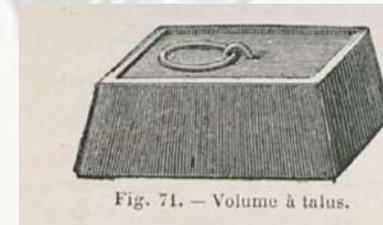
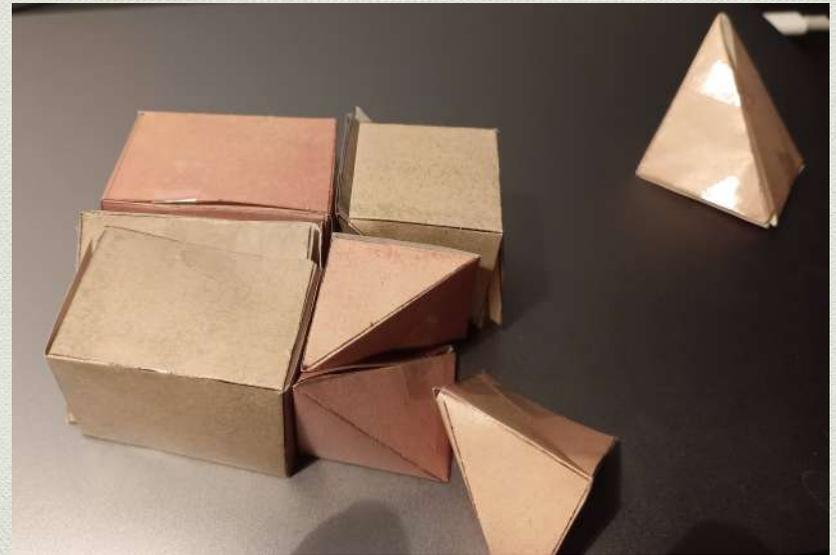
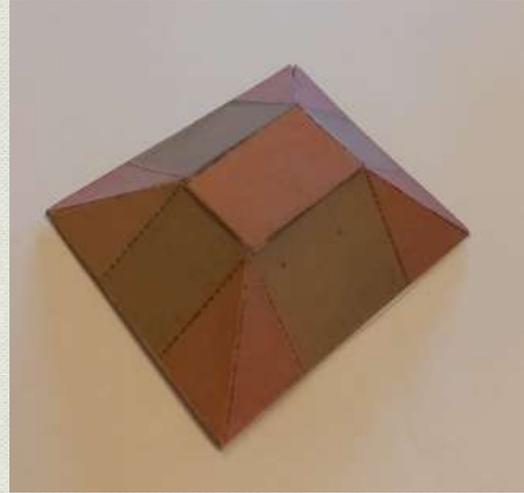


Fig. 71. — Volume à talus.



Doriana Savino

*Oltre i confini della conoscenza: Jules Dalsème (1845-1904) e la geometria
come ponte tra scienza, riscatto e libertà*

Tesi di Laurea magistrale in matematica 2023-24

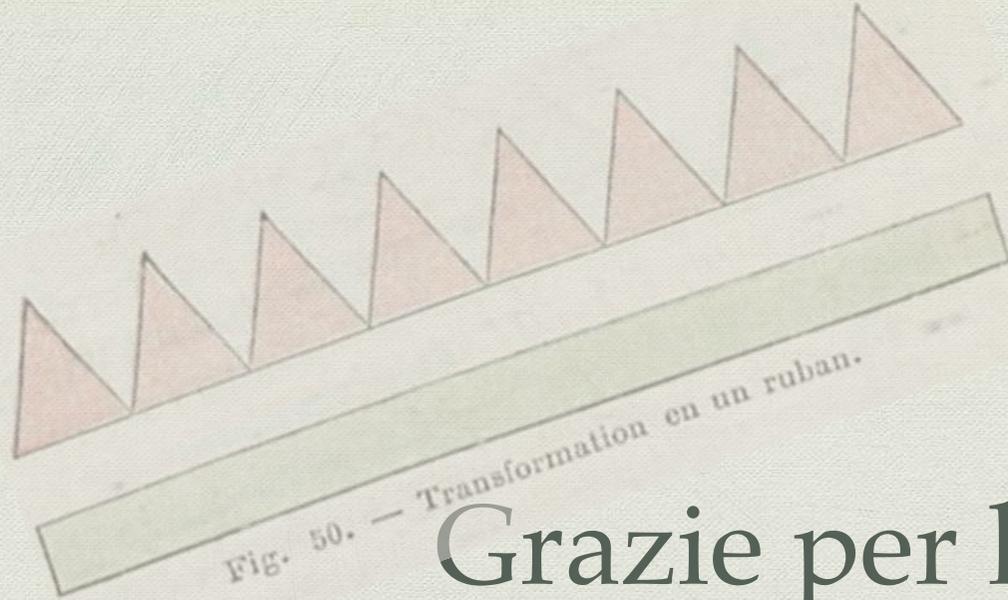


Fig. 50. — Transformation en un ruban.

Grazie per l'attenzione



- D'Enfert, R.** (2003) *Inventer une géométrie pour l'école primaire au XIXe siècle*, Tréma, 22, 41-49.
- Dalsème, J.** (1880), *Éléments de Tachymétrie (géométrie naturelle): à l'usage des instituteurs primaires, des écoles professionnelles, des agents des travaux public*, etc. 3rd edition. Paris: Librairie classique d'Eugène Belin.
- Dalsème, J.**(1889), *Einsegnement de l'arithmétique et de la géométrie*. Paris: Imprimerie Nationale.
- Dalsème, J.** *Matériel-Atlas de tackymétrie à l'usage des écoles primaires*. Collection de 32 figures tirées en Chromo-typographie à découvrir et à assembler pour l'enseigneunte de la géométrie usuelle, educational aid, designer Jules Dalsème, producer Librairie classique Belin, 1882.
- Hément, F. and Dalsème, J.** (1874), *Premierès notions de géométrie*. 2nd ed. Paris: Librairie Ch. Delagrave
- Kahn, P.** (2002), *La leçon des choses – Naissance de l'eneignement des sciences à l'école primaire*. Villeneuve d'Ascq: Presses Universitaires du Septentrion.
- Lagout, É.** (1874), *Tachymétrie. Géométrie concrète en trois leçons. Accessible-Inaccessible-Incalculable. Cahier d'un soldat du génie*. Paul Dupont, Paris
- Magrone, P.** (2025). *Beyond the textbook: reflections on hands-on approach from Jules Dalsème's (1845-1904) production*, to appear on Evelyne Barbin, Michael N. Fried, Marta Menghini, and F. Saverio Tortoriello (Eds) *Current Trends, Practices, and Ideas in the History and Epistemology in Mathematics Education. Reflections based on ESU-9, Salerno, July 2022*.
- Magrone, P., Millán Gasca, A., Zannoni, I.** (2023). *Science for the multitude: Jules Dalsème's (1845-1904) "natural geometry" for the education of all*. *Almagest*, 14 (1), 174-209.
- Menghini, M.** (2012), "From Practical Geometry to the Laboratory Method: The Search for an Alternative to Euclid in the History of Teaching Geometry", in S. J. Cho. *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education*, 561-587. Cham: Springer.
- Millán Gasca, A.** (2015), "Mathematics and children's minds: The role of geometry in the European tradition from Pestalozzi to Laisant", *Archives internationales d'histoire des sciences* 65(2): 261-277.
- Zannoni, I.** (2018), *La geometria naturale di Jules Dalsème: sforzo divulgativo e contributo all'istruzione matematica primaria nella Francia della Terza Repubblica*. Master Thesis, Rome: Roma Tre University.

mince, offrant la forme d'un triangle rectangle. Nous savons comment on en vérifie l'angle droit (n° 20, application).

Si cet angle est juste, l'équerre peut servir à tracer rapidement des perpendiculaires.

Pour obtenir une perpendiculaire à une droite AB, par un point M (extérieur, par exemple), on place d'abord l'équerre de manière que l'un des côtés de l'angle droit coïncide avec AB (position *cab*), puis, appliquant une règle maintenue fixe contre l'hypoténuse, on fait glisser l'équerre le long de la règle, jusqu'à ce que le second côté de l'angle droit passe par le point M (position *c'a'b'*). Ce côté sert alors de guide au crayon.

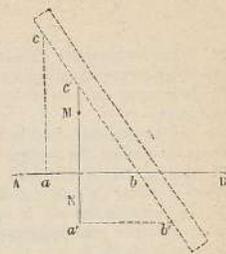


Fig. 64.

L'équerre permet de tracer des parallèles, même si l'angle droit n'est pas juste. Il suffit qu'elle ait deux bords bien rectilignes.

Pour obtenir, au point C, une parallèle à AB, on place d'abord l'un des côtés de l'équerre en coïncidence avec AB (position *MNP*), puis, ayant fixé contre un autre bord la règle EF, on fait glisser l'équerre le long de la règle jusqu'à ce que le côté MN passe par le point C (position *M'N'P'*). La ligne CD est parallèle à AB.

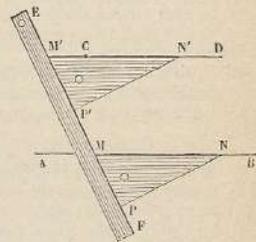


Fig. 65.

En effet, les angles *M*, *M'* égaux sont correspondants.

LEÇONS ÉLÉMENTAIRES

DE

GÉOMÉTRIE

PAR J. DALSÈME



Ancien élève de l'École polytechnique
Professeur à l'École normale de la Seine
Officier de l'instruction publique

1^{re}, 2^e, 3^e et 4^e Années

CONTENANT LES MATIÈRES INDIQUÉES PAR LES PROGRAMMES DE 1886

Pour l'enseignement secondaire spécial



PARIS

LIBRAIRIE HACHETTE ET C^{ie}

79, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 79

1889

Droits de propriété et de traduction réservés



EXTRAIT

DES PROGRAMMES OFFICIELS

DE

L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE SPÉCIAL

(10 août 1886)

PREMIÈRE ANNÉE

Ligne droite et plan. Ligne brisée. Ligne courbe.
Angle. Génération des angles par la rotation d'une droite autour d'un de ses points. Angle droit.
Triangles. Cas d'égalité les plus simples. Propriétés du triangle isocèle. Cas d'égalité des triangles rectangles.
Lieu géométrique des points équidistants de deux points. Lieu géométrique des points équidistants de deux droites qui se coupent.
Droites parallèles. Somme des angles d'un triangle, d'un polygone. Propriétés des parallélogrammes.
Tracé des perpendiculaires et des parallèles. Usage de la règle et de l'équerre dans les constructions sur le papier.

DEUXIÈME ANNÉE

Revision du cours de première année.
De la circonférence du cercle. Dépendance mutuelle des arcs et des cordes, des cordes et de leurs distances au centre.
Tangente au cercle. Intersection et contact de deux cercles.
Mesure des angles. Angle inscrit.
Usage de la règle et du compas dans les constructions sur le papier.
Evaluation des angles en degrés, minutes et secondes. Rapporteur.
Problèmes élémentaires sur la construction des angles et des triangles.
Mener une tangente à un cercle par un point extérieur. Mener une tangente à un cercle parallèlement à une droite donnée. Mener une tangente commune à deux cercles. Décrire sur une droite donnée un segment capable d'un angle donné.
Mesure des aires. Aire du rectangle, du carré, du parallélogramme, du triangle, du trapèze, d'un polygone quelconque. Théorème du carré construit sur l'hypoténuse d'un triangle rectangle. Nombreuses applications numériques.
Lignes proportionnelles.
Polygones semblables. Conditions de similitude des triangles.
Rapport des périmètres et des aires de deux polygones semblables.
Relations métriques dans le triangle rectangle.

6

PROGRAMMES OFFICIELS.

Théorème relatif aux sécantes d'un même cercle issues d'un même point.

Problèmes. — Diviser une droite donnée en parties égales, en parties proportionnelles à des longueurs données. Construction de la quatrième proportionnelle et de la moyenne proportionnelle. Construire sur une droite donnée un polygone semblable à un polygone donné. Triangle équivalent à un polygone, carré équivalent à un polygone.

Notions d'arpentage. Usage de la chaîne et de l'équerre d'arpenteur. Le professeur fera exécuter aux élèves des dessins géométriques suivant des dimensions données.

TROISIÈME ANNÉE

Revision des principaux théorèmes sur les lignes proportionnelles, les triangles semblables et les propriétés du triangle rectangle.

Relations métriques dans un triangle quelconque.
Polygones réguliers : leur inscription dans le cercle. Carré ; hexagone. Valeur approchée du rapport de la circonférence au diamètre.

Mesure de la circonférence. — Longueur d'un arc d'un nombre donné de degrés. — Applications.

Aire d'un polygone régulier. — Aire d'un cercle. — Aire d'un secteur circulaire.

Notions sur le levé des plans. — Levé au mètre, levé à l'équerre, levé au géomètre, levé à la planchette.

Du plan et de la ligne droite dans l'espace. — Parallélisme des droites et des plans. — Perpendiculaires et obliques au plan.

Angles dièdres. — Plans perpendiculaires.
Notions sur les angles trièdres et polyèdres.

QUATRIÈME ANNÉE

Polyèdres. — Prisme, pyramide.
Mesure des volumes. Parallélépipède ; prisme ; pyramide ; tronc de pyramide.

Notions sommaires sur les polyèdres semblables. — Rapport des surfaces, des volumes.

Cylindre droit à base circulaire. Mesure de la surface latérale et du volume.

Cône droit à base circulaire. Surface latérale du cône, du tronc de cône à bases parallèles ; volume du cône et du tronc de cône.

Sphère ; sections planes. Grands cercles ; petits cercles ; pôles d'un cercle ; étant donnée une sphère, trouver son rayon par une construction plane.

Plan tangent à la sphère.
Mesure de la surface engendrée par une ligne brisée régulière, tournant autour d'un axe mené dans son plan et par son centre ; aire de la zone, de la sphère.

Mesure du volume de la sphère.

la superficie de la figure n'est point altérée, et l'on peut remplacer le polygone ABCDE par le polygone AFDE équivalent au premier, avec un côté de moins.

A l'aide de la même opération, répétée un nombre suffisant de fois, on transformera un polygone quelconque en un polygone ayant un côté de moins, puis deux, etc., jusqu'à aboutir à un triangle équivalent.

Ainsi, sur la figure, le triangle AFG est équivalent au polygone ABCDE.

141. Aire d'une figure limitée par une courbe. — En général, il n'est pas possible de déterminer avec une

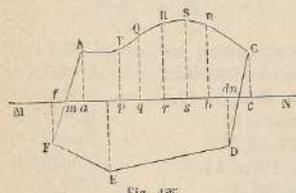


Fig. 125.

complète exactitude l'aire d'une figure limitée par une courbe irrégulière. C'est de l'aire approximative qu'il s'agit alors. Dans la pratique, on emploiera l'un des deux procédés suivants :
1° Pour mesurer la superficie limitée par le contour ABCDEF en partie curviligne, on trace une droite transversale MN sur laquelle on abaisse, de tous les sommets du polygone, des perpendiculaires, comme tout à l'heure sur la grande diagonale. Toutefois, sur la courbe ABC, on a soin de choisir des points P, Q, R, S, etc., suffisamment rapprochés pour que les arcs de courbe AP, PQ, QR, RS, SB, BC compris entre deux points consécutifs, s'écartent très peu de leurs cordes respectives. De ces divers points on abaisse des perpendiculaires sur la transversale MN, et l'on assimile les quadrilatères mixtilignes AP ap , PQ pq , QR qr , etc., à des trapèzes rectangles.

2° On peut régulariser le procédé qui précède et abréger les calculs, en prenant sur la courbe les points déterminés par des perpendiculaires répondant à des divisions égales de la transversale.

Considérons, par exemple, l'aire comprise entre la droite