Dalla storia della matematica all'aula

Michela Eleuteri

Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche
Università di Modena e Reggio Emilia

Ellissi e ovali tra storia, didattica e architettura

Ferrara, 9 maggio 2025

michela.eleuteri@unimore.it

Bibliografia

▷ Lucia Leoncelli: *Quando la derivabilità sta in due archi di compasso - ellissi e ovali, due curve a confronto*

Tesi di Laurea Magistrale in Matematica, Relatrici: Michela Eleuteri e Paola Magrone

▷ Alessandra Carlini e Paola Magrone, Ellipses and Ovals in the physical space of St. Peter's square in Rome, 16th Conference on Applied Mathematics (2017).

▷ Riccardo Migliari, Ellissi e ovali: Epilogo di un conflitto, Palladio, 1995, pp. 93-102.

Ellissi e ovali: storia di un equivoco

Ellissi e ovali: due curve a confronto

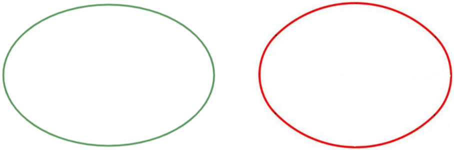


Figura 1: A sinistra l'immagine di un'ellisse e a destra quella di un ovale (Leoncelli, Tesi Magistrale)

▷ Nel linguaggio di tutti i giorni i termini ellisse e ovale sono spesso utilizzati come sinonimi

▷ In realtà, pur essendo molto simili nel loro aspetto, le due curve si ottengono seguendo procedimenti diversi

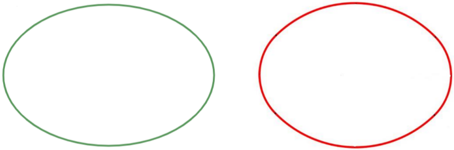


Figura 1: A sinistra l'immagine di un'ellisse e a destra quella di un ovale (Leoncelli, Tesi Magistrale)

▷ Nel linguaggio di tutti i giorni i termini ellisse e ovale sono spesso utilizzati come sinonimi

▷ In realtà, pur essendo molto simili nel loro aspetto, le due curve si ottengono seguendo procedimenti diversi

Ellissi e ovali: due curve a confronto

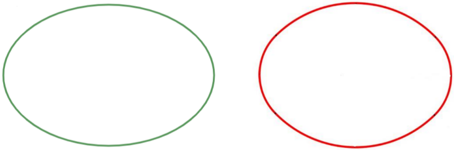


Figura 1: A sinistra l'immagine di un'ellisse e a destra quella di un ovale (Leoncelli, Tesi Magistrale)

▷ Nel linguaggio di tutti i giorni i termini ellisse e ovale sono spesso utilizzati come sinonimi

▷ In realtà, pur essendo molto simili nel loro aspetto, le due curve si ottengono seguendo procedimenti diversi

Ellisse come conica

▷ L'ellisse rientra nella famiglia delle coniche, ovvero delle curve ottenute *intersecando un cono con una sezione piana*

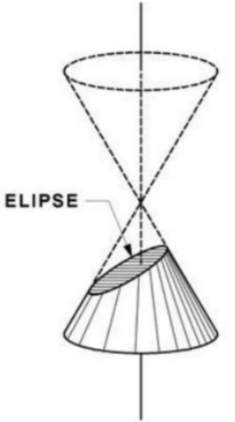


Figura 2: Ellisse come sezione di un cono (Carlini e Magrone, 2017, p. 297)

Ellisse come luogo geometrico

▷ L'ellisse è una curva chiusa tale che la somma delle distanze di ognuno dei suoi punti rispetto a due punti interni fissi, detti fuochi, è costante e uguale alla misura dell'asse maggiore

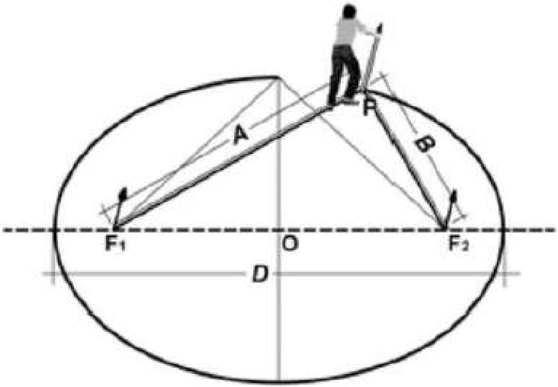


Figura 3: Ellisse, disegno di Sylvie Duvernoy (Duvernoy, 2015, p. 429)

L'ovale

▷ L'ovale è una particolare curva policentrica, ossia una curva formata da più archi di circonferenza, per lo più di raggi diversi, che presentano la *medesima retta tangente nel loro punto di connessione*

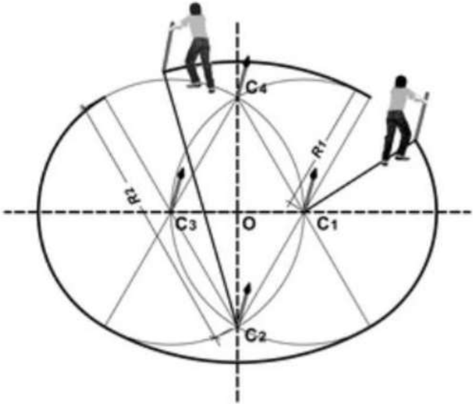


Figura 4: Ovale, disegno di Sylvie Duvernoy (Duvernoy, 2015, p. 429)

Ellissi e ovali: due curve a confronto

▷ In particolare gli archi di circonferenza di raggi diversi sono uniti in modo che il punto di giunzione sia *allineato* con i due centri delle circonferenze stesse

▷ Da questa proprietà deriva l'allineamento delle normali, ovvero dei *raggi*, e conseguentemente anche quello delle rette tangenti, per questo è possibile dedurre non solo la continuità dell'ovale, ma anche la sua derivabilità

▷ Se le due curve analizzate presentano gli stessi assi, allora esse appaiono notevolmente somiglianti per quanto riguarda la pura percezione visiva e per questo qualsiasi ellisse può essere approssimata da un ovale regolare e viceversa

Ellissi e ovali: due curve a confronto

▷ In particolare gli archi di circonferenza di raggi diversi sono uniti in modo che il punto di giunzione sia *allineato* con i due centri delle circonferenze stesse

▷ Da questa proprietà deriva l'allineamento delle normali, ovvero dei *raggi*, e conseguentemente anche quello delle rette tangenti, per questo è possibile dedurre non solo la continuità dell'ovale, ma anche la sua derivabilità

▷ Se le due curve analizzate presentano gli stessi assi, allora esse appaiono notevolmente somiglianti per quanto riguarda la pura percezione visiva e per questo qualsiasi ellisse può essere approssimata da un ovale regolare e viceversa

Ellissi e ovali: due curve a confronto

▷ In particolare gli archi di circonferenza di raggi diversi sono uniti in modo che il punto di giunzione sia *allineato* con i due centri delle circonferenze stesse

▷ Da questa proprietà deriva l'allineamento delle normali, ovvero dei *raggi*, e conseguentemente anche quello delle rette tangenti, per questo è possibile dedurre non solo la continuità dell'ovale, ma anche la sua derivabilità

▷ Se le due curve analizzate presentano gli stessi assi, allora esse appaiono notevolmente somiglianti per quanto riguarda la pura percezione visiva e per questo qualsiasi ellisse può essere approssimata da un ovale regolare e viceversa

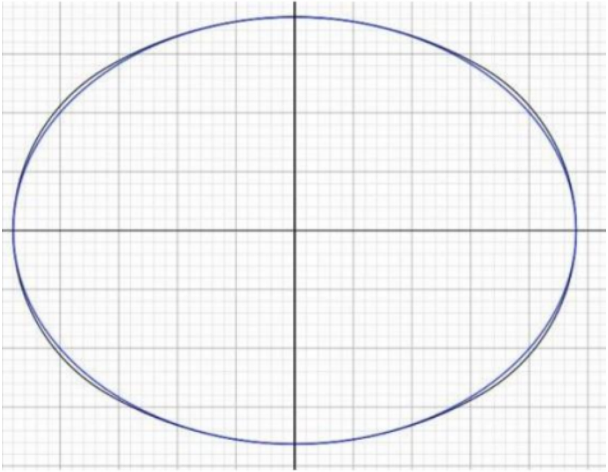


Figura 5: Ellisse (blu) e ovale (nero) inscritte nello stesso rettangolo (Carlini e Magrone, 2017, p. 296)

▷ In particolare, confrontando alcuni ovali ed un'ellisse con le stesse dimensioni degli assi, si può osservare che esiste un'unica ellisse con tali misure, mentre vi sono infiniti ovali, anche molto diversi fra loro, costituiti a partire da questi assi [1]

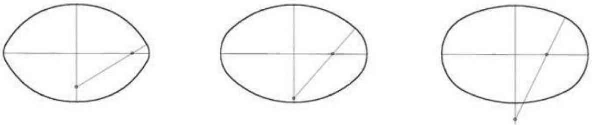


Figura 6: Esempi di ovali con stesse misure degli assi, ma forma diversa (Dotto, 2002, p. 14)

[1] (Dotto, 2002)

Ellissi e ovali: due curve a confronto

▷ A causa di questa somiglianza ottica, nel corso della storia e ancora oggi è presente una grande ambiguità nell'uso di questi due termini geometrici [2]

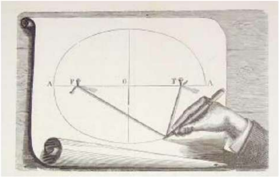


Figura 7: Metodo del giardiniere o metodo del filo. Nell'immagine a destra, in realtà, la figura è un ovale. Possiamo affermarlo con una certa sicurezza, osservando da vicino la curva (A. Guillemin (1882), El mundo fisico: gravedad, gravitacion, luz, calor, electricidad, magnetismo,etc. Tomo Primero, p. 116)

[2] (Duvernoy, 2015)

Ellissi e ovali: due curve a confronto

▷ L'ovale, pur non essendo una curva molto considerata dai matematici, si può trovare in molti trattati d'architettura, a partire dal XVI secolo fino al XIX secolo, nei quali viene utilizzata principalmente per *scopi pratici* e in particolare nelle costruzioni di grandi opere grazie alla semplicità con cui si può tracciare con pochi tratti di compasso e per le proprietà della sua curvatura

▷ L'ellisse è una linea che modifica gradualmente la sua curvatura, passando da un raggio maggiore, in prossimità degli estremi dell'asse minore, a un raggio sempre più breve, fino a diventare minimo in corrispondenza degli estremi dell'asse maggiore [3]

▷ L'ovale, diversamente dall'ellisse, presenta una curvatura costante che cambia repentinamente quanto cambia il centro dell'arco che lo compone [4]

▷ Il tracciamento dell'ellisse risulta essere più complicato, rispetto a quello dell'ovale

[3] (Migliari, 1995)
[4] (Migliari, 1995)

Ellissi e ovali: due curve a confronto

▷ L'ovale, pur non essendo una curva molto considerata dai matematici, si può trovare in molti trattati d'architettura, a partire dal XVI secolo fino al XIX secolo, nei quali viene utilizzata principalmente per *scopi pratici* e in particolare nelle costruzioni di grandi opere grazie alla semplicità con cui si può tracciare con pochi tratti di compasso e per le proprietà della sua curvatura

▷ L'ellisse è una linea che modifica gradualmente la sua curvatura, passando da un raggio maggiore, in prossimità degli estremi dell'asse minore, a un raggio sempre più breve, fino a diventare minimo in corrispondenza degli estremi dell'asse maggiore [3]

▷ L'ovale, diversamente dall'ellisse, presenta una curvatura costante che cambia repentinamente quanto cambia il centro dell'arco che lo compone [4]

▷ Il tracciamento dell'ellisse risulta essere più complicato, rispetto a quello dell'ovale

[3] (Migliari, 1995)
[4] (Migliari, 1995)

▷ L'ovale, pur non essendo una curva molto considerata dai matematici, si può trovare in molti trattati d'architettura, a partire dal XVI secolo fino al XIX secolo, nei quali viene utilizzata principalmente per *scopi pratici* e in particolare nelle costruzioni di grandi opere grazie alla semplicità con cui si può tracciare con pochi tratti di compasso e per le proprietà della sua curvatura

▷ L'ellisse è una linea che modifica gradualmente la sua curvatura, passando da un raggio maggiore, in prossimità degli estremi dell'asse minore, a un raggio sempre più breve, fino a diventare minimo in corrispondenza degli estremi dell'asse maggiore [3]

▷ L'ovale, diversamente dall'ellisse, presenta una curvatura costante che cambia repentinamente quanto cambia il centro dell'arco che lo compone [4]

▷ Il tracciamento dell'ellisse risulta essere più complicato, rispetto a quello dell'ovale

[3] (Migliari, 1995)
[4] (Migliari, 1995)

Ellissi e ovali: due curve a confronto

▷ L'ovale, pur non essendo una curva molto considerata dai matematici, si può trovare in molti trattati d'architettura, a partire dal XVI secolo fino al XIX secolo, nei quali viene utilizzata principalmente per *scopi pratici* e in particolare nelle costruzioni di grandi opere grazie alla semplicità con cui si può tracciare con pochi tratti di compasso e per le proprietà della sua curvatura

▷ L'ellisse è una linea che modifica gradualmente la sua curvatura, passando da un raggio maggiore, in prossimità degli estremi dell'asse minore, a un raggio sempre più breve, fino a diventare minimo in corrispondenza degli estremi dell'asse maggiore [3]

▷ L'ovale, diversamente dall'ellisse, presenta una curvatura costante che cambia repentinamente quanto cambia il centro dell'arco che lo compone [4]

▷ Il tracciamento dell'ellisse risulta essere più complicato, rispetto a quello dell'ovale

[3] (Migliari, 1995)
[4] (Migliari, 1995)

I conci di un'ellisse

▷ I conci (pietre squadrate) che appartengono al medesimo quarto di ellisse sono tutti diversi

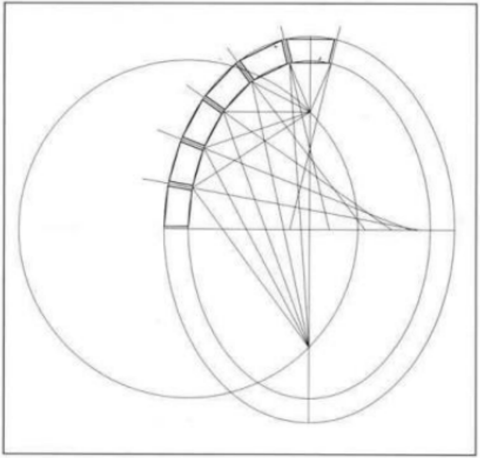


Figura 8: Divisione in conci di un profilo ellittico: i giunti sono orientati secondo le normali alla curva che sono le bisettrici degli angoli sottesi dai fuochi; gli angoli compresi tra le normali crescono dall'imposta verso la chiave e conferiscono ai conci forme diverse (Migliari, 1995, p. 95)

I conci di un ovale

▷ Gli archi che compongono l'ovale sono perfettamente saldati, ammettendo nel punto di giunzione una tangente comune, tuttavia proprio in quel punto si osserva una sorta di schiacciamento

▷ Realizzare una struttura di pietra ovale è più conveniente, poiché i conci che appartengono al medesimo arco possiedono stessa forma

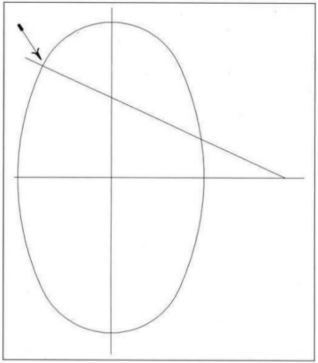


Figura 9: L'ovale appare schiacciato nel punto in cui si saldano due archi di diverso raggio (Migliari, 1995, p. 95)

Primo spunto didattico: origine delle coniche

Le coniche prima di Apollonio

▷ La scoperta delle sezioni coniche è attribuita a Menecmo, [5] tuttavia, tali curve solo successivamente presero il nome di ellisse, parabola e iperbole

▷ Esse sono chiamate coniche in quanto ottenute sezionando un cono con un piano

▷ Cos'è un cono?

▷ Euclide, nell'undicesimo libro della sua opera gli *Elementi*, lo descrisse come quella figura che si ricava facendo ruotare un triangolo rettangolo attorno ad un cateto

[5] Matematico greco del IV secolo a.C., il quale cercò di risolvere il problema di Delo sulla duplicazione del cubo, sfruttando semplici proprietà della parabola e dell'iperbole equilatera (Jones, 1994)

Le coniche prima di Apollonio

▷ La scoperta delle sezioni coniche è attribuita a Menecmo, [5] tuttavia, tali curve solo successivamente presero il nome di ellisse, parabola e iperbole

▷ Esse sono chiamate coniche in quanto ottenute sezionando un cono con un piano

▷ Cos'è un cono?

▷ Euclide, nell'undicesimo libro della sua opera gli *Elementi*, lo descrisse come quella figura che si ricava facendo ruotare un triangolo rettangolo attorno ad un cateto

[5] Matematico greco del IV secolo a.C., il quale cercò di risolvere il problema di Delo sulla duplicazione del cubo, sfruttando semplici proprietà della parabola e dell'iperbole equilatera (Jones, 1994)

Le coniche prima di Apollonio

▷ La scoperta delle sezioni coniche è attribuita a Menecmo, [5] tuttavia, tali curve solo successivamente presero il nome di ellisse, parabola e iperbole

▷ Esse sono chiamate coniche in quanto ottenute sezionando un cono con un piano

▷ Cos'è un cono?

▷ Euclide, nell'undicesimo libro della sua opera gli *Elementi*, lo descrisse come quella figura che si ricava facendo ruotare un triangolo rettangolo attorno ad un cateto

[5] Matematico greco del IV secolo a.C., il quale cercò di risolvere il problema di Delo sulla duplicazione del cubo, sfruttando semplici proprietà della parabola e dell'iperbole equilatera (Jones, 1994)

Le coniche prima di Apollonio

▷ La scoperta delle sezioni coniche è attribuita a Menecmo, [5] tuttavia, tali curve solo successivamente presero il nome di ellisse, parabola e iperbole

▷ Esse sono chiamate coniche in quanto ottenute sezionando un cono con un piano

▷ Cos'è un cono?

▷ Euclide, nell'undicesimo libro della sua opera gli *Elementi*, lo descrisse come quella figura che si ricava facendo ruotare un triangolo rettangolo attorno ad un cateto

[5] Matematico greco del IV secolo a.C., il quale cercò di risolvere il problema di Delo sulla duplicazione del cubo, sfruttando semplici proprietà della parabola e dell'iperbole equilatera (Jones, 1994)

Le coniche prima di Apollonio [6]

▷ Le sezioni coniche si ottengono a partire da coni diversi e la tipologia di conica varia sulla base dell'ampiezza dell'angolo al vertice: se il cono è acutangolo, si ricava un'ellisse; se è rettangolo, una parabola e se è ottusangolo, un'iperbole

▷ La sezione deve sempre essere eseguita attraverso un piano che sia perpendicolare al lato del cono stesso

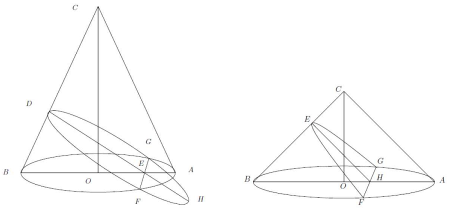


Figura 10: Le sezioni coniche prima di Apollonio (Bellé e Napolitani, 2006, p. 5)

[6] (Bellé e Napolitani, 2006)

Le coniche prima di Apollonio [6]

▷ Le sezioni coniche si ottengono a partire da coni diversi e la tipologia di conica varia sulla base dell'ampiezza dell'angolo al vertice: se il cono è acutangolo, si ricava un'ellisse; se è rettangolo, una parabola e se è ottusangolo, un'iperbole

▷ La sezione deve sempre essere eseguita attraverso un piano che sia perpendicolare al lato del cono stesso

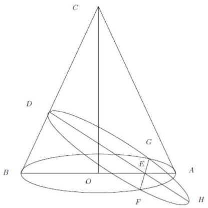


Figura 10: Le sezioni coniche prima di Apollonio (Bellé e Napolitani, 2006, p. 5)

[6] (Bellé e Napolitani, 2006)

Le coniche prima di Apollonio [7]

- Tutti i coni sono retti (cioè l'asse è perpendicolare alla base)
- Tutti i coni hanno una sola falda (quindi anche l'iperbole ha un solo ramo)
- Non è possibile ottenere sezioni differenti con un solo cono
- I coni sono "finiti" e non sono "estensibili"

[7] (Bellé e Napolitani, 2006)

Le coniche prima di Apollonio [7]

- Tutti i coni sono retti (cioè l'asse è perpendicolare alla base)
- Tutti i coni hanno una sola falda (quindi anche l'iperbole ha un solo ramo)
- Non è possibile ottenere sezioni differenti con un solo cono
- I coni sono "finiti" e non sono "estensibili"

[7] (Bellé e Napolitani, 2006)

Le coniche prima di Apollonio [7]

- Tutti i coni sono retti (cioè l'asse è perpendicolare alla base)
- Tutti i coni hanno una sola falda (quindi anche l'iperbole ha un solo ramo)
- Non è possibile ottenere sezioni differenti con un solo cono
- I coni sono "finiti" e non sono "estensibili"

[7] (Bellé e Napolitani, 2006)

Le coniche prima di Apollonio [7]

▷ Tutti i coni sono retti (cioè l'asse è perpendicolare alla base)

▷ Tutti i coni hanno una sola falda (quindi anche l'iperbole ha un solo ramo)

▷ Non è possibile ottenere sezioni differenti con un solo cono

▷ I coni sono "finiti" e non sono "estensibili"

[7] (Bellé e Napolitani, 2006)

Le sezioni coniche per Apollonio

▷ Con l'avvento del matematico **Apollonio di Perga** (seconda metà del *III* secolo a.C.), noto nell'antichità come Il Grande Geometra, le cose cambiarono

▷ Nella sua opera più famosa, le Coniche, egli cercò di riformare completamente gli studi antichi relativi alle sezioni coniche, descrivendo un *nuovo insieme di* sintomi *per le tre curve*, le quali iniziarono ad essere chiamate con il loro nome moderno

Le sezioni coniche per Apollonio

▷ Con l'avvento del matematico **Apollonio di Perga** (seconda metà del *III* secolo a.C.), noto nell'antichità come Il Grande Geometra, le cose cambiarono

▷ Nella sua opera più famosa, le Coniche, egli cercò di riformare completamente gli studi antichi relativi alle sezioni coniche, descrivendo un *nuovo insieme di* sintomi *per le tre curve*, le quali iniziarono ad essere chiamate con il loro nome moderno

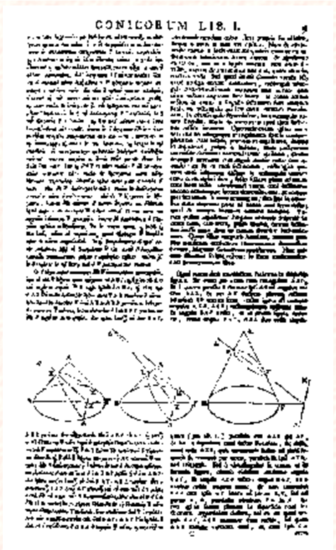

CONICORUM LIB. I.

Figura 11: Frontespizio dell'opera le Coniche in un'edizione del 1710.

Una pagina tratta dal primo degli otto libri dell'opera di Apollonio

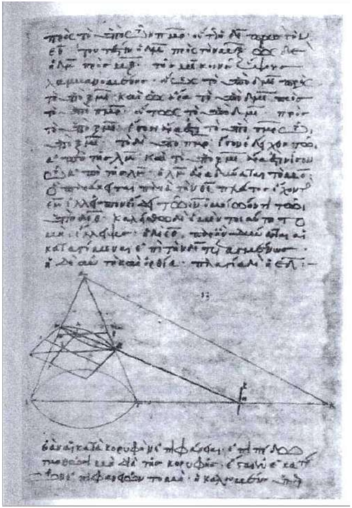


Figura 12: Una pagina tratta dal primo degli otto libri dell'opera di Apollonio (Codice Vaticano greco, sec. XII-XIII. Biblioteca Apostolica Vaticana)

Le sezioni coniche per Apollonio

▷ Le Coniche, Libro I, Definizione 1: il cono si ottiene a partire da una circonferenza detta *base* e da un punto non complanare alla circonferenza, detto *vertice*

▷ Come si ottiene il cono: da questo punto si traccia una retta che lo congiunga alla circonferenza (prolungata da tutte e due le parti rispetto al punto stesso) e, tenendo fisso il punto, si fa muovere la retta lungo la circonferenza

▷ Si tratta di una superficie composta da due "falde": le falde sono opposte rispetto al vertice e cresce "all'infinito"

▷ Asse del cono: è la retta passante per il vertice e il centro della circonferenza

▷ Il cono può essere anche obliquo: cioè il suo asse può formare un angolo qualsiasi con il piano di base

▷ Tutte e tre le sezioni possono essere ottenute nello stesso cono, variando semplicemente l'inclinazione del piano secante (non più necessariamente perpendicolare al lato del cono)

Le sezioni coniche per Apollonio

▷ Le Coniche, Libro I, Definizione 1: il cono si ottiene a partire da una circonferenza detta *base* e da un punto non complanare alla circonferenza, detto *vertice*

▷ Come si ottiene il cono: da questo punto si traccia una retta che lo congiunga alla circonferenza (prolungata da tutte e due le parti rispetto al punto stesso) e, tenendo fisso il punto, si fa muovere la retta lungo la circonferenza

▷ Si tratta di una superficie composta da due "falde": le falde sono opposte rispetto al vertice e cresce "all'infinito"

▷ Asse del cono: è la retta passante per il vertice e il centro della circonferenza

▷ Il cono può essere anche obliquo: cioè il suo asse può formare un angolo qualsiasi con il piano di base

▷ Tutte e tre le sezioni possono essere ottenute nello stesso cono, variando semplicemente l'inclinazione del piano secante (non più necessariamente perpendicolare al lato del cono)

Le sezioni coniche per Apollonio

▷ Le Coniche, Libro I, Definizione 1: il cono si ottiene a partire da una circonferenza detta *base* e da un punto non complanare alla circonferenza, detto *vertice*

▷ Come si ottiene il cono: da questo punto si traccia una retta che lo congiunga alla circonferenza (prolungata da tutte e due le parti rispetto al punto stesso) e, tenendo fisso il punto, si fa muovere la retta lungo la circonferenza

▷ Si tratta di una superficie composta da due "falde": le falde sono opposte rispetto al vertice e cresce "all'infinito"

▷ Asse del cono: è la retta passante per il vertice e il centro della circonferenza

▷ Il cono può essere anche obliquo: cioè il suo asse può formare un angolo qualsiasi con il piano di base

▷ Tutte e tre le sezioni possono essere ottenute nello stesso cono, variando semplicemente l'inclinazione del piano secante (non più necessariamente perpendicolare al lato del cono)

Le sezioni coniche per Apollonio

▷ Le Coniche, Libro I, Definizione 1: il cono si ottiene a partire da una circonferenza detta *base* e da un punto non complanare alla circonferenza, detto *vertice*

▷ Come si ottiene il cono: da questo punto si traccia una retta che lo congiunga alla circonferenza (prolungata da tutte e due le parti rispetto al punto stesso) e, tenendo fisso il punto, si fa muovere la retta lungo la circonferenza

▷ Si tratta di una superficie composta da due "falde": le falde sono opposte rispetto al vertice e cresce "all'infinito"

▷ Asse del cono: è la retta passante per il vertice e il centro della circonferenza

▷ Il cono può essere anche obliquo: cioè il suo asse può formare un angolo qualsiasi con il piano di base

▷ Tutte e tre le sezioni possono essere ottenute nello stesso cono, variando semplicemente l'inclinazione del piano secante (non più necessariamente perpendicolare al lato del cono)

Le sezioni coniche per Apollonio

▷ Le Coniche, Libro I, Definizione 1: il cono si ottiene a partire da una circonferenza detta *base* e da un punto non complanare alla circonferenza, detto *vertice*

▷ Come si ottiene il cono: da questo punto si traccia una retta che lo congiunga alla circonferenza (prolungata da tutte e due le parti rispetto al punto stesso) e, tenendo fisso il punto, si fa muovere la retta lungo la circonferenza

▷ Si tratta di una superficie composta da due "falde": le falde sono opposte rispetto al vertice e cresce "all'infinito"

▷ Asse del cono: è la retta passante per il vertice e il centro della circonferenza

▷ Il cono può essere anche obliquo: cioè il suo asse può formare un angolo qualsiasi con il piano di base

▷ Tutte e tre le sezioni possono essere ottenute nello stesso cono, variando semplicemente l'inclinazione del piano secante (non più necessariamente perpendicolare al lato del cono)

Le sezioni coniche per Apollonio

▷ Le Coniche, Libro I, Definizione 1: il cono si ottiene a partire da una circonferenza detta *base* e da un punto non complanare alla circonferenza, detto *vertice*

▷ Come si ottiene il cono: da questo punto si traccia una retta che lo congiunga alla circonferenza (prolungata da tutte e due le parti rispetto al punto stesso) e, tenendo fisso il punto, si fa muovere la retta lungo la circonferenza

▷ Si tratta di una superficie composta da due "falde": le falde sono opposte rispetto al vertice e cresce "all'infinito"

▷ Asse del cono: è la retta passante per il vertice e il centro della circonferenza

▷ Il cono può essere anche obliquo: cioè il suo asse può formare un angolo qualsiasi con il piano di base

▷ Tutte e tre le sezioni possono essere ottenute nello stesso cono, variando semplicemente l'inclinazione del piano secante (non più necessariamente perpendicolare al lato del cono)

Cono a doppia falda e coniche

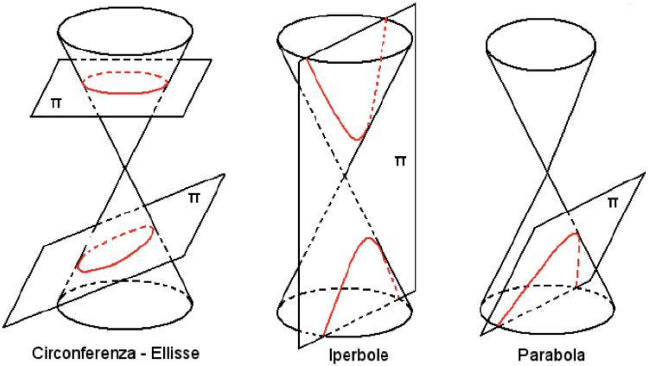


Figura 13: Cono a doppia falda e coniche (https://www.competenzamatematica.it/2018/01/22/le-sezioni-coniche-e-la-figura-di-ipazia/)

Giovanni Keplero (1571-1630)

▷ Dai primi studi relativi alle sezioni coniche trascorsero duemila anni prima che due personaggi arrivassero, quasi simultaneamente, a scoprire due possibili applicazioni di queste curve nella scienza: l'ellisse nell'astronomia e la parabola nella fisica

▷ **Giovanni Keplero** (1571-1630), fin dal 1604, nel corso delle sue ricerche sull'ottica e sulle proprietà degli specchi parabolici, si interessò alle sezioni coniche

▷ Negli studi di Keplero è presente un grande uso delle analogie, [8] grazie alle quali espose il principio di continuità presentando *le tre coniche come ricavate l'una dall'altra tramite una deformazione continua in uno stesso piano* [9]

▷ Durante i suoi studi, l'astronomo, analizzò le analogie geometriche fra le varie coniche e rispetto alle coniche limite, ossia cerchio, retta e parabola

▷ L'idea che la parabola abbia due fuochi, uno dei quali all'infinito, è dovuta proprio a Keplero, così come si deve a lui il termine fuoco, dal latino focus, focale

[8] Keplero infatti affermava:
Amo moltissimo le analogie, quali maestre mie fedelissime e compagne nello svelare tutti i misteri della natura (Viola, 1946, p. 70). Il contributo principale che Keplero diede alla teoria delle coniche è esposto nell'opera *Astronomiae pars optica*, nel quarto paragrafo del quarto capitolo chiamato *De coni sectionibus*.

[9] (Viola, 1946)

Giovanni Keplero (1571-1630)

▷ Dai primi studi relativi alle sezioni coniche trascorsero duemila anni prima che due personaggi arrivassero, quasi simultaneamente, a scoprire due possibili applicazioni di queste curve nella scienza: l'ellisse nell'astronomia e la parabola nella fisica

▷ **Giovanni Keplero** (1571-1630), fin dal 1604, nel corso delle sue ricerche sull'ottica e sulle proprietà degli specchi parabolici, si interessò alle sezioni coniche

▷ Negli studi di Keplero è presente un grande uso delle analogie, [8] grazie alle quali espose il principio di continuità presentando *le tre coniche come ricavate l'una dall'altra tramite una deformazione continua in uno stesso piano* [9]

▷ Durante i suoi studi, l'astronomo, analizzò le analogie geometriche fra le varie coniche e rispetto alle coniche limite, ossia cerchio, retta e parabola

▷ L'idea che la parabola abbia due fuochi, uno dei quali all'infinito, è dovuta proprio a Keplero, così come si deve a lui il termine fuoco, dal latino focus, focale

[8] Keplero infatti affermava:
Amo moltissimo le analogie, quali maestre mie fedelissime e compagne nello svelare tutti i misteri della natura (Viola, 1946, p. 70). Il contributo principale che Keplero diede alla teoria delle coniche è esposto nell'opera *Astronomiae pars optica*, nel quarto paragrafo del quarto capitolo chiamato *De coni sectionibus.*

[9] (Viola, 1946)

Giovanni Keplero (1571-1630)

▷ Dai primi studi relativi alle sezioni coniche trascorsero duemila anni prima che due personaggi arrivassero, quasi simultaneamente, a scoprire due possibili applicazioni di queste curve nella scienza: l'ellisse nell'astronomia e la parabola nella fisica

▷ **Giovanni Keplero** (1571-1630), fin dal 1604, nel corso delle sue ricerche sull'ottica e sulle proprietà degli specchi parabolici, si interessò alle sezioni coniche

▷ Negli studi di Keplero è presente un grande uso delle analogie, [8] grazie alle quali espose il principio di continuità presentando *le tre coniche come ricavate l'una dall'altra tramite una deformazione continua in uno stesso piano* [9]

▷ Durante i suoi studi, l'astronomo, analizzò le analogie geometriche fra le varie coniche e rispetto alle coniche limite, ossia cerchio, retta e parabola

▷ L'idea che la parabola abbia due fuochi, uno dei quali all'infinito, è dovuta proprio a Keplero, così come si deve a lui il termine fuoco, dal latino focus, focale

[8] Keplero infatti affermava:
Amo moltissimo le analogie, quali maestre mie fedelissime e compagne nello svelare tutti i misteri della natura (Viola, 1946, p. 70). Il contributo principale che Keplero diede alla teoria delle coniche è esposto nell'opera *Astronomiae pars optica*, nel quarto paragrafo del quarto capitolo chiamato *De coni sectionibus*.

[9] (Viola, 1946)

Giovanni Keplero (1571-1630)

▷ Dai primi studi relativi alle sezioni coniche trascorsero duemila anni prima che due personaggi arrivassero, quasi simultaneamente, a scoprire due possibili applicazioni di queste curve nella scienza: l'ellisse nell'astronomia e la parabola nella fisica

▷ **Giovanni Keplero** (1571-1630), fin dal 1604, nel corso delle sue ricerche sull'ottica e sulle proprietà degli specchi parabolici, si interessò alle sezioni coniche

▷ Negli studi di Keplero è presente un grande uso delle analogie, [8] grazie alle quali espose il principio di continuità presentando *le tre coniche come ricavate l'una dall'altra tramite una deformazione continua in uno stesso piano* [9]

▷ Durante i suoi studi, l'astronomo, analizzò le analogie geometriche fra le varie coniche e rispetto alle coniche limite, ossia cerchio, retta e parabola

▷ L'idea che la parabola abbia due fuochi, uno dei quali all'infinito, è dovuta proprio a Keplero, così come si deve a lui il termine fuoco, dal latino focus, focale

[8] Keplero infatti affermava:
Amo moltissimo le analogie, quali maestre mie fedelissime e compagne nello svelare tutti i misteri della natura (Viola, 1946, p. 70). Il contributo principale che Keplero diede alla teoria delle coniche è esposto nell'opera *Astronomiae pars optica*, nel quarto paragrafo del quarto capitolo chiamato *De coni sectionibus*.

[9] (Viola, 1946)

Giovanni Keplero (1571-1630)

▷ Dai primi studi relativi alle sezioni coniche trascorsero duemila anni prima che due personaggi arrivassero, quasi simultaneamente, a scoprire due possibili applicazioni di queste curve nella scienza: l'ellisse nell'astronomia e la parabola nella fisica

▷ **Giovanni Keplero** (1571-1630), fin dal 1604, nel corso delle sue ricerche sull'ottica e sulle proprietà degli specchi parabolici, si interessò alle sezioni coniche

▷ Negli studi di Keplero è presente un grande uso delle analogie, [8] grazie alle quali espose il principio di continuità presentando *le tre coniche come ricavate l'una dall'altra tramite una deformazione continua in uno stesso piano* [9]

▷ Durante i suoi studi, l'astronomo, analizzò le analogie geometriche fra le varie coniche e rispetto alle coniche limite, ossia cerchio, retta e parabola

▷ L'idea che la parabola abbia due fuochi, uno dei quali all'infinito, è dovuta proprio a Keplero, così come si deve a lui il termine fuoco, dal latino focus, focale

[8] Keplero infatti affermava:
Amo moltissimo le analogie, quali maestre mie fedelissime e compagne nello svelare tutti i misteri della natura (Viola, 1946, p. 70). Il contributo principale che Keplero diede alla teoria delle coniche è esposto nell'opera *Astronomiae pars optica*, nel quarto paragrafo del quarto capitolo chiamato *De coni sectionibus*.

[9] (Viola, 1946)

Famiglia infinita di coniche descritta da Keplero

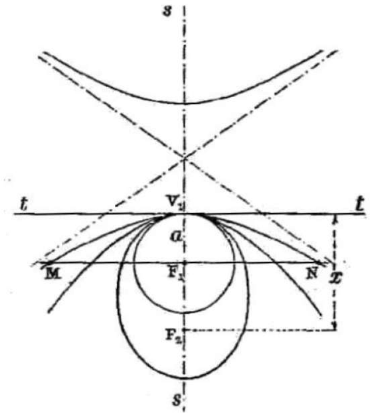


Figura 14: Famiglia infinita di coniche descritta da Keplero (Viola, 1946, p. 71)

Giovanni Keplero (1571-1630)

▷ Fondamentale fu l'opera di Niccolò Copernico (1473-1543) *De Rivolutionibus*, in cui l'autore descrisse il sistema eliocentrico. Copernico osservò che le orbite dei pianeti non erano perfettamente circolari, tuttavia non parlò esplicitamente di ellissi

▷ Fu proprio Keplero ad affermare che le orbite dei pianeti attorno al sole sono ellissi perfette e che il sole si trova in uno dei due fuochi [10]

▷ In particolare, grazie ad alcune proprietà geometriche dell'ellisse, Keplero riuscì a dimostrare la legge delle aree o II legge, la quale affermava: *Le aree descritte dal raggio vettore, che va dal Sole a un pianeta, sono proporzionali ai tempi impiegati a descriverle* e successivamente la I legge, la quale dichiarava: *Le orbite dei pianeti sono ellissi e il Sole ne occupa uno dei fuochi*

[10] (Carlini e Magrone, 2017)

Giovanni Keplero (1571-1630)

▷ Fondamentale fu l'opera di Niccolò Copernico (1473-1543) *De Rivolutionibus*, in cui l'autore descrisse il sistema eliocentrico. Copernico osservò che le orbite dei pianeti non erano perfettamente circolari, tuttavia non parlò esplicitamente di ellissi

▷ Fu proprio Keplero ad affermare che le orbite dei pianeti attorno al sole sono ellissi perfette e che il sole si trova in uno dei due fuochi [10]

▷ In particolare, grazie ad alcune proprietà geometriche dell'ellisse, Keplero riuscì a dimostrare la legge delle aree o II legge, la quale affermava: *Le aree descritte dal raggio vettore, che va dal Sole a un pianeta, sono proporzionali ai tempi impiegati a descriverle* e successivamente la I legge, la quale dichiarava: *Le orbite dei pianeti sono ellissi e il Sole ne occupa uno dei fuochi*

[10] (Carlini e Magrone, 2017)

Giovanni Keplero (1571-1630)

▷ Fondamentale fu l'opera di Niccolò Copernico (1473-1543) *De Rivolutionibus*, in cui l'autore descrisse il sistema eliocentrico. Copernico osservò che le orbite dei pianeti non erano perfettamente circolari, tuttavia non parlò esplicitamente di ellissi

▷ Fu proprio Keplero ad affermare che le orbite dei pianeti attorno al sole sono ellissi perfette e che il sole si trova in uno dei due fuochi [10]

▷ In particolare, grazie ad alcune proprietà geometriche dell'ellisse, Keplero riuscì a dimostrare la legge delle aree o II legge, la quale affermava: *Le aree descritte dal raggio vettore, che va dal Sole a un pianeta, sono proporzionali ai tempi impiegati a descriverle* e successivamente la I legge, la quale dichiarava: *Le orbite dei pianeti sono ellissi e il Sole ne occupa uno dei fuochi*

[10] (Carlini e Magrone, 2017)

Galileo Galilei (1564-1642)

▷ Lo scienziato **Galileo Galilei** (1564-1642), compiendo osservazioni empiriche, sviluppò una teoria sul moto dei proiettili

▷ In essa, attraverso la scomposizione in una componente orizzontale uniforme e in una verticale uniformemente accelerata fu in grado di mostrare che la traiettoria di un proiettile è una parabola

▷ Lo scienziato credette di aver scoperto un'ulteriore applicazione della parabola come curva di sospensione di una corda o catenella flessibile

▷ In realtà, alcuni matematici successivi, dimostrarono che tale curva non era esattamente una parabola e nemmeno una curva algebrica e la denominarono curva catenaria [11]

▷ Lo studio delle coniche prosegue nel secondo trentennio del XVII secolo quando la Francia diventò il centro dell'attività matematica, grazie a personaggi come **Renè Descartes** (Cartesio, 1596-1650), **Pierre de Fermat** (1601-1665), **Gilles Personne de Roberval** (1602- 1675), **Girard Desargues** (1591-1661) e **Blaise Pascal** (1623-1662)

[11] (Boyer, 1990)

Galileo Galilei (1564-1642)

▷ Lo scienziato **Galileo Galilei** (1564-1642), compiendo osservazioni empiriche, sviluppò una teoria sul moto dei proiettili

▷ In essa, attraverso la scomposizione in una componente orizzontale uniforme e in una verticale uniformemente accelerata fu in grado di mostrare che la traiettoria di un proiettile è una parabola

▷ Lo scienziato credette di aver scoperto un'ulteriore applicazione della parabola come curva di sospensione di una corda o catenella flessibile

▷ In realtà, alcuni matematici successivi, dimostrarono che tale curva non era esattamente una parabola e nemmeno una curva algebrica e la denominarono curva catenaria [11]

▷ Lo studio delle coniche prosegue nel secondo trentennio del XVII secolo quando la Francia diventò il centro dell'attività matematica, grazie a personaggi come **Renè Descartes** (Cartesio, 1596-1650), **Pierre de Fermat** (1601-1665), **Gilles Personne de Roberval** (1602- 1675), **Girard Desargues** (1591-1661) e **Blaise Pascal** (1623-1662)

[11] (Boyer, 1990)

Galileo Galilei (1564-1642)

▷ Lo scienziato **Galileo Galilei** (1564-1642), compiendo osservazioni empiriche, sviluppò una teoria sul moto dei proiettili

▷ In essa, attraverso la scomposizione in una componente orizzontale uniforme e in una verticale uniformemente accelerata fu in grado di mostrare che la traiettoria di un proiettile è una parabola

▷ Lo scienziato credette di aver scoperto un'ulteriore applicazione della parabola come curva di sospensione di una corda o catenella flessibile

▷ In realtà, alcuni matematici successivi, dimostrarono che tale curva non era esattamente una parabola e nemmeno una curva algebrica e la denominarono curva catenaria [11]

▷ Lo studio delle coniche prosegue nel secondo trentennio del XVII secolo quando la Francia diventò il centro dell'attività matematica, grazie a personaggi come **Renè Descartes** (Cartesio, 1596-1650), **Pierre de Fermat** (1601-1665), **Gilles Personne de Roberval** (1602- 1675), **Girard Desargues** (1591-1661) e **Blaise Pascal** (1623-1662)

[11] (Boyer, 1990)

Galileo Galilei (1564-1642)

▷ Lo scienziato **Galileo Galilei** (1564-1642), compiendo osservazioni empiriche, sviluppò una teoria sul moto dei proiettili

▷ In essa, attraverso la scomposizione in una componente orizzontale uniforme e in una verticale uniformemente accelerata fu in grado di mostrare che la traiettoria di un proiettile è una parabola

▷ Lo scienziato credette di aver scoperto un'ulteriore applicazione della parabola come curva di sospensione di una corda o catenella flessibile

▷ In realtà, alcuni matematici successivi, dimostrarono che tale curva non era esattamente una parabola e nemmeno una curva algebrica e la denominarono curva catenaria [11]

▷ Lo studio delle coniche prosegue nel secondo trentennio del XVII secolo quando la Francia diventò il centro dell'attività matematica, grazie a personaggi come **Renè Descartes** (Cartesio, 1596-1650), **Pierre de Fermat** (1601-1665), **Gilles Personne de Roberval** (1602- 1675), **Girard Desargues** (1591-1661) e **Blaise Pascal** (1623-1662)

[11] (Boyer, 1990)

Galileo Galilei (1564-1642)

▷ Lo scienziato **Galileo Galilei** (1564-1642), compiendo osservazioni empiriche, sviluppò una teoria sul moto dei proiettili

▷ In essa, attraverso la scomposizione in una componente orizzontale uniforme e in una verticale uniformemente accelerata fu in grado di mostrare che la traiettoria di un proiettile è una parabola

▷ Lo scienziato credette di aver scoperto un'ulteriore applicazione della parabola come curva di sospensione di una corda o catenella flessibile

▷ In realtà, alcuni matematici successivi, dimostrarono che tale curva non era esattamente una parabola e nemmeno una curva algebrica e la denominarono curva catenaria [11]

▷ Lo studio delle coniche prosegue nel secondo trentennio del XVII secolo quando la Francia diventò il centro dell'attività matematica, grazie a personaggi come **Renè Descartes** (Cartesio, 1596-1650), **Pierre de Fermat** (1601-1665), **Gilles Personne de Roberval** (1602- 1675), **Girard Desargues** (1591-1661) e **Blaise Pascal** (1623-1662)

[11] (Boyer, 1990)

Secondo spunto didattico: costruzione di un'ellisse

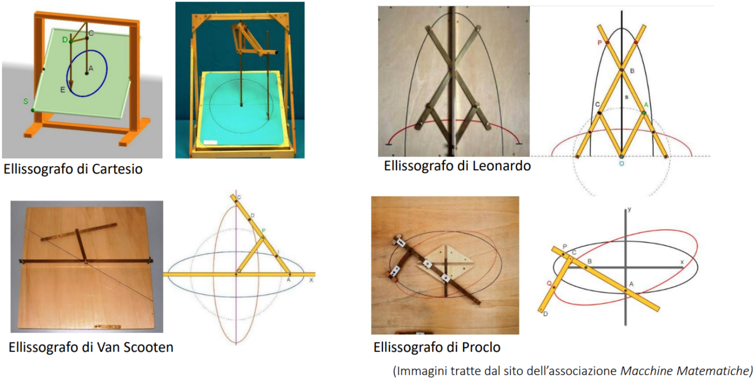


Figura 15: Ellissografo di Cartesio, Ellissografo di Leonardo, Ellissografo di Van Scooten, Ellissografo di Proclo
https://www.macchinematematiche.org/

[12] Si veda anche Laboratorio delle Macchine Matematiche di Modena
https://www.mmlab.unimore.it/site/home.html

Realizzazione di ellissi di varie dimensioni, utilizzando un vero e proprio ellissografo in legno, costruito secondo lo schema ideato dal matematico e filosofo Proclo

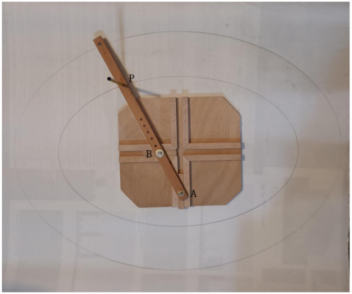


Figura 16: Ellissografo di Proclo, ad opera del papà di Lucia: Fabio Leoncelli (Leoncelli, Tesi Magistrale)

▷ Costruzione dati gli assi

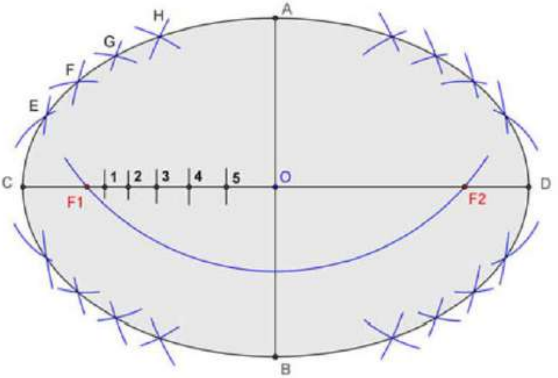


Figura 17: Costruzione di un'ellisse dati gli assi
(https://www.lascienzadeldisegno.it/disegno_geometrico_27.html)

- Costruzione con cerchi concentrici

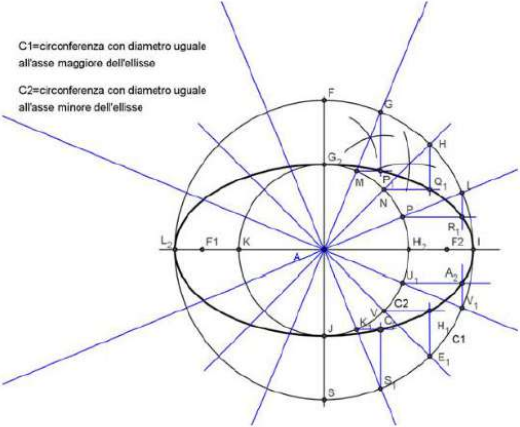


Figura 18: Costruzione dell'ellisse con centri concentrici (https://www.lascienzadeldisegno.it/disegno_geometrico_28.html)

Biliardo ellittico

▷ Introduzione delle proprietà focali dell'ellisse, richiamando il teorema di Erone e le proprietà estremali dei raggi luminosi [13]

Figura 19: Proprietà tangenziale applicata ad un biliardo ellittico

[13] Corso di *Matematiche Elementari da un punto di vista superiore*, Corso di Laurea Magistrale in Matematica, Università di Modena e Reggio Emilia

Terzo spunto didattico: origine e costruzioni degli ovali

Origini dell'ovale

▷ Uno dei primi trattati, in cui compaiono figure ovali e la loro descrizione, fu scritto da **Sebastiano Serlio** nel 1545 e le sue creazioni sono ancora oggi le più diffuse

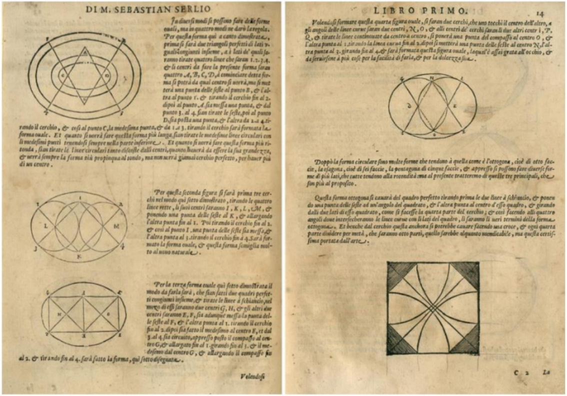


Figura 20: Le quattro costruzioni geometriche dell'ovale nel Trattato di Architettura di Sebastiano Serlio (Tutte l'Opere d'Architettura di Sebastiano Serlio Bolognese[...], Primo Libro, 1584, pag. 13-14)

In diversi modi si possono fare delle forme ovali, ma di quattro modi ne darò la regola

Costruzioni di ovali (Serlio)

▷ Nella prima costruzione Serlio posizionò i centri dei quattro archi di circonferenza che compongono l'ovale ai vertici di un rombo composto da due triangoli equilateri

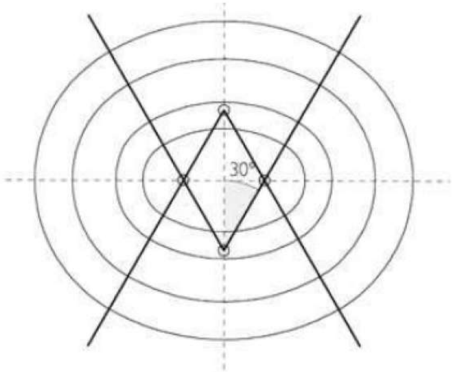


Figura 21: Prima costruzione di Serlio (Dotto, 2002, p. 28)

Costruzioni di ovali (Serlio)

▷ Nella seconda costruzione Serlio posizionò i quattro centri ai vertici di un quadrato ruotato di 45°, ponendo l'asse maggiore pari a due volte la diagonale di questo quadrato [14]

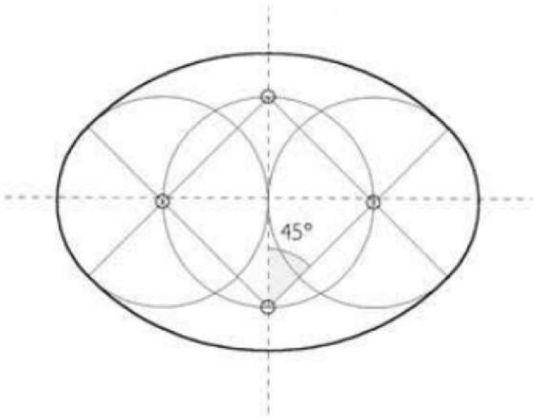


Figura 22: Seconda costruzione di Serlio (Dotto, 2002, p. 28)

[14] (Dotto, 2002)

▷ La terza costruzione presenta i centri degli archi di circonferenza posti nuovamente ai vertici di un quadrato ruotato di 45°, assumendo però l'asse maggiore pari alla diagonale del quadrato più due volte il suo lato [15]

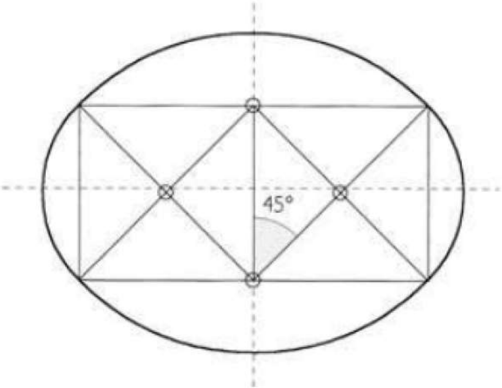


Figura 23: Terza costruzione di Serlio (Dotto, 2002, p. 29)

[15] (Dotto, 2002)

Costruzioni di ovali (Serlio)

▷ Infine, nella quarta costruzione, Serlio pose i centri sui vertici di due triangoli equilateri posti in modo da formare un rombo (come nella prima) e l'asse maggiore fu scelto uguale a tre volte il lato di questo triangolo

▷ In questa costruzione, così come anche nella seconda, Serlio fissò chiaramente l'asse maggiore e quindi, conseguentemente, è possibile ricavare l'asse minore [16]

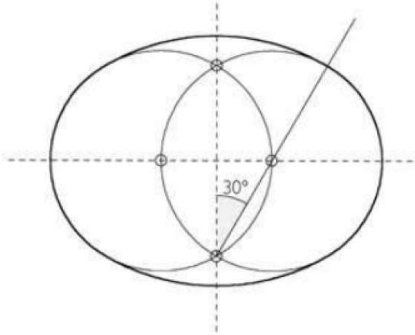


Figura 24: Quarta costruzione di Serlio (Dotto, 2002, p. 29)

[16] (Dotto, 2002)

Costruzioni di ovali (Serlio)

▷ Serlio distinse l'ellisse dagli ovali, affermando:
...avenga che molti muratori hanno una certa sua prattica, che col filo fanno simili volte, le quali veramente corrispondeno all'occhio, e si accorda anchora con alcune forme ovali fatte col compasso [17]

▷ L'architetto con questa dichiarazione sottolineò il primato estetico della forma ellittica e come questa curva non sia così diversa da alcuni ovali che si possono ottenere utilizzando il compasso [18]

▷ La richiesta sempre maggiore, in epoca tardorinascimentale, barocca e tardo-barocca, di architetture a pianta ovale ha portato ad introdurre costruzioni alternative, le quali permettevano di ottenere *tutte le possibili forme ovali*, anche partendo da una stessa misura degli assi, ossia tutte le possibili proporzioni tra gli assi [19]

---

[17] (Serlio, 1584, p. 11)
[18] (Migliari, 1995)
[19] Soltanto nel 1655 nel trattato dell'incisore francese Abraham Bosse (1604-1676), venne illustratata una costruzione in cui le misure degli assi potevano essere fissate liberamente. Risulta però difficile credere che prima di questo lavoro non vi fossero pubblicazioni inerenti a costruzioni di ovali a partire da assi scelti a piacere e che gli unici schemi disponibili fossero quelli di Serlio (Dotto, 2002)

Costruzioni di ovali (Serlio)

▷ Serlio distinse l'ellisse dagli ovali, affermando:
...avenga che molti muratori hanno una certa sua prattica, che col filo fanno simili volte, le quali veramente corrispondeno all'occhio, e si accorda anchora con alcune forme ovali fatte col compasso [17]

▷ L'architetto con questa dichiarazione sottolineò il primato estetico della forma ellittica e come questa curva non sia così diversa da alcuni ovali che si possono ottenere utilizzando il compasso [18]

▷ La richiesta sempre maggiore, in epoca tardorinascimentale, barocca e tardo-barocca, di architetture a pianta ovale ha portato ad introdurre costruzioni alternative, le quali permettevano di ottenere *tutte le possibili forme ovali*, anche partendo da una stessa misura degli assi, ossia tutte le possibili proporzioni tra gli assi [19]

---

[17] (Serlio, 1584, p. 11)

[18] (Migliari, 1995)

[19] Soltanto nel 1655 nel trattato dell'incisore francese Abraham Bosse (1604-1676), venne illustratata una costruzione in cui le misure degli assi potevano essere fissate liberamente. Risulta però difficile credere che prima di questo lavoro non vi fossero pubblicazioni inerenti a costruzioni di ovali a partire da assi scelti a piacere e che gli unici schemi disponibili fossero quelli di Serlio (Dotto, 2002)

Costruzioni di ovali (Serlio)

▷ Serlio distinse l'ellisse dagli ovali, affermando:
...avenga che molti muratori hanno una certa sua prattica, che col filo fanno simili volte, le quali veramente corrispondeno all'occhio, e si accorda anchora con alcune forme ovali fatte col compasso [17]

▷ L'architetto con questa dichiarazione sottolineò il primato estetico della forma ellittica e come questa curva non sia così diversa da alcuni ovali che si possono ottenere utilizzando il compasso [18]

▷ La richiesta sempre maggiore, in epoca tardorinascimentale, barocca e tardo-barocca, di architetture a pianta ovale ha portato ad introdurre costruzioni alternative, le quali permettevano di ottenere *tutte le possibili forme ovali*, anche partendo da una stessa misura degli assi, ossia tutte le possibili proporzioni tra gli assi [19]

---

[17] (Serlio, 1584, p. 11)
[18] (Migliari, 1995)
[19] Soltanto nel 1655 nel trattato dell'incisore francese **Abraham Bosse** (1604-1676), venne illustratata una costruzione in cui le misure degli assi potevano essere fissate liberamente. Risulta però difficile credere che prima di questo lavoro non vi fossero pubblicazioni inerenti a costruzioni di ovali a partire da assi scelti a piacere e che gli unici schemi disponibili fossero quelli di Serlio (Dotto, 2002)

- Costruzione dato l'asse maggiore AB e l'asse minore CD

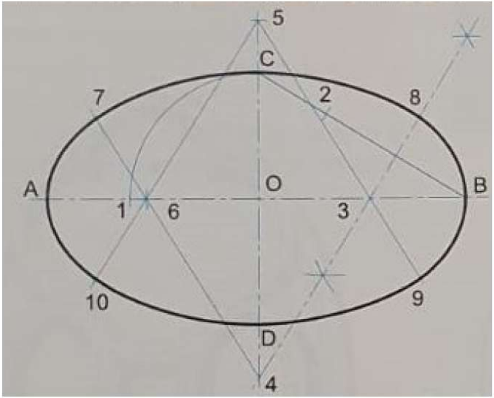


Figura 25: Costruzione dell'ovale noti i due assi AB e CD (Dallavecchia, 2014, p. 104)

Costruzioni di ovali (attività didattica)

- ▷ Costruzione dato l'asse minore AB

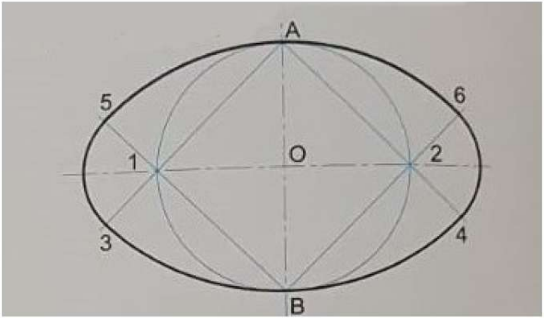


Figura 26: Costruzione dell'ovale noto l'asse minore AB (Dallavecchia, 2014, p. 104)

Costruzioni di ovali (attività didattica)

- ▷ Costruzione dato l'asse maggiore AB

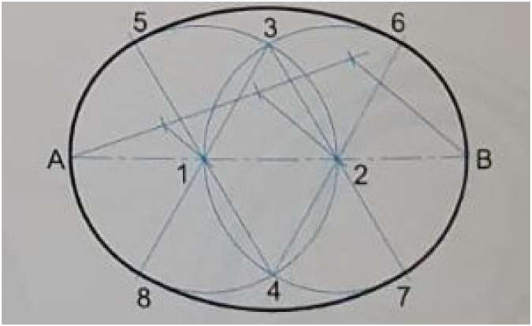


Figura 27: Costruzione dell'ovale noto l'asse maggiore AB (Dallavecchia, 2014, p. 104)

- Ovale di **Gian Lorenzo Bernini**

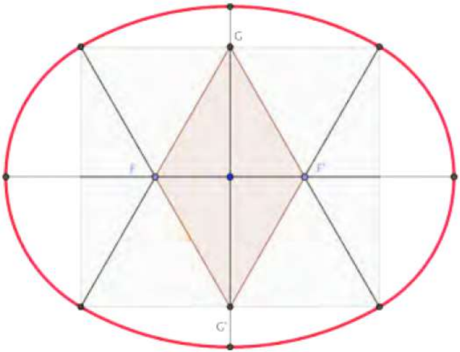


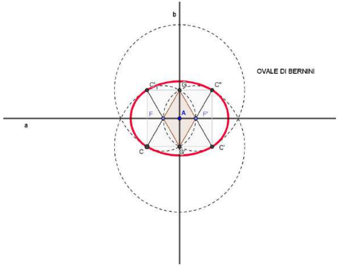
Figura 28: Ovale di Bernini
(http://crf.uniroma2.it/wp-content/uploads/2010/07/Quinta-Lezione1.pdf, p. 3)

Quarto spunto didattico:
piazza San Pietro a Roma è un ovale!

Piazza San Pietro

Figura 29: Piazza San Pietro a Roma

▷ Costruzione dell'ovale di Bernini utilizzando il software Geogebra ed importazione della pianta di piazza San Pietro a Roma per verificare la sovrapposizione con l'ovale realizzato



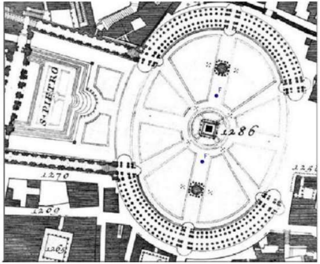


Figura 30: a sinistra: rappresentazione dell'ovale del Bernini realizzata con Geogebra. A destra: pianta della piazza di San Pietro a Roma (Reperibile in rete:http://crf.uniroma2.it/wp-content/uploads/2010/07/Tavola-V2.pdf)

Piazza San Pietro (attività didattica)

▷ Spiegazione del singolare effetto ottico che caratterizza piazza San Pietro a Roma

▷ Dallo studio del colonnato di piazza San Pietro, progettato dall'architetto Gian Lorenzo Bernini (1598-1680) e completato nel 1667, sono evidenti le differenze geometriche tra ellissi e ovali

▷ Alla base di questa progettazione vi è la seguente proprietà: il luogo geometrico in cui si incontrano le rette normali ad un'ellisse non è un unico punto, ma tali rette inviluppano una curva detta evoluta dell'ellisse

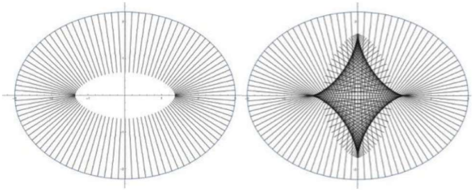


Figura 31: Le rette normali ad una ellisse non si incontrano in un unico punto e la curva che definisce l'inviluppo è detta evoluta, immagini realizzate con il software Mathematica da Corrado Falconi (Carlini e Magrone, 2017, p. 300)

Piazza San Pietro (attività didattica)

▷ Spiegazione del singolare effetto ottico che caratterizza piazza San Pietro a Roma

▷ Dallo studio del colonnato di piazza San Pietro, progettato dall'architetto Gian Lorenzo Bernini (1598-1680) e completato nel 1667, sono evidenti le differenze geometriche tra ellissi e ovali

▷ Alla base di questa progettazione vi è la seguente proprietà: il luogo geometrico in cui si incontrano le rette normali ad un'ellisse non è un unico punto, ma tali rette inviluppano una curva detta evoluta dell'ellisse

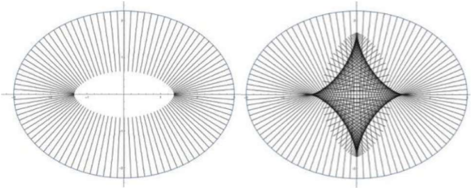


Figura 31: Le rette normali ad una ellisse non si incontrano in un unico punto e la curva che definisce l'inviluppo è detta evoluta, immagini realizzate con il software Mathematica da Corrado Falconi (Carlini e Magrone, 2017, p. 300)

Piazza San Pietro (attività didattica)

▷ Spiegazione del singolare effetto ottico che caratterizza piazza San Pietro a Roma

▷ Dallo studio del colonnato di piazza San Pietro, progettato dall'architetto Gian Lorenzo Bernini (1598-1680) e completato nel 1667, sono evidenti le differenze geometriche tra ellissi e ovali

▷ Alla base di questa progettazione vi è la seguente proprietà: il luogo geometrico in cui si incontrano le rette normali ad un'ellisse non è un unico punto, ma tali rette inviluppano una curva detta evoluta dell'ellisse

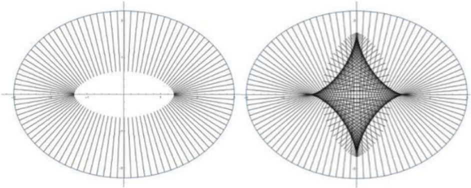


Figura 31: Le rette normali ad una ellisse non si incontrano in un unico punto e la curva che definisce l'inviluppo è detta evoluta, immagini realizzate con il software Mathematica da Corrado Falconi (Carlini e Magrone, 2017, p. 300)

Piazza San Pietro

Al contrario, le rette normali ad un ovale si congiungono in un punto, ossia nel centro della circonferenza che compone l'ovale [20]

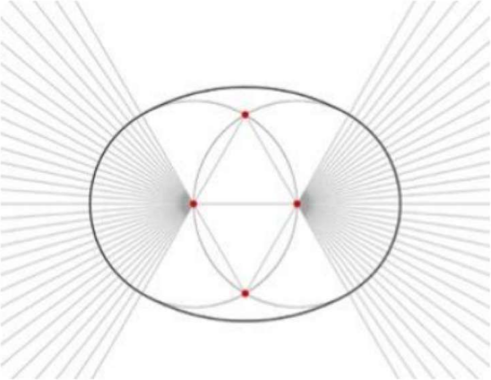


Figura 32: Ovale utilizzato nel progetto di piazza San Pietro, le rette normali si incontrano nei centri delle circonferenze componenti l'ovale (Carlini e Magrone, 2017, p. 300)

[20] (Carlini e Magrone, 2017)

Piazza San Pietro

▷ Se si considera un ipotetico osservatore posizionato al centro dell'arco circolare che definisce il colonnato della piazza ovale, ossia nel punto in cui si incontrano tutte le rette normali, egli vedrà un'unica colonna per ogni riga o in altre parole le colonne appariranno allineate lungo la retta normale

▷ Supponendo, invece, che il piano considerato sia ellittico e che il visitatore si trovi su uno dei due fuochi, allora *non vi sarà alcun punto in cui potrà osservare lo stesso effetto*

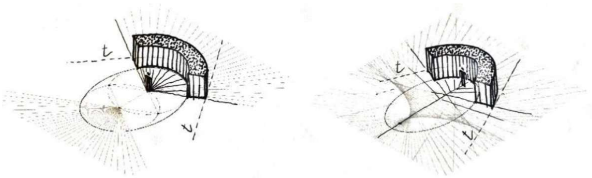


Figura 33: A sinistra il disegno mostra l'effetto percettivo nel caso in cui il piano sia ovale e l'osservatore si trovi nel centro dell'arco circolare; a destra, supponendo che il piano sia ellittico, l'osservatore è posto su un fuoco (Carlini e Magrone, 2017, p. 300)

Piazza San Pietro

▷ Se si considera un ipotetico osservatore posizionato al centro dell'arco circolare che definisce il colonnato della piazza ovale, ossia nel punto in cui si incontrano tutte le rette normali, egli vedrà un'unica colonna per ogni riga o in altre parole le colonne appariranno allineate lungo la retta normale

▷ Supponendo, invece, che il piano considerato sia ellittico e che il visitatore si trovi su uno dei due fuochi, allora *non vi sarà alcun punto in cui potrà osservare lo stesso effetto*

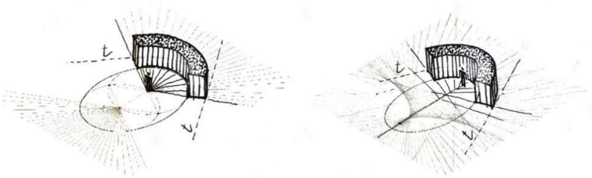


Figura 33: A sinistra il disegno mostra l'effetto percettivo nel caso in cui il piano sia ovale e l'osservatore si trovi nel centro dell'arco circolare; a destra, supponendo che il piano sia ellittico, l'osservatore è posto su un fuoco (Carlini e Magrone, 2017, p. 300)

Piazza San Pietro

▷ Grazie ad una vera e propria esperienza percettiva, si può verificare che effettivamente questa piazza risulta ovale e non ellittica

▷ Arrivando dal quartiere Borgo di Roma, il colonnato appare fitto e quasi impenetrabile, tanto da essere definito come *una foresta di colonne retroilluminate* e i visitatori descrivono questo tratto come una passeggiata in una foresta

Fiigura 34: A sinistra l'arrivo dal quartiere Borgo; in centro l'attraverso delle gallerie del colonnato; a destra l'arrivo nella piazza (Carlini e Magrone, 2017, p. 305)

Piazza San Pietro

▷ Questo insieme di colonne, ad un primo sguardo, appare disordinato e senza una logica precisa, tuttavia è possibile provare che vi sono due soli punti di osservazione da cui le colonne diventano magicamente una composizione ordinata

▷ I punti in questione, posti in posizioni opposte rispetto all'obelisco situato nel centro della piazza, sono quelli segnati da due dischi di porfido, i quali sul bordo presentano la scritta *centro del colonnato*

Figura 35: I dischi di porfido e uno dei nodi meridiani che segnano la pavimentazione della piazza (Carlini e Magrone, 2017, p. 306)

Piazza San Pietro

▷ Il disegno del colonnato si basa sulla geometria della circonferenza, infatti prendendo un punto qualsiasi di tale curva e unendolo con il centro di essa, si ricava il raggio, ossia una linea retta perpendicolare alla curva

▷ Le colonne quindi risultano allineate lungo i raggi e sono disposte su quattro archi di circonferenze concentriche

▷ Per questo motivo l'osservatore, situato su questi dischi, vede solo le colonne della curva più interna e le quattro file di colonne vengono percepite come una sola

Figura 36: foto scattata da un osservatore posto sul disco di porfido, da cui le colonne sono allineate lungo la normale alla circonferenza e appaiono come se fossero solo una (Carlini e Magrone, 2017, p. 306)

Piazza San Pietro

▷ Il disegno del colonnato si basa sulla geometria della circonferenza, infatti prendendo un punto qualsiasi di tale curva e unendolo con il centro di essa, si ricava il raggio, ossia una linea retta perpendicolare alla curva

▷ Le colonne quindi risultano allineate lungo i raggi e sono disposte su quattro archi di circonferenze concentriche

▷ Per questo motivo l'osservatore, situato su questi dischi, vede solo le colonne della curva più interna e le quattro file di colonne vengono percepite come una sola

Figura 36: foto scattata da un osservatore posto sul disco di porfido, da cui le colonne sono allineate lungo la normale alla circonferenza e appaiono come se fossero solo una (Carlini e Magrone, 2017, p. 306)

Piazza San Pietro

▷ Il disegno del colonnato si basa sulla geometria della circonferenza, infatti prendendo un punto qualsiasi di tale curva e unendolo con il centro di essa, si ricava il raggio, ossia una linea retta perpendicolare alla curva

▷ Le colonne quindi risultano allineate lungo i raggi e sono disposte su quattro archi di circonferenze concentriche

▷ Per questo motivo l'osservatore, situato su questi dischi, vede solo le colonne della curva più interna e le quattro file di colonne vengono percepite come una sola

Figura 36: foto scattata da un osservatore posto sul disco di porfido, da cui le colonne sono allineate lungo la normale alla circonferenza e appaiono come se fossero solo una (Carlini e Magrone, 2017, p. 306)

Piazza San Pietro

▷ Tuttavia, basta girare lo sguardo verso il lato opposto e questa visuale scompare, lasciando spazio ad una foresta di colonne

▷ Appena si esce dal disco di porfido le singole file si spezzano e le colonne diventano subito visibili

▷ Se la curva fosse un'ellisse non si otterrebbe questo effetto percettivo notevole, poiché le linee perpendicolari ad essa non convergono tutte in un unico punto

Piazza San Pietro

▷ Tuttavia, basta girare lo sguardo verso il lato opposto e questa visuale scompare, lasciando spazio ad una foresta di colonne

▷ Appena si esce dal disco di porfido le singole file si spezzano e le colonne diventano subito visibili

▷ Se la curva fosse un'ellisse non si otterrebbe questo effetto percettivo notevole, poiché le linee perpendicolari ad essa non convergono tutte in un unico punto

Piazza San Pietro

▷ Tuttavia, basta girare lo sguardo verso il lato opposto e questa visuale scompare, lasciando spazio ad una foresta di colonne

▷ Appena si esce dal disco di porfido le singole file si spezzano e le colonne diventano subito visibili

▷ Se la curva fosse un'ellisse non si otterrebbe questo effetto percettivo notevole, poiché le linee perpendicolari ad essa non convergono tutte in un unico punto

Ellissi e ovali in architettura

Il Colosseo: ellisse o ovale?

Figura 37: il Colosseo a Roma

Il Colosseo: ellisse o ovale?

▷ Sulla forma del Colosseo si è molto dibattuto e attualmente gli studiosi sembrano concordare sul fatto che la pianta sia un ovale policentrico, come indicato nella rivista *Disegnare idee immagini* n. 18-19 del 1999 a cura di Mario Docci, dedicata interamente a studi e ricerche su questo monumento

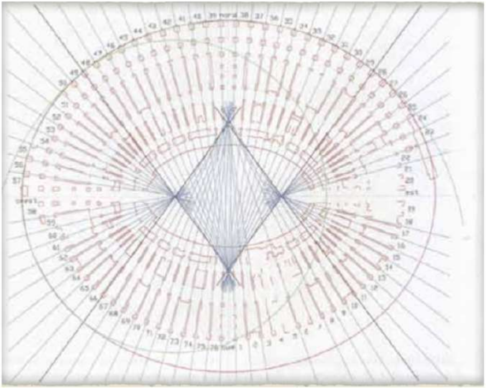


Figura 38: Pianta del Colosseo (Docci, 1999)

Tempio ovale di Sebastiano Serlio

▷ Sebastiano Serlio nel Libro Quinto del suo trattato descrisse un tempio ovale con uno spazio centrale vuoto, privo di colonne, racchiuso da uno spesso muro contenente sei cappelle periferiche

▷ Disegnò sia la pianta che la sezione dell'edificio, mostrando come la chiesa debba essere coperta da una cupola ovale [21]

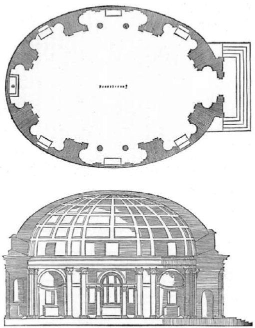


Figura 39: Tempio ovale di Sebastiano Serlio (Duvernoy, 2015, p. 436)

[21] (Duvernoy, 2015)

Chiesa di Sant'Anna dei Palafrenieri di Jacopo Barozzi da Vignola a Roma

▷ La chiesa di Sant'Anna dei Palafrenieri di Jacopo Barozzi da Vignola fu realizzata a partire da una pianta ovale formata da quattro triangoli pitagorici [22]

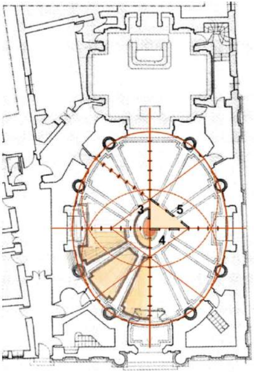


Figura 40: Pianta e facciata della chiesa di Sant'Anna dei Palafrenieri, Roma 1575 (Duvernoy, 2015, p. 444 e p. 452)

[22] (Duvernoy, 2015)

San Giacomo degli Incurabili, Roma 1590

▷ Il progetto di San Giacomo degli Incurabili, di Francesco Capriani da Volterre, è un ovale ottenuto da due triangoli equilateri accoppiati

▷ Nella pianta si può osservare come le cappelle laterali rettangolari siano centrate sull'asse minore dell'ovale e le cappelle rotonde siano centrate sugli assi diagonali, i quali non sono altro che i prolungamenti dei lati dei triangoli equilateri

▷ L'intera composizione risulta simmetrica rispetto agli assi minore e maggiore [23]

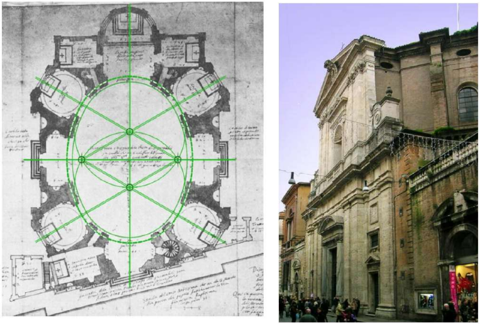


Figura 41: Pianta e facciata di San Giacomo degli Incurabili, Roma 1590 (Duvernoy, 2015, p. 445 e p. 453)

[23] (Duvernoy, 2015)

San Carlo alle Quattro Fontane

▷ Nel progetto di San Carlo alle Quattro Fontane l'architetto Francesco Borromini utilizzò una curva ovale, molto probabilmente la proiezione della cupola sopra la navata

Figura 42: San Carlo alle Quattro Fontane (Duvernoy, 2015, p. 454)

Ma allora in architettura sono stati usati solo ovali?

Il Rettorato dell'Università di Roma Tre

Figura 43: Nuovo rettorato dell'Università Roma Tre firmato dallo studio MCA-Mario Cucinella Architects (https://www.italian-architects.com/it/architecture-news/architettura-costruita/rettorato-roma-tre)